VERHANDELINGEN

DER

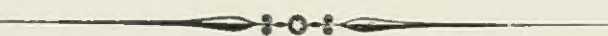
KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling Natuurkunde

TWAALFDE DEEL.



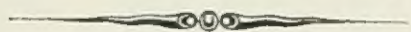
AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1871.

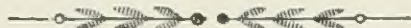
GEDRUKT BIJ DE ROEVER-KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

TWAALFDE DEEL.





OVER EENIGE

NIEUWE HERLEIDINGSFORMULEN

BIJ DE

THEORIE DER BEPAALDE INTEGRALEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

Uitgegeven door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1870.

OVER EENIGE

NIEUWE HERLEIDINGSFORMULEN

BIJ DE

THEORIE VAN BEPAALDE INTEGRALEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

Onder de zoo verschillende methoden ter herleiding van bepaalde integralen, bekleedt die eene voorname plaats, waar de integratie mogelijk wordt door het ontwikkelen van eenen factor der functie onder het integraalteeken in eene eindige of in eene oneindige reeks. Reeds meer dan eenmaal is door mij over deze belangrijke en vruchtbare beschouwingen gehandeld; daarbij kwamen van zelf enkele punten van gewicht ter sprake, ten opzichte van de voorzichtigheids-maatregelen, waarom het hier vooral te doen is; ook zijn er door hare bemiddeling geheele reeksen van nieuwe uitkomsten voor den dag gekomen.

Aan den anderen kant mag het bekend worden ondersteld, hoe de theorie der bepaalde integralen omgekeerd een krachtig hulpmiddel aanbiedt voor de leer der reeksen, en alles wat daarmede in verbinding staat. Vandaar dan ook dat er tusschen beide hoofddeelen der Analysis zulk een nauw, wederkeerig verband bestaat, dat het soms niet met juistheid is uit te maken, of eenig opstel eerder tot de theorie der bepaalde integralen, dan wel tot die der reeksen behoort. Daarom is het ook gansch niet zeldzaam, in eene of andere, doode of levende taal, aan het hoofd van zulk opstel te lezen; „over bepaalde integralen en over reeksen".

Bij dit alles heeft men echter vóór alles te letten op de convergentie der reeksen, die gebruikt, verkregen of behandeld moeten worden; en het is voorzeker te recht een vaste regel, zulke reeksen geheel uit te sluiten, die tusschen de grenswaarden van zekere argumenten, waarover de

behandeling loopt, divergent worden. En dit natuurlijk, omdat men slechts in het geval van convergente reeksen te doen krijgt met doorloopende integralen; terwijl daarentegen in den regel ondoorloopende integralen, die zich dientengevolge aan alle redeneering onttrekken, zamenhangen met divergente reeksen, en evenzoo ook omgekeerd.

Vreemd moge het dus wel geacht worden, wanneer men bij dergelijke onderzoekingen eene soort van ondoorloopende reeksen invoert; en men zoude allicht geneigd zijn, reeds vooruit aan de aldus verkregen uitkomsten alle wetenschappelijke waarde te ontzeggen. En toch meen ik, dat deze wijze van doen soms geoorloofd is, mits men daarbij natuurlijk die noodzakelijke maatregelen van voorzorg niet verwaarloost, die door de methode zelve als onmisbaar, maar dan ook als genoegzaam, worden aangegeven.

Het doel nu van deze verhandeling is daarvan eenige voorbeelden bij te brengen en wel eerst in den vorm van eenige algemeene stellingen, die dan later zullen worden toegepast bij het onderzoek van eenige nieuwe bepaalde integralen.

§ 1. VOORLOOPIGE BESCHOUWINGEN.

1. Eene functie, die zich naar de sinussen of cosinussen van opvolgende veelvouden der veranderlijke x of liever van het produkt sx laat ontwikkelen, kan men algemeen aldus voorstellen, indien men ten opzichte van het ordegetal n sommeert,

$$f_1(x) = \sum_1^a A_n \,Sin\, nsx, \;.\;.\;.\; (a) \qquad\qquad f_2(x) = B_0 + \sum_1^a B_n \,Cos\, nsx; \;.\;.\;.\;.\; (b)$$

alwaar de B_0 niet onder het sommatieteeken is opgenomen, omdat somtijds die B_0 of de integralen die later daarvan afhangen mogten, niet gehoorzaamt aan de algemeene wet der B_n.

Stelt vervolgens $\varphi(x)$ eene geheel willekeurige functie van x voor, zoo heeft men voor willekeurige grenzen p en q van x,

$$\int_p^q \varphi(x) f_1(x)\, dx = \sum_1^a A_n \int_p^q \varphi(x)\, Sin\, nsx\, dx, \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (A)$$

$$\int_p^q \varphi(x) f_2(x)\, dx = B_0 \int_p^q \varphi(x)\, dx + \sum_1^a B_n \int_p^q \varphi(x)\, Cos\, nsx\, dx \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (B)$$

Hierbij is ondersteld, vooreerst dat de integralen, die als factoren der coefficienten A en B voorkomen, op zichzelve doorloopend zijn, en vervolgens dat, indien de reeksen onder de sommatieteekens oneindige worden, — dat is voor $a = \infty$, — die reeksen convergent zijn, alles tusschen de grenzen p en q van x. Zijn toch de integralen ondoorloopend, dan kan er wel geene sprake van zijn om ze te sommeeren. Zijn de integralen wel doorloopend, maar leveren zij eene divergente reeks, zoo kan er tusschen het eerste en tweede lid van ieder der bovenstaande vergelijkingen geen teeken van gelijkheid staan: die divergente reeksen toch kunnen niet als de voorstelling van eenige bepaalde of gegevene functie worden beschouwd.

Is eenmaal aan die voorwaarden voldaan, dan komt alles hier neder op het bepalen der integralen

$$\int_p^q \varphi(x)\,dx, \;.\;.\;.\; (c) \qquad \int_p^q \varphi(x)\,Sin\,ux\,dx, \;.\;.\;.\; (d) \qquad \int_p^q \varphi(x)\,Cos\,ux\,dx. \;.\;.\;.\; (e)$$

Zoodra evenwel deze integralen bekend zijn, — en met het oog daarop zal men de functie $\varphi(x)$ en de grenzen van het integreeren p en q moeten kiezen, — dan kan men deze methode nog verder uitbreiden.

2. Zij toch eene andere functie, die kan worden voorgesteld door eene reeks van sinussen of cosinussen der opvolgende veelvouden van het produkt tx, dan kan men m voor het ordegetal aannemen ten opzichte waarvan men sommeert, en zoo wordt dan die functie

$$f_3(x) = \sum_1^c C_m\,Sin\,mtx, \;.\;.\;.\;.\; (f) \qquad f_4(x) = D_0 + \sum_1^c D_m\,Cos\,mtx \;.\;.\;.\;.\; (g)$$

En nu heeft men in de algemeene stellingen (A) en (B) de $\varphi(x)$ slechts te vervangen door $\varphi(x) f_3(x)$ of door $\varphi(x) f_4(x)$, om tot de uitbreiding der methode te geraken, die men op het oog had. Want de produkten der sinussen en cosinussen, die hierbij ontstaan, en oogenschijnlijk tot andere eindintegralen zouden aanleiding geven dan de (c), (d) en (e), kunnen gemakkelijk worden herleid, zoodanig dat er juist de vermelde sommen weder te voorschijn komen. Daartoe heeft men slechts noodig de bekende goniometrische formulen

$$Sin\,ax.\,Sin\,bx = \frac{1}{2}\Big[Cos.\big\{(a-b)x\big\} - Cos\big\{(a+b)x\big\}\Big], \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. (h)$$

$$Sin\,ax.\,Cos\,bx = \frac{1}{2}\Big[Sin\big\{(a+b)x\big\} + Sin\big\{(a-b)x\big\}\Big] = \frac{1}{2}\Big[Sin\big\{(a+b)x\big\} - Sin\big\{(b-a)x\big\}\Big], \;.\; (i)$$

$$Cos\,ax.\,Cos\,bx = \frac{1}{2}\Big[Cos\big\{(a+b)x\big\} + Cos\big\{(a-b)x\big\}\Big] \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. (k)$$

Dientengevolge leveren toch de vergelijkingen (A) en (B) de vier volgende

$$\int_p^q \varphi(x) f_1(x) f_3(x)\,dx = \sum_1^a A_n \sum_1^c C_m \int_p^q \varphi(x)\,Sin\,nsx.\,Sin\,mtx\,dx =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_1^a A_n \sum_1^c C_m \int_p^q \varphi(x)\,dx\Big[Cos\big\{(ns-mt)x\big\} - Cos\big\{(ns+mt)x\big\}\Big], \;.\;.\; (C)$$

$$\int_p^q \varphi(x) f_1(x) f_4(x)\,dx = D_0 \sum_1^a A_n \int_p^q \varphi(x)\,Sin\,nsx\,dx + \sum_1^a A_n \sum_1^c D_m \int_p^q \varphi(x)\,Sin\,nsx.\,Cos\,mtx\,dx =$$

$$= D_0 \sum_1^a A_n \int_p^q \varphi(x)\,Sin\,nsx\,dx + \frac{1}{2}\sum_1^a A_n \sum_1^c D_m \int_p^q \varphi(x)\,dx\Big[Sin\big\{(ns+mt)x\big\} + Sin\big\{(ns-mt)x\big\}\Big], (D)$$

$$\int_p^q \varphi(x) f_2(x) f_3(x)\, dx = B_0 \sum_1^c C_m \int_p^q \varphi(x)\, Sin\, mtx\, dx + \sum_1^a B_n \sum_1^c C_m \int_p^q \varphi(x)\, Cos\, nsx.\, Sin\, mtx\, dx =$$

$$= B_0 \sum_1^c C_m \int_p^q \varphi(x)\, Sin\, mtx\, dx + \frac{1}{2} \sum_1^a B_n \sum_1^c C_m \int_p^q \varphi(x)\, dx \Big[Sin\{(ns+mt)x\} - Sin\{(ns-mt)x\} \Big], \quad (E)$$

$$\int_p^q \varphi(x) f_2(x) f_4(x)\, dx = B_0 D_0 \int_p^q \varphi(x)\, dx + B_0 \sum_1^c D_m \int_p^q \varphi(x)\, Cos\, mtx\, dx + D_0 \sum_1^a B_n \int_p^q \varphi(x)\, Cos\, nsx\, dx +$$

$$+ \sum_1^a B_n \sum_1^c D_m \int_p^q \varphi(x)\, Cos\, nsx.\, Cos\, mtx\, dx =$$

$$= B_0 D_0 \int_p^q \varphi(x)\, dx + B_0 \sum_1^c D_m \int_p^q \varphi(x)\, Cos\, mtx\, dx + D_0 \sum_1^a B_n \int_p^q \varphi(x)\, Cos\, nsx\, dx +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_1^a B_n \sum_1^c D_m \int_p^q \varphi(x)\, dx \Big[Cos\{(ns+mt)x\} + Cos\{(ns-mt)x\} \Big] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (F)$$

En het blijkt, dat nu onze integralen in het eerste lid wederom afhangen van dezelfde hulpintegralen (*c*), (*d*) en (*e*), even als boven de integralen (A) en (B): maar dan ook, zoo als niet verder behoeft te worden aangetoond, gelden deze vier algemeene stellingen slechts onder dezelfde voorwaarden.

Deze stellingen geven al dadelijk aanleiding tot eenige opmerkingen.

3. Zoodra de functie $\varphi(x)$ van dien aard is, dat de integraal (*c*) een bijzonder geval wordt van de andere (*e*), wanneer men daarin $u = 0$ stelt; en wanneer bovendien de coefficienten B_0 en D_0 uit de waarde van B_n en D_m voortvloeijen, zoodra men daarin het ordegetal n of m gelijk nul neemt; — dan kunnen onze vier stellingen iets eenvoudiger worden voorgesteld, wanneer men den lossen term onder de overeenkomstige sommatie opneemt: en zulks geschiedt dan zeer eenvoudig, door die overeenkomstige sommatie bij $n = 0$ of bij $m = 0$ te beginnen. Dikwerf gebeurt het in zulk geval, dat de waarde der integraal (*d*) voor $u = 0$ verdwijnt, dat is nog voor die waarde blijft gelden: alsdan kan men ook, ter wille van de symmetrie, de sommatie dier integralen bij $n = 0$ of bij $m = 0$ doen aanvangen.

Maar nog van eenen anderen kant brengt vermelde eigenschap van $\varphi(x)$ eene niet onbelangrijke vereenvoudiging aan: bij de integralen namelijk in de herleide tweede leden van de vergelijkingen (C), (D), (E) en (F), waar men te maken heeft met de goniometrische functien van $ns - mt$, — zoodra dit verschil juist nul wordt. In dit geval immers kan men die termen onder de algemeene sommatie behandelen: en dit geldt evenzeer, wanneer $ns - mt$ negatief wordt: zoodra de hulpintegralen (*d*) en (*e*) ook voor negatieve u blijven gelden.

Indien integendeel de waarde dier integralen (*d*) en (*e*) afhangt van het teeken van u, en ook wanneer de integraal (*c*), voor $ns - mt = 0$ geldende, niet meer voortvloeit uit (*e*), verkrijgt de formule een geheel ander aanzien. Men moet dan bij die integralen, die een factor $Sin\{(ns-mt)x\}$ of $Cos\{(ns-mt)x\}$ bevatten, zeer voorzichtig zijn: en de integralen onder het sommatieteeken in twee groepen scheiden, al naarmate $ns - mt$ positief of negatief, of wel nul is. In het algemeen zijn sx en tx eenvoudige veelvouden van de veranderlijke x, en bestaat er derhalve eene eenvoudige

betrekking tusschen s en t; zoodra men deze gesubstitueerd heeft, zal het teeken van $(ns - mt)x$ afhangen van eene even eenvoudige betrekking tusschen n en m, waarop dan te letten is, met het oog op de grenzen 1 en a, of 1 en c bij de sommatien naar de grootheden n en m. Maar ook zelfs in dat geval zal de verdeeling van de dubbelreeksen, die ontstaan door de vermenigvuldiging van de onderscheidene reeksen f onderling, niet zonder bezwaar zijn.

Is vooreerst de dubbelreeks eindig (dus ook de grenzen a en c), zoo wordt zij in twee helften gescheiden door eene reeks van diagonaaltermen, die dan over het algemeen tot andere waarden voor de overeenkomstige integralen aanleiding geven: de eene helft der reeks bevat dan de termen voor eene positieve waarde van het verschil $ns - mt$; terwijl de andere helft is zamengesteld uit de termen, die overeenkomen met eene negatieve waarde van dat verschil. Maar, bovendien nog, deze diagonaaltermen komen er niet in alle horizontale of vertikale reien der dubbelreeks voor, zoodra niet juist $s = t$ is. De sommatie zal dus hier met veel behoedzaamheid moeten geschieden en hare uitkomst in het algemeen niet door eene algemeene formule zijn uit te drukken. En hetgeen hier van eene eindige dubbelreeks gezegd is, geldt nog des te meer, wanneer die dubbelreeks in eene of twee richtingen oneindig wordt, voor $a = \infty$ (of voor $c = \infty$), of ook voor $a = \infty$ en $c = \infty$.

Deze dubbelreeks verkeert derhalve in een dergelijken toestand als eene dubbele integraal, waar de functie onder het integraalteeken ondoorloopend wordt voor waarden van de beide veranderlijken, die tusschen hare grenzen zijn gelegen; men weet, dat het in zulk geval ongeoorloofd is, de orde van het integreeren om te keeren, of ook, dat deze herleiding eene verbetering ten gevolge heeft, die in den regel niet verdwijnt en zelfs oneindig of onbepaald kan worden, maar ook zeer wel eene eindige bepaalde waarde kan verkrijgen. Hier ontmoet men dus een geval, dat met het vermelde eenige overeenkomst heeft; de dubbelreeks wordt ondoorloopend, en de voorgeschreven voorzichtigheidsmaatregelen zijn derhalve geenszins overbodig te achten.

4. Maar wanneer men tot de toepassing wil overgaan voor bijzondere vormen van eene der functien f, dan stuit men op groote moeijelijkheid bij het zoeken naar eenen algemeenen vorm voor de uitkomst; en men zal in den regel veel beter doen alsdan de toepassing dezer leerwijze in hare twee achtereenvolgende bewerkingen te splitsen. De maatregelen, die men noodzakelijk te nemen heeft, om zich voor misslagen te vrijwaren, blijven, wel is waar, ook hier dezelfde, maar zij laten zich nu gemakkelijker op eene algemeene wijze invoeren. Langs denzelfden weg, als in N°. 2 de vergelijkingen (C) tot (F) werden afgeleid, verkrijgt men ook de volgende.

$$\int_p^q \varphi(x)\, Sin\, ux . f_1(x)\, dx = \sum_1^a A_n \int_p^q \varphi(x)\, Sin\, ux . Sin\, nsx\, dx =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_1^a A_n \int_p^q \varphi(x)\, dx \left[Cos\, \{(ns - u)x\} - Cos\, \{(ns + u)x\} \right], \; \ldots\ldots \quad (G)$$

$$\int_p^q \varphi(x)\, Cos\, ux . f_1(x)\, dx = \sum_1^a A_n \int_p^q \varphi(x)\, Cos\, ux . Sin\, nsx\, dx =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_1^a A_n \int_p^q \varphi(x)\, dx \left[Sin.\, \{(ns + u)x\} + Sin.\, \{(ns - u)x\} \right], \; \ldots\ldots \quad (H)$$

$$\int_p^q \varphi(x)\,Sin\,ux.f_2(x)\,dx = B_0\int_p^q \varphi(x)\,Sin\,ux\,dx + \sum_1^a B_n\int_p^q \varphi(x)\,Sin\,ux.\,Cos\,nsx\,dx =$$

$$= B_0\int_p^q \varphi(x)\,Sin\,ux\,dx + \frac{1}{2}\sum_1^a B_n\int_p^q \varphi(x)\,dx\left[Sin\left\{(ns+u)x\right\} - Sin\left\{(ns-u)x\right\}\right], \quad . \text{ (I)}$$

$$\int_p^q \varphi(x)\,Cos\,ux.f_2(x)\,dx = B_0\int_p^q \varphi(x)\,Cos\,ux\,dx + \sum_1^a B_n\int_p^q \varphi(x)\,Cos\,ux.\,Cos\,nsx\,dx =$$

$$= B_0\int_p^q \varphi(x)\,Cos\,ux\,dx + \frac{1}{2}\sum_1^a B_n\int_p^q \varphi(x)\,dx\left[Cos\left\{(ns+u)x\right\} + Cos\left\{(ns-u)x\right\}\right] \quad . \text{ (K)}$$

Hierbij hangen wederom alle integralen in het tweede lid af van de integralen (c), (d), (e): werkt men de sommen uit, dan zullen de termen dier reeksen in het algemeen andere waarden verkrijgen, naarmate het verschil $ns-u$ een ander teeken verkrijgt.

Deze vier vergelijkingen kan men gebruiken ter vervanging van de vorige (A) en (B). Hier is een factor $Sin\,ux$ of $Cos\,ux$ ingevoerd, opdat men naderhand, bij het bezigen van den factor $f_3(x)$ of $f_4(x)$, slechts die $Sin\,ux$ of $Cos\,ux$ te sommeeren hebbe, om tot stellingen te geraken, die met de (C) tot (F) overeenkomen. Het spreekt van zelf, dat men zulk een factor $Sin\,ux$ of $Cos\,ux$ niet behoeft in te voeren, als misschien reeds de $\varphi(x)$ zulk een factor bevatte, want dan was daardoor immers hetzelfde doel bereikt; mits althans die standvastige grootheid u alleen in dien factor voorkomt, en ook op geenerlei wijze met andere standvastige grootheden zamenhangt, die in den factor $\varphi(x)$ mogten aangetroffen worden. In zulk een geval blijven de stellingen (A) en (B) voldoende; en hare eerste leden verkrijgen dan den vorm der eerste leden van de vergelijkingen (G) tot (K).

Het komt er nu op aan, voor eenen bepaalden vorm van $\varphi(x)$, vooreerst deze vier formulen op te stellen, de integralen in het tweede lid te berekenen en, zoo mogelijk, de sommatien uit te voeren. Op die wijze verkrijgt men even zoo vele bepaalde integralen, die voor ons verder doel geschikt zijn gemaakt.

Schrijft men nu daarin mt voor u, vermenigvuldigt de vergelijkingen respectieve met C_m en met D_m, — waarbij men ook op den lossen term D_0 te letten heeft, — en sommeert men ten opzichte van m, dan geven de eerste leden, zoo als reeds werd aangemerkt, die van de formulen (C) tot (K) terug; maar de herleidingen in de tweede leden zijn nu gesplitst in twee achtereenvolgende bewerkingen. En dit stelden wij ons juist ten doel.

§ 2. ALGEMEENE HERLEIDINGSFORMULEN.

5. Ten einde nu naar deze methode algemeene herleidingsformulen af te leiden, hebben wij allereerst eene keuze der $\varphi(x)$ te doen, zoodat tusschen gegevene grenzen p en q de ver-

schillende hulpintegralen reeds bekend zijn en gemakkelijk voor onze sommatien gebruikt kunnen worden. Hier kiezen wij $\varphi(x)$ zoo, dat tusschen de grenzen $p=0$ en $q=\infty$, behalve een factor *sinus* of *cosinus*, nog een andere factor $\frac{q}{q^2-x^2}$ of $\frac{x}{q^2-x^2}$ kome. Alsdan heeft men

$$\int_0^\infty \frac{q\,dx}{q^2-x^2}=0,\ .\ (l)\quad \int_0^\infty \frac{q\,Cos\,nsx}{q^2-x^2}\,dx=\frac{\pi}{2}\,Sin\,nqs,\ .\ (m)\quad \int_0^\infty \frac{x\,Sin\,nsx}{q^2-x^2}\,dx=-\frac{\pi}{2}\,Cos\,nqs,\ .\ (n)$$

$$\int_0^\infty \frac{x\,Cos\,nsx}{q^2-x^2}\,dx=Cos\,nqs.\,Ci\,(nqs)+Sin\,nqs.\,Si\,(nqs),\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (o)$$

$$\int_0^\infty \frac{q\,Sin\,nsx}{q^2-x^2}\,dx=Sin\,nqs.\,Ci\,(nqs)-Cos\,nqs.\,Si\,(nqs);\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (p)$$

waarin $Ci\,(y)=-\int_y^\infty \frac{Cos\,x}{x}\,dx$ en $Si\,(y)=\int_0^y \frac{Sin\,x}{x}\,dx$ de bekende Integraalcosinus en Integraalsinus voorstelt. Voor de afleiding dezer integralen zij verwezen naar de *Nouvelles Tables d'Intégrales Définies*, Leiden, P. ENGELS, 1867; alwaar zij voorkomen in Table 17, N°. 1, Table 161, N°. 5, 4, 6 en 3.

Gebruikt men hier verder de goniometrische herleidingsformulen (h) tot (k), zoo leidt men daaruit de volgende af

$$\int_0^\infty Sin\,px.\,Sin\,nsx\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=-\frac{\pi}{2}\,Cos\,pq.\,Sin\,nqs\ [p>ns],$$

$$=-\frac{\pi}{2}\,Sin\,pq.\,Cos\,nqs\ [p<ns],\ =-\frac{\pi}{4}\,Sin\,2pq\ [p=ns];\ .\ .\ .\ (q)$$

$$\int_0^\infty Sin\,px.\,Cos\,nsx\,\frac{x\,dx}{q^2-x^2}=-\frac{\pi}{2}\,Cos\,pq.\,Cos\,nqs\ [p>ns],$$

$$=\frac{\pi}{2}\,Sin\,pq.\,Sin\,nqs\ [p<ns],\ =-\frac{\pi}{4}\,Cos\,2pq\ [p=ns];\ .\ .\ .\ (r)$$

$$\int_0^\infty Cos\,px.\,Sin\,nsx\,\frac{x\,dx}{q^2-x^2}=\frac{\pi}{2}\,Sin\,pq.\,Sin\,nqs\ [p<ns],$$

$$=-\frac{\pi}{2}\,Cos\,pq.\,Cos\,nqs\ [p<ns],\ =-\frac{\pi}{4}\,Cos\,2pq\ [p=ns];\ .\ .\ .\ (s)$$

$$\int_0^\infty Cos\,px.\,Cos\,nsx\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=\frac{\pi}{2}\,Sin\,pq.\,Cos\,nqs\ [p<ns],$$

$$=\frac{\pi}{2}\,Cos\,pq.\,Sin\,nqs\ [p<ns],\ =\frac{\pi}{4}\,Sin\,2pq\ [p=ns];\ .\ .\ .\ .\ (t)$$

$$\int_0^\infty Sin\, px.\, Sin\, nsx \frac{xdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} Sin\, pq. \Big[Sin\, nqs. \big\{Ci[(ns+p)q] + Ci[(ns-p)q]\big\} - Cos\, nqs. \big\{Si[(ns+p)q] + Si[(ns-p)q]\big\}\Big] -$$

$$- \frac{1}{2} Cos\, pq. \Big[Cos\, nqs. \big\{Ci[(ns+p)q] - Ci[(ns-p)q]\big\} + Sin\, nqs. \big\{Si[(ns+p)q] - Si[(ns-p)q]\big\}\Big], \quad (u)$$

$$\int_0^\infty Sin\, px.\, Cos\, nsx \frac{qdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} Sin\, pq. \Big[Sin\, nqs. \big\{Si[(ns+p)q] + Si[(ns-p)q]\big\} + Cos\, nqs. \big\{Ci[(ns+p)q] + Ci[(ns-p)q]\big\}\Big] +$$

$$+ \frac{1}{2} Cos\, pq. \Big[- Cos\, nqs. \big\{Si[(ns+p)q] - Si[(ns-p)q]\big\} + Sin\, nqs. \big\{Ci[(ns+p)q] - Ci[(ns-p)q]\big\}\Big], \quad (v)$$

$$\int_0^\infty Cos\, px.\, Sin\, nsx \frac{qdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} Sin\, pq. \Big[Sin\, nqs. \big\{Si[(ns+p)q] - Si[(ns-p)q]\big\} + Cos\, nqs. \big\{Ci[(ns+p)q] + Ci[(ns-p)q]\big\}\Big] +$$

$$+ \frac{1}{2} Cos\, pq. \Big[- Cos\, nqs. \big\{Si[(ns+p)q] + Si[(ns-p)q]\big\} + Sin\, nqs. \big\{Ci[(ns+p)q] - Ci[(ns-p)q]\big\}\Big], \quad (w)$$

$$\int_0^\infty Cos\, px.\, Cos\, nsx \frac{xdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} Sin\, pq. \Big[Sin\, nqs. \big\{Ci[(ns+p)q] - Ci[(ns-p)q]\big\} - Cos\, nqs. \big\{Si[(ns+p)q] - Si[(ns-p)q]\big\}\Big] +$$

$$+ \frac{1}{2} Cos\, pq. \Big[Cos\, nqs. \big\{Ci[(ns+p)q] + Ci[(ns-p)q]\big\} + Sin\, nqs. \big\{Si[(ns+p)q] + Si[(ns-p)q]\big\}\Big]. \quad (x)$$

Men ziet, dat het er bij de waarde van de vier laatste integralen (u) tot (x) in het algemeen niet op aankomt, welk teeken de grootheid $ns-p$ verkrijgt, terwijl de invloed hiervan op de vier eerste integralen (q) tot (t) zeer groot is; de reden hiervan is, dat bij deze gemakkelijke herleidingen konden plaats hebben, die tot zulke eenvoudige uitkomsten voerden, terwijl deze herleidingen bij gene mislukten, ten deele ook omdat de theorie van de integraalsinus en integraalcosinus daartoe nog niet genoeg ontwikkeld is.

Wat meer in het bijzonder den invloed van het positief, negatief of nul zijn van $ns-p$ op de vier vergelijkingen (u) tot (x) betreft, zij het volgende opgemerkt. Bij de integraalsinus heeft dit volstrekt geen bezwaar, omdat de theorie dier functie ons leert dat $Si(0) = 0$ is. Bij de integraalcosinus komt wel eene zwarigheid voor, omdat bij haar de theorie ons aanwijst, dat de $Ci(0)$ niet meer doorloopend is; ten einde nu die integraalcosinus te vermijden, behoeft men slechts aan te nemen, dat $ns-p$ nimmer nul kan worden; en hieraan voldoet men door de voor-

waarde, dat $\frac{p}{s}$ niet een geheel getal kan zijn. In de volgende redeneringen toch wordt n altijd als een geheel getal beschouwd, en zoo is dan altijd voldaan aan de vereischte voorwaarde. Bij het volgende zal dus altijd deze onderstelling gelden.

De vier integralen (q) tot (t) vindt men in de *Nouvelles Tables d'Intégrales Définies* in Table 166 onder N°. 1, 2 en 3.

6. Door middel van (p), van (m) en (l), van (n) en van (o) geven ons de vergelijkingen (A) en (B)

$$\int_0^\infty f_1(x)\frac{qdx}{q^2-x^2} = \sum_1^a A_n\left[Sin\,nqs.\,Ci(nqs) - Cos\,nqs.\,Si(nqs)\right], \dots\dots\dots \quad (I)$$

$$\int_0^\infty f_2(x)\frac{qdx}{q^2-x^2} = \frac{\pi}{2}\sum_1^a B_n\,Sin\,nqs = \frac{\pi}{2}f_1(q), \dots\dots\dots \quad (II)$$

$$\int_0^\infty f_1(x)\frac{xdx}{q^2-x^2} = -\frac{\pi}{2}\sum_1^a A_n\,Cos\,nqs = -\frac{\pi}{2}\left\{f_2(q) - A_0\right\}, \dots\dots\dots \quad (III)$$

$$\int_0^\infty f_2(x)\frac{xdx}{q^2-x^2} = \infty \dots\dots\dots \quad (IV)$$

De laatste integraal blijkt ondoorloopend te zijn, en dat wel wegens den term $B_0\int_0^\infty \frac{xdx}{q^2-x^2} = \infty$.

daar $\int_0^\infty \frac{xdx}{q^2-x^2} = -\frac{1}{2}l(q^2-x^2)\Big|_0^\infty = -\infty$ is. Het is evenwel mogelijk, ook hier eene eindige uitkomst te verkrijgen, wanneer men namelijk

$$f'_2(x) = \sum_1^a B_n\,Cos\,nsx \dots\dots\dots \quad (y)$$

invoert, in plaats van de $f_2(x)$ uit (b): daartoe zoude bijv. kunnen dienen $f_2(x) - B_0 = \sum_1^a B_n\,Cos\,nsx$. Alsdan vervalt toch de oorzaak der ondoorloopendheid van de integralen in (IV), en men verkrijgt

$$\int_0^\infty f'_2(x)\frac{xdx}{q^2-x^2} = \sum_1^a B_n\left[Cos\,nqs.\,Ci(nqs) - Sin\,nqs.\,Si(nqs)\right] \dots\dots \quad (IV_a)$$

Maar met denzelfden vorm van $\varphi(x)$ kan men ook de stellingen (G) tot (K) gebruiken, waarbij

2

de u door p vervangen worde; bij de herleidingen komen nu alleen de hulpintegralen (m) tot (x) voor, niet meer de (l), zoodat hier geene der integralen ondoorloopend worden. Hier komt evenwel het teeken van $ns - p$ ter sprake, en wel bij het gebruik der integralen (q) tot (t), niet meer bij dat der integralen (v) tot (x). Zoo lang $p > us$ blijft, is altijd, tot voor de grootste waarde van n, $n = a$, de coefficient $p - ns$ positief, en heeft men dan slechts de eerste waarden der integralen (q) tot (t) noodig. Wordt juist $p = as$, zoo geldt het vorige voor de geheele sommatie van $n = 1$ tot $n = a - 1$, maar voor den laatsten term der sommatie, die voor $n = a$, wordt $p - ns$ gelijk nul; en men behoort dus voor dien term, de derde waarden van genoemde integralen te gebruiken. Is eindelijk $p < as$, dan zal voor eene zekere waarde van n, $n = d$, (die tusschen 1 en a gelegen is, $1 < d < a$), nog $p - ds > 0$, maar voor de opvolgende waarde van n, $n = d + 1$, integendeel $p - (d + 1)s < 0$ wezen: en nu behoort men voor $n = 1$ tot $n = d$, bij de sommatie de eerste waarden der hulpintegralen te gebruiken voor $n = d + 1$ tot $n = a$ integendeel de tweede waarden dier zelfde integralen. En hierbij kan nog eene uitzondering plaats hebben, wanneer namelijk juist $p = ds$ is. Dan moet men de sommatie in drie afzonderlijke gedeelten splitsen; de eerste loopt van $n = 1$ tot $n = d - 1$, met de eerste waarden der overeenkomstige integralen; daarop volgt een losse term voor $n = d$, waarvoor de laatste waarden dier integralen gelden; eindelijk volgt nu hetgeen er van de sommatie nog overblijft, namelijk voor $n = d + 1$ tot $n = a$, en hierbij moet men de tweede waarden der hulpintegralen invoeren. In deze beide laatste gevallen is onze d juist het grootste geheele getal, dat begrepen is in $\frac{p}{s}$; men schrijve dus naar gewoonte $d = \mathcal{E}\frac{p}{s}$; maar het onderscheid tusschen beide toestanden ligt daarin, dat $\frac{p}{s}$ zelf of eene breuk, of een geheel getal is. In plaats van $dp < s < (d + 1)p$ kan men dus de notatie gebruiken $d = \mathcal{E}\frac{p}{s}$, *breuk*, en in plaats van $dp = s < (d+1)p$ de volgende $d = \mathcal{E}\frac{p}{s}$, *geheel*; waarbij men er op dient te letten, dat de woorden *breuk* en *geheel* niet op d slaan, maar op de grootheid $\frac{p}{s}$.

Op deze wijze is het nu mogelijk geworden, om bij de eerste soort van algemeene vergelijkingen, die uit de formulen (G) tot (K) zullen moeten afgeleid worden, tot zekere, ware uitkomsten te geraken, en die uitkomsten ook op eenvoudige, licht te begrijpen, wijze voor te stellen. En hierin ligt, men zal het later kunnen opmerken, het eigenaardige karakter van deze splitsing der opvolgende herleidingen, waarover vroeger werd gesproken. Wanneer toch eenmaal de hier bedoelde bewerking en herleiding is afgeloopen, dan verkrijgt men wel onderscheidene waarden voor dezelfde integraal, naarmate van de betrekkelijke waarden van verschillende standvastigen; maar dan is daarentegen ook de weg gebaand tot de volgende bewerking, de invoering namelijk van $f_3(x)$ of van $f_4(x)$.

7. Gebruikt men de formule (q) met $f_1(x)$ en (r) met $f_2(x)$, zoo komt er

$$\int_0^\infty f_1(x)\, Sin\, px \frac{q\,dx}{q^2-x^2} = -\frac{\pi}{2} Cos\, pq. \sum_1^a A_n\, Sin\, nqs = -\frac{\pi}{2} Cos\, pq. f_1(q), \qquad [p \geqq as], .(V_a)$$

$$= -\frac{\pi}{2} Cos\, pq. \sum_1^d A_n\, Sin\, nqs - \frac{\pi}{2} Sin\, pq. \sum_{d+1}^a A_n\, Cos\, nqs, \quad \ldots\ldots\ldots (V_b)$$

$$= -\frac{\pi}{2} Cos\, pq. \sum_1^a A_n\, Sin\, nqs + \frac{\pi}{2} \sum_{d+1}^a A_n\, Sin\,\{(ns-p)q\} =$$

$$= -\frac{\pi}{2} Cos\, pq. f_1(q) + \frac{\pi}{2} \sum_{d+1}^a A_n\, Sin\,\{(ns-p)q\}, \qquad \left[\begin{array}{c} p < as, \\ d = \mathcal{E}\frac{p}{s} \end{array}\right], .(V_c)$$

$$= -\frac{\pi}{2} Sin\, pq. \sum_1^a A_n\, Cos\, nqs - \frac{\pi}{2} \sum_1^d A_n\, Sin\,\{(ns-p)q\} =$$

$$= -\frac{\pi}{2} Sin\, pq. \{f_2(q) - A_0\} - \frac{\pi}{2} \sum_1^d A_n\, Sin\,\{(ns-p)q\}; \quad \ldots\ldots\ldots (V_d)$$

$$\int_0^\infty f_2(x)\, Sin\, px \frac{x\,dx}{q^2-x^2} = -\frac{\pi}{2} B_0 Cos\, pq - \frac{\pi}{2} Cos\, pq. \sum_1^a B_n\, Cos\, nqs = -\frac{\pi}{2} Cos\, pq. f_2(q), \ [p > as], .(VI_a)$$

$$= -\frac{\pi}{2} B_0 Cos\, pq - \frac{\pi}{4} B_a Cos\, 2pq - \frac{\pi}{2} Cos\, pq. \sum_1^{a-1} B_n\, Cos\, nqs = \quad \ldots\ldots (VI_b)$$

$$= -\frac{\pi}{2} B_0\, Cos\, pq + \frac{\pi}{4} B_a - \frac{\pi}{2} Cos\, pq. \sum_1^a B_n\, Cos\, nqs = \qquad [p = as],$$

$$= -\frac{\pi}{2} f_2(q) + \frac{\pi}{4} B_a, \quad \ldots\ldots (VI_c)$$

$$= -\frac{\pi}{2} B_0\, Cos\, pq - \frac{\pi}{2} Cos\, pq. \sum_1^d B_n\, Cos\, nqs + \frac{\pi}{2} Sin\, pq. \sum_{d+1}^a B_n\, Sin\, nqs, \quad \ldots\ldots\ldots (VI_d)$$

$$= -\frac{\pi}{2} B_0 Cos\, pq - \frac{\pi}{2} Cos\, pq. \sum_1^a B_n Cos\, nqs + \frac{\pi}{2} \sum_{d+1}^a B_n Cos\,\{(ns-p)q\} =$$

$$= -\frac{\pi}{2} Cos\, pq. f_2(q) + \frac{\pi}{2} \sum_{d+1}^a B_n\, Cos\,\{(ns-p)q\}, \qquad \left[\begin{array}{c} p > as, \\ d = \mathcal{E}\frac{p}{s}. \\ \text{breuk} \end{array}\right] ..(VI_e)$$

$$= -\frac{\pi}{2} B_0 Cos\, pq + \frac{\pi}{2} Sin\, pq. \sum_1^d B_n Sin\, nqs - \frac{\pi}{2} \sum_1^a B_n Cos\,\{(ns-p)q\} =$$

$$= -\frac{\pi}{2} B_0\, Cos\, pq + \frac{\pi}{2} Sin\, pq. f_1(q) - \frac{\pi}{2} \sum_1^d B_n\, Cos\,\{(ns-p)q\}, \quad \ldots (VI\,f)$$

$$\int_0^\infty f_2(x) Sin\, px \frac{xdx}{q^2-x^2} = -\frac{\pi}{2} B_0 Cos\, pq - \frac{\pi}{2} Cos\, pq. \sum_1^{d-1} B_n Cos\, nqs - \frac{\pi}{4} B_d Cos\, 2pq + \frac{\pi}{2} Sin\, pq. \sum_{d+1}^{a} B_n Sin\, nqs, \quad \ldots\ldots (VI_g)$$

$$= -\frac{\pi}{2} B_0 Cos\, pq + \frac{\pi}{4} B_d - \frac{\pi}{2} Cos\, pq. \sum_1^{a} B_n Cos\, nqs + \frac{\pi}{2} \sum_{d+1}^{a} B_n Cos\{(ns-p)q\} =$$

$$= -\frac{\pi}{2} Cos\, pq. f_2(q) + \frac{\pi}{4} B_d + \frac{\pi}{2} \sum_{d+1}^{a} B_n Cos\, \{(ns-p)\, q\}, \quad \left[p < as,\ d = \mathcal{E}\frac{p}{s},\ \text{geheel} \right] \ldots (VI_h)$$

$$= -\frac{\pi}{2} B_0 Cos\, pq - \frac{\pi}{4} B_d + \frac{\pi}{2} Sin\, pq. \sum_1^{a} B_n Sin\, nqs - \frac{\pi}{2} \sum_1^{d-1} B_n Cos\{(ns-p)q\} =$$

$$= -\frac{\pi}{2} B_0 Cos\, pq - \frac{\pi}{4} B_d + \frac{\pi}{2} Sin\, pq. f_1(q) - \frac{\pi}{2} \sum_1^{d-1} B_n Cos\{(ns-p)\, q\}. \quad \ldots\ldots (VI_i)$$

Voor dat men verder gaat, mogen hier een paar opmerkingen hare plaats vinden. Vooreerst is de derde waarde van (q) voor $p = ns$ begrepen in de beide vorige als grenswaarde, omdat dan $-\frac{\pi}{2} Sin\, nqs. Cos\, nqs = -\frac{\pi}{4} Sin\, 2nqs = -\frac{\pi}{4} Sin\, 2pq$ is; vandaar, dat in de formulen (V_a) tot (V_d) geen onderscheid behoefde gemaakt te worden tusschen $p > as$ en $p = as$, of tusschen $\frac{p}{s}$ breuk of geheel. Dit was daarentegen bij de volgende integraal wel degelijk noodzakelijk, omdat in (r) de derde waarde niet uit eene der beide eerste volgt; vandaar dan ook het onderscheid tusschen (VI_b) en (VI_c), tusschen (VI_d) tot (VI_f) en (VI_g) tot (VI_h). Waar somtijds de sommatie konde herleid worden tot $f_1(q)$ of tot $f_2(q)$ is dit gedaan; daarbij is echter, waar het zijn moest, afgezien van het onderscheid tusschen de coefficienten A_n en B_n; zoodat bij de formulen (V) bij f_2 de coefficienten B_n, in de formulen (VI) bij f_1 daarentegen de coefficienten A_n moeten gedacht worden. Eindelijk is, waar eene sommatie voorkwam van bijv. $d+1$ tot a, de formule ook zoo herleid, dat die sommatie vervangen werd door eene van 1 tot d; men heeft dan de keus, naarmate $a-d$ grooter of kleiner is dan d, of naarmate a grooter of kleiner is dan $2d$, de laatste of de eerste sommatie te gebruiken, die dan het spoedigst te berekenen is.

Evenzoo geven de vergelijkingen (u) met $f_1(x)$ en (v) met $f_2(x)$ de volgende stellingen, waarbij nu geene bijzondere gevallen ter sprake kunnen komen, tengevolge van het algemeene karakter der hulpintegralen (u)

$$\int_0^\infty f_1(x)\, Sin\, px \frac{xdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} Sin\, pq. \sum_1^{a} A_n \Big[Sin\, nqs. \{ Ci[(ns+p)q] + Ci[(ns-p)q] \} - Cos\, nqs. \{ Si[(ns+p)q] + Si[(ns-p)q] \} \Big] -$$

$$- \frac{1}{2} Cos\, pq \sum_1^{a} A_n \Big[Cos\, nqs. \{ Ci[(ns+p)q] - Ci[(ns-p)q] \} + Sin\, nqs. \{ Si[(ns+p)q] - Si[(ns-p)q] \} \Big]; \ (VII)$$

$$\int_0^\infty f_2(x)\, Sin\, px \frac{qdx}{q^2-x^2} = B_0 \big[Sin\, pq. Ci\,(pq) - Cos\, pq. Si\,(pq) \big] +$$

$$+ \frac{1}{2} Sin\, pq. \sum_1^{a} B_n \Big[Sin\, nqs\ \{ Si[(ns+p)q] + Si[(ns-p)q] \} + Cos\, nqs. \{ Ci[(ns+p)q] + Ci[(ns-p)q] \} \Big] -$$

$$- \frac{1}{2} Cos\, pq. \sum_1^{a} B_n \Big[Cos\, nqs. \{ Si[(ns+p)q] - Si[(ns-p)q] \} - Sin\, nqs. \{ Ci[(ns+p)q] - Ci[(ns-p)q] \} \Big]. (VIII)$$

In de vergelijkingen (VI) en (VIII) werden de integralen, die B_0 tot coefficient hebben, bepaald door de formulen (n) en (p).

Even als de vorige herleidingsformulen, die alle den factor $Sin\,px$ bezitten, kan men er ook dergelijke afleiden met de factor $Cos\,px$. Daartoe moet men de vergelijkingen (s) met $f_1(x)$ en (t) met $f_2(x)$ gebruiken; terwijl in dit laatste geval de B_0 tot coefficient verkrijgt de integraal (m). Hier gelden wederom dergelijke opmerkingen als er straks ten opzichte der formulen (V) en (VI) werden gemaakt. Bij de hulpintegralen (t) is voor $p = ns$ de waarde slechts een bijzonder geval van elke der beide waarden voor $p > ns$ en voor $p < ns$: dit maakt de beschouwing veel eenvoudiger en van dergelijken aard als bij de vergelijkingen (V). Ditzelfde heeft echter geene plaats bij de derde waarde van de integraal (s), die zich niet laat terugbrengen tot eene der beide eerste waarden; dit heeft dus ook hier ten gevolge, dat er meer afzonderlijke gevallen te beschouwen zijn, even als bij de formulen (VI). Wanneer men op dit alles let, verkrijgt men achtervolgens

$$\int_0^\infty f_1(x)\,Cos\,px\,\frac{x\,dx}{q^2-x^2} = \frac{\pi}{2} Sin\,pq.\sum_1^a A_n\,Sin\,nqs = \frac{\pi}{2} Sin\,pq.\,f_1(q), \qquad [p>as], \;.\; (IX_a)$$

$$= -\frac{\pi}{4} A_a\,Cos\,2pq + \frac{\pi}{2} Sin\,pq.\sum_1^{a-1} A_n\,Sin\,nqs = \;.\;.\;.\;.\;.\; (IX_b)$$

$$= -\frac{\pi}{4} A_a + \frac{\pi}{2} Sin\,pq.\sum_1^a A_n\,Sin\,nqs = -\frac{\pi}{4} A_a + \frac{\pi}{2} Sin\,pq.\,f_1(q) \;.\;.\;.\;.\;.\; (IX_c)$$

$$\left.\begin{matrix}(IX_b)\\(IX_c)\end{matrix}\right\}, [p = as],$$

$$= \frac{\pi}{2} Sin\,pq.\sum_1^d A_n\,Sin\,nqs - \frac{\pi}{2} Cos\,pq.\sum_{d+1}^a A_n\,Cos\,nqs, \;.\;.\;.\;.\; (IX_d)$$

$$= \frac{\pi}{2} Sin\,pq.\sum_1^a A_n\,Sin\,nqs - \frac{\pi}{2}\sum_{d+1}^a A_n\,Cos\{(ns-p)q\} =$$

$$= \frac{\pi}{2} Sin\,pq.\,f_1(q) - \frac{\pi}{2}\sum_{d+1}^a A_n\,Cos\{(ns-p)q\}, \qquad \left[\begin{matrix}p < as,\\ d = \mathcal{E}\frac{p}{s},\\ \text{breuk}\end{matrix}\right], \;.\; (IX_e)$$

$$= -\frac{\pi}{2} Cos\,pq.\sum_1^a A_n\,Cos\,nqs + \frac{\pi}{2}\sum_1^d A_n\,Cos\{(ns-p)q\} =$$

$$= -\frac{\pi}{2} Cos\,pq.\{f_2(q) - A_0\} + \frac{\pi}{2}\sum_1^d A_n\,Cos\{(ns-p)q\}, \;.\;.\;.\;.\; (IX_f)$$

$$= \frac{\pi}{2} Sin\,pq.\sum_1^{d-1} A_n\,Sin\,nqs - \frac{\pi}{4} A_d\,Cos\,2pq - \frac{\pi}{2} Cos\,pq.\sum_{d+1}^a A_n\,Cos\,nqs, \;.\;.\;.\;.\; (IX_g)$$

$$= -\frac{\pi}{4} A_d + \frac{\pi}{2} Sin\,pq.\sum_1^a A_n\,Sin\,nqs - \frac{\pi}{2}\sum_{d+1}^a A_n\,Cos\{(ns-p)q\} =$$

$$= -\frac{\pi}{4} A_d + \frac{\pi}{2} Sin\,pq.\,f_1(q) - \frac{\pi}{2}\sum_{d+1}^a A_n\,Cos\{(ns-p)q\}, \qquad \left[\begin{matrix}p < as,\\ d = \mathcal{E}\frac{p}{s},\\ \text{geheel}\end{matrix}\right], \;.\; (IX_h)$$

$$= \frac{\pi}{4} A_d - \frac{\pi}{2} Cos\,pq.\sum_1^a A_n\,Cos\,nqs + \frac{\pi}{2}\sum_1^{a-1} A_n\,Cos\{(ns-p)q\} =$$

$$= \frac{\pi}{4} A_d - \frac{\pi}{2} Cos\,pq.\{f_2(q) - A_0\} + \frac{\pi}{2}\sum_1^{d-1} A_n\,Cos\{(ns-p)q\}; \;.\;.\;.\;.\;.\; (IX_i)$$

$$\int_0^\infty f_2(x)\,Cos\,px\frac{qdx}{q^2-x^2}=\frac{\pi}{2}B_0\,Sin\,pq+\frac{\pi}{2}Sin\,pq.\sum_1^a B_n\,Cos\,nqs=\frac{\pi}{2}Sin\,pq.f_2(q),\quad [p\geqq as],\quad (X_a)$$

$$=\frac{\pi}{2}B_0\,Sin\,pq+\frac{\pi}{2}Sin\,pq.\sum_1^d B_n\,Cos\,nqs+\frac{\pi}{2}Cos\,pq.\sum_{d+1}^a B_n\,Cos\,nqs,\quad \ldots\ldots (X_b)$$

$$=\frac{\pi}{2}B_0\,Sin\,pq+\frac{\pi}{2}Sin\,pq.\sum_1^a B_n\,Cos\,nqs+\frac{\pi}{2}\sum_{d+1}^a B_n\,Sin\,\{(ns-p)q\}=$$

$$=\frac{\pi}{2}Sin\,pq.f_2(q)+\frac{\pi}{2}\sum_{d+1}^a B_n\,Sin\,\{(ns-p)q\},\quad \left[\begin{array}{l}p<as,\\ d=\mathcal{E}\frac{p}{s}\end{array}\right],\ldots (X_c)$$

$$=\frac{\pi}{2}B_0\,Sin\,pq+\frac{\pi}{2}Cos\,pq.\sum_1^a B_n\,Sin\,nqs-\frac{\pi}{2}\sum_1^a B_n\,Sin\,\{(ns-p)q\}=$$

$$=\frac{\pi}{2}Sin\,pq.\{f_1(q)+B_0\}-\frac{\pi}{2}\sum_1^d B_n\,Sin\,\{(ns-p)q\};\quad \ldots\ldots (X_d)$$

$$\int_0^\infty f_1(x)\,Cos\,px\frac{qdx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{1}{2}Sin\,pq.\sum_1^a A_n\Big\{Sin\,nqs\,\{Si[(ns+p)q]-Si[(ns-p)q]\}+Cos\,nqs.\{Ci[(ns+p)q]+Ci[(ns-p)q]\}\Big\}-$$

$$-\frac{1}{2}Cos\,pq.\sum_1^a A_n\Big[Cos\,nqs.\{Si[(ns+p)q]+Si[(ns-p)q]\}-Sin\,nqs.\{Ci[(ns+p)q]-Ci[(ns-p)q]\}\Big];(XI)$$

$$\int_0^\infty f_2(x)\,Cos\,px\frac{xdx}{q^2-x^2}=B_0\,\{Cos\,pq.\,Ci(pq)+Sin\,pq.\,Si(pq)\}\;+$$

$$+\frac{1}{2}Sin\,pq\sum_1^a B_n\Big[Sin\,nqs.\{Ci[(ns+p)q]-Ci[(ns-p)q]\}-Cos\,nqs.\{Si[(ns+p)q]-Si[(ns-p)q]\}\Big]+$$

$$+\frac{1}{2}Cos\,pq.\sum_1^a B_n\Big[Cos\,nqs.\{Ci[(ns+p)q]+Ci[(ns-p)q]\}+Sin\,nqs.\{Si[(ns+p)q]+Si[(ns-p)q]\}\Big].(XII)$$

Ook hier is, waar zulks mogelijk was, de sommatie herleid tot $f_1(q)$ of $f_2(q)$, evenwel zonder te letten op het onderscheid tusschen de coefficienten A_n en B_n, zoodat bv. $f_2(q)-A_0$ eigenlijk moest heeten $f_2(q)-B_0$. Waar vervolgens eene sommatie voorkwam, die niet tot $f_1(q)$ of $f_2(q)$ te herleiden is, is zij telkens op twee wijzen voorgesteld, of als eene sommatie van 1 tot d of als eene andere van $d+1$ tot a; opdat men de keuze hebbe tusschen deze twee sommatien, waarvan de eerste of de laatste de eenvoudigste is, naarmate $a-d$ grooter of kleiner dan d, dat is naarmate a grooter of kleiner is dan $2d$.

8. Volgens de voorschriften van N°. 4, zal men nu bij de toepassing van deze twaalf algemeene herleidingsintegralen, die de eerste schrede van onze methode uitmaakt, er allereerst op te letten hebben, dat de coefficienten A_n en B_n geschikt zijn voor ons doel; dat er namelijk in de tweede leden eenvoudige uitdrukkingen voorkomen. En hiertoe wordt vereischt, dat de sommatie van $d+1$ tot a, of althans die van 1 tot d gemakkelijk uit te drukken is, deze

laatste is wel is waar eindig, maar bestaat uit een aantal van d termen; dit aantal kan groot genoeg zijn, om naderhand veel last te veroorzaken.

De functien, wier ontwikkeling hier wel het meeste gemak zal geven, zijn

$$f_1(x) = \frac{r\, Sin\, sx}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2} = \sum_1^\infty r^n\, Sin\, nsx\,, \quad f_2(x) = \frac{1 - r^2}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2} = 1 + 2\sum_1^\infty r^n\, Cos\, nsx\,,$$

$$f_2(x) = \frac{(1 - r^2)\, r\, Cos\, sx}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2} = r^2 + (1 + r^2)\sum_1^\infty r^n\, Cos\, nsx; \quad \ldots\ldots\ldots (z)$$

want hierbij behoort

$$\sum_0^\infty r^n\, Cos\, nqs = \frac{1 - r\, Cos\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2}, \quad \sum_1^\infty r^n\, Cos\, nqs = \frac{r\,(Cos\, qs - r)}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2},$$

$$\sum_1^k r^n\, Sin\, nqs = \frac{r\, Sin\, qs - r^k\, Sin\, kqs + r^{k+1}\, Sin\{(k-1)\, qs\}}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2},$$

$$\sum_1^k r^n\, Cos\, nqs = \frac{r\, Cos\, qs - r^2 - r^k\, Cos\, kqs + r^{k+1}\, Cos\{(k-1)\, qs\}}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2},$$

$$\sum_k^\infty r^n\, Sin\, nqs = r^k \frac{Sin\, kqs - r\, Sin\{(k-1)qs\}}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2}, \quad \sum_k^\infty r^n\, Cos\, nqs = r^k \frac{Cos\, kqs - r\, Cos\{(k-1)qs\}}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2}; \quad . (aa$$

geldende voor $-1 < r < 1$. Daar a hier oneindig is, heeft men steeds $p < cs$; zoodat de gevallen, dat $p > cs$ of dat $p = cs$ is, hier niet kunnen voorkomen.

Voert men nu de reeksontwikkeling f_1 bij de vergelijkingen I en III in, de beide ontwikkelingen f_2 bij de vergelijking (II), en de tweede der ontwikkelingen (aa) bij de (IV_a), zoo komt er vooreerst

$$\int_0^\infty \frac{Sin\, sx}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2}\, \frac{q dx}{q^2 - x^2} = \sum_1^\infty r^n \left[Sin\, nqs.\, Ci(nqs) - Cos\, nqs.\, Si(nqs)\right] \quad \ldots\ldots (1)$$

$$\int_0^\infty \frac{1 - r^2}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2}\, \frac{q dx}{q^2 - x^2} = \pi \sum_1^\infty r^n\, Sin\, nqs = \frac{\pi\, r\, Sin\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2}, \quad \ldots\ldots (2)$$

$$\int_0^\infty \frac{(1 - r^2)\, r Cos\, sx}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2}\, \frac{q dx}{q^2 - x^2} = \frac{\pi}{2}(1 + r^2)\sum_1^\infty r^n\, Sin\, nqs = \frac{\pi}{2}\, \frac{(1 + r^2)\, r\, Sin\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2}, \quad . . (3)$$

$$\int_0^\infty \frac{r\, Sin\, sx}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2}\, \frac{x dx}{q^2 - x^2} = -\frac{\pi}{2}\sum_1^\infty r^n\, Cos\, nqs = -\frac{\pi r}{2}\, \frac{Cos\, qs - r}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2}, \quad . . (4)$$

$$\int_0^\infty \frac{r\,(Cos\, sx - r)}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2}\, \frac{x dx}{q^2 - x^2} = \sum_1^\infty r^n \left[Cos\, nqs.\, Ci(nqs) + Sin\, nqs.\, Si(nqs)\right] \quad \ldots\ldots (5$$

Voor de volgende integralen zal het hier in de bijzondere gevallen verkieselijk zijn, de niet herleide vormen te gebruiken, omdat in de herleidingsformulen (aa) alle sommatien gegeven

zijn, die daarbij voorkomen. Op deze wijze leveren de stellingen (V_b), (VI_d) en (VI_g), (VII) en (VIII), waar de beide laatste onafhankelijk zijn van het teeken van $p - ds$,

$$\int_0^\infty \frac{r\, Sin\, sx.\, Sin\, px}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2}\, \frac{q\,dx}{q^2 - x^2} = -\frac{\pi}{2} Cos\, pq. \sum_1^d r^n\, Sin\, nqs - \frac{\pi}{2} Sin\, pq. \sum_{d+1}^\infty r^n\, Cos\, nqs =$$

$$= -\frac{\pi}{2} Cos\, pq \frac{r\, Sin\, qs - r^{d+1} Sin\{(d+1)qs\} + r^{d+2} Sin\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} - \frac{\pi}{2} Sin\, pq.\, r^{d+1} \frac{Cos\{(d+1)qs\} - r\, Cos\, dqs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2} \frac{-r\, Sin\, qs.\, Cos\, pq + r^{d+1} Sin\{(ds+s-p)q\} + r^{d+2} Sin\{(ds-p)q\}}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2}, \left[d = \mathcal{E}\frac{p}{s}, \text{ breuk}\right], \quad . \quad (6)$$

$$= \frac{\pi}{2} r\, Sin\, qs \frac{r^d - Cos\, dqs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2}; \left[d = \mathcal{E}\frac{p}{s}, \text{ geheel}\right]; \quad . \ . \ . \quad (6_a)$$

$$\int_0^\infty \frac{(1-r^2)\, Sin\, px}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2}\, \frac{x\,dx}{q^2 - x^2} = -\frac{\pi}{2} Cos\, pq - \frac{\pi}{2} Cos\, pq.\, 2\sum_1^d r^n\, Cos\, nqs + \frac{\pi}{2} Sin\, pq.\, 2\sum_{d+1}^\infty r^n\, Sin\, nqs =$$

$$= -\frac{\pi}{2} Cos\, pq - \pi\, Cos\, pq \frac{r\, Cos\, qs - r^2 - r^{d+1} Cos\{(d+1)qs\} + r^{d+2} Cos\, dqs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} + \pi\, Sin\, pq.\, r^{d+1} \frac{Sin\{(d+1)qs\} - r\, Sin\, dqs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} =$$

$$= \pi \frac{-\frac{1}{2}(1-r^2)\, Cos\, pq + r^{d+1} Cos\{(ds+s-p)q\} - r^{d+2} Cos\{(ds-p)q\}}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2}, \left[d = \mathcal{E}\frac{p}{s}, \text{ breuk}\right], \quad . \quad (7)$$

$$= -\frac{\pi}{2} Cos\, pq - \frac{\pi}{2} Cos\, pq.\, 2\sum_1^{d-1} r^n\, Cos\, nqs - \frac{\pi}{2} r^d\, Cos\, 2pq + \frac{\pi}{2} Sin\, pq.\, 2\sum_{d+1}^\infty r^n\, Sin\, nqs =$$

$$= -\frac{\pi}{2} Cos\, pq + \pi\, Cos\, pq \frac{r\, Cos\, qs - r^2 - r^d\, Cos\, dqs + r^{d+1} Cos\{(d-1)qs\}}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} - \frac{\pi}{2} r^d\, Cos\, 2pq +$$

$$+ \pi\, Sin\, pq.\, r^{d+1} \frac{Sin\{(d+1)qs\} - r\, Sin\, dqs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} = \frac{\pi}{2} \frac{(1-r^2)(r^d - Cos\, pq)}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2}; \left[d = \mathcal{E}\frac{p}{s}, \text{ geheel}\right]. \ (7_a)$$

$$\int_0^\infty \frac{r(1-r^2)\, Cos\, sx.\, Sin\, px}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2}\, \frac{x\,dx}{q^2 - x^2} =$$

$$= -\frac{\pi}{2} r^2\, Cos\, pq - \frac{\pi}{2} Cos\, pq.\, (1+r^2) \sum_1^d r^n\, Cos\, nqs + \frac{\pi}{2} Sin\, pq.\, (1+r^2) \sum_{d+1}^\infty r^n\, Sin\, nqs =$$

$$= -\frac{\pi}{2} r^2\, Cos\, pq - \frac{\pi}{2} Cos\, pq.(1+r^2) \frac{r\, Cos\, qs - r^2 - r^{d+1} Cos\{(d+1)qs\} + r^{d+2} Cos\, dqs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} +$$

$$+ \frac{\pi}{2} Sin\, pq.\, (1+r^2)\, r^{d+1} \frac{Sin\{(d+1)qs\} - r\, Sin\, dqs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2} \frac{-(1-r^2)\, r\, Cos\, pq.\, Cos\, qs + (1+r^2)\, r^{d+1} Cos\{(ds+s-p)q\} - (1+r^2)\, r^{d+2} Cos\{(ds-p)q\}}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2}, \left[\begin{matrix} d = \mathcal{E}\frac{p}{s}, \\ \text{breuk} \end{matrix}\right], (8)$$

$$\int_0^\infty \frac{r(1-r^2)\,Cos\,sx.\,Sin\,px}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{xdx}{q^2-x^2}=$$

$$=-\frac{\pi}{2}r^2\,Cos\,pq-\frac{\pi}{2}Cos\,pq.(1+r^2)\sum_1^{d-1}r^n\,Cos\,nqs-\frac{\pi}{4}(1+r^2)r^d\,Cos\,2pq+\frac{\pi}{2}\,Sin\,pq.(1+r^2)\sum_{d+1}^{\infty}r^n\,Sin\,nqs=$$

$$=-\frac{\pi}{2}r^2\,Cos\,pq-\frac{\pi}{2}(1+r^2)Cos\,pq\,\frac{r\,Cos\,qs-r^2-r^d\,Cos\,dqs+r^{d+1}\,Cos\{(d-1)qs\}}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}-\frac{\pi}{4}(1+r^2)r^d\,Cos\,2pq+$$

$$+\frac{\pi}{2}(1+r^2)Sin\,pq.\,r^{d+1}\frac{Sin\{(d+1)qs\}-r\,Sin\,dqs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}=\frac{\pi}{2}r(1-r^2)\,\frac{-Cos\,pq.\,Cos\,qs+\frac{1}{2}r^{d-1}(1+r^2)}{1-2r\,Cos\,qs+r^2},\left[\begin{array}{c}d=\mathcal{E}\frac{p}{s},\\ \text{geheel}\end{array}\right];\,.\,(8_a)$$

$$\int_0^\infty \frac{r\,Sin\,sx.\,Sin\,px}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{xdx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{1}{2}\,Sin\,pq.\sum_1^\infty r^n\Big[Sin\,nqs.\{Ci[(ns+p)q]+Ci[(ns-p)q]\}-Cos\,nqs.\{Si[(ns+p)q]+Si[(ns-p)q]\}\Big]-$$

$$-\frac{1}{2}\,Cos\,pq.\sum_1^\infty r^n\Big[Cos\,nqs.\{Ci[(ns+p)q]-Ci[(ns-p)q]\}+Sin\,nqs.\{Si[(ns+p)q]-Si[(ns-p)q]\}\Big];\;.\;.\;.\;.\;(9)$$

$$\int_0^\infty \frac{(1-r^2)\,Sin\,px}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{qdx}{q^2-x^2}=Sin\,pq.\,Ci\,(pq)-Cos\,pq.\,Si\,(pq)\;+$$

$$+\,Sin\,pq.\sum_1^\infty r^n\Big[Sin\,nqs.\{Si[(ns+p)q]+Si[(ns-p)q]\}+Cos\,nqs.\{Ci[(ns+p)q]+Ci[(ns-p)q]\}\Big]-$$

$$-\,Cos\,pq.\sum_1^\infty r^n\Big[Cos\,nqs.\{Si[(ns+p)q]-Si[(ns-p)q]\}-Sin\,nqs.\{Ci[(ns+p)q]-Ci[(ns-p)q]\}\Big];\;.\;.\;(10)$$

$$\int_0^\infty \frac{(1-r^2)\,r\,Cos\,sx.\,Sin\,px}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{qdx}{q^2-x^2}=r^2\,\big[Sin\,pq.\,Ci\,(pq)-Cos\,pq.\,Si\,(pq)\big]+$$

$$+\frac{1}{2}(1+r^2)\,Sin\,pq.\sum_1^\infty r^n\Big[Sin\,nqs.\{Si[(ns+p)q]+Si[(ns-p)q]\}+Cos\,nqs.\{Ci[(ns+p)q]+Ci[(ns-p)q]\}\Big]-$$

$$-\frac{1}{2}(1+r^2)Cos\,pq.\sum_1^\infty r^2\Big[Cos\,nqs.\{Si[(ns+p)q]-Si[(ns-p)q]\}-Sin\,nqs\,\{Ci[(ns+p)q]-Ci[(ns-p)q]\}\Big]\;.\;.\;.\;(11)$$

Bij de beide herleidingsintegralen (VI) en (VIII) zijn hier de beide vormen van $f_2\,(x)$ gebruikt. De integraal ($6a$) is hier bijgevoegd, ter wille van de overeenkomst met de integralen (7_a) en (8_a): zij is echter uit (6) afgeleid, die voor $\frac{p}{s}$ geheel zoowel als breuk geldt, door $p=ds$ te stellen.

Wat betreft de volgende herleidingsformnlen (IX) tot (XII), zal men evenzoo moeten te werk gaan als bij de vorige. Men zal daarvan, waar zulks te pas komt, liefst de niet herleide vormen gebruiken, omdat de sommatien in (aa) ons alsdan de noodige diensten bewijzen; men heeft dus hier toe te passen (IX_d) en (IX_g), (X_b), (XI) en (XII): vervolgens zullen ook hier beide waarden voor $f_2(x)$ kunnen gelden voor de herleidingsformulen (X) en (XII): eindelijk kan men ook, even als boven, alleen ter wille van de overeenkomst bij de integralen, die uit toepassing van (X_b) volgen, de bijzondere waarden bepalen voor het geval dat $d = \mathcal{E}\frac{p}{s}$ geheel, dus $p = ds$ is. Aldus verkrijgt men dan achtervolgens

$$\int_0^\infty \frac{r \, Sin \, sx . \, Cos \, px}{1 - 2 \, Cos \, sx + r^2} \, \frac{x dx}{q^2 - x^2} = \frac{\pi}{2} Sin \, pq . \sum_1^\infty r^n \, Sin \, nqs - \frac{\pi}{2} Cos \, pq . \sum_1^\infty r^n \, Cos \, nqs =$$

$$= \frac{\pi}{2} Sin \, pq \, \frac{r Sin \, qs - r^{d+1} Sin\{(d+1)qs\} + r^{d+2} Sin \, dqs}{1 - 2r \, Cos \, qs + r^2} - \frac{\pi}{2} Cos \, pq . \, r^{d+1} \frac{Cos\{(d+1)qs\} - r Cos \, dqs}{1 - 2r \, Cos \, qs + r^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2} \, \frac{r \, Sin \, pq . \, Sin \, qs - r^{d+1} \, Cos\{(ds + s - p)q\} + r^{d+1} \, Cos\{(ds - p)q\}}{1 - 2r \, Cos \, qs + r^2} \, , \left[d = \mathcal{E}\frac{p}{s}, \text{ breuk}\right], \, . \; . \quad (12)$$

$$= \frac{\pi}{2} Sin \, pq . \sum_1^{d-1} r^n \, Sin \, nqs - \frac{\pi}{4} r^d \, Cos \, 2pq - \frac{\pi}{2} Cos \, pq . \sum_{d+1}^\infty r^n \, Cos \, nqs =$$

$$= \frac{\pi}{2} Sin \, pq \frac{r Sin \, qs - r^d Sin \, dqs + r^{d+1} Sin\{(d-1)qs\}}{1 - 2r \, Cos \, qs + r^2} - \frac{\pi}{4} r^d Cos \, 2pq - \frac{\pi}{2} Cos \, pq . r^{d+1} \frac{Cos\{(d+1)qs\} - r Cos \, dqs}{1 - 2r \, Cos \, qs + r^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2} \, \frac{r \, Sin \, pq . \, Sin \, qs - \frac{1}{2} r^d (1 + r^2)}{1 - 2r \, Cos \, qs + r^2} \, ; \left[d = \mathcal{E}\frac{p}{s}, \text{ geheel}\right], \, . \; . \; . \quad (12_a)$$

$$\int_0^\infty \frac{(1 - r^2) \, Cos \, px}{1 - 2r \, Cos \, sx + r^2} \, \frac{q dx}{q^2 - x^2} = \frac{\pi}{2} Sin \, pq + \frac{\pi}{2} Sin \, pq . \, 2 \sum_1^d r^n \, Cos \, nqs + \frac{\pi}{2} Cos \, pq . \, 2 \sum_{d+1}^\infty r^n \, Sin \, nqs =$$

$$= \frac{\pi}{2} Sin \, pq + \pi Sin \, pq \frac{r Cos qs - r^2 - r^{d+1} Cos\{(d+1)qs\} + r^{d+2} Cos \, dqs}{1 - 2r \, Cos \, qs + r^2} + \pi Cos pq . \, r^{d+2} \frac{Sin\{(d+1)qs\} - r Sin \, dqs}{1 - 2r \, Cos qs + r^2} =$$

$$= \pi \frac{\frac{1}{2}(1 - r^2) \, Sin \, pq + r^{d+1} \, Sin\{(ds + s - p)q\} - r^{d+2} \, Sin\{(ds - p)q}{1 - 2r \, Cos \, qs + r^2} \, , \left[d = \mathcal{E}\frac{p}{s}\right], \quad (13)$$

$$= \pi \frac{\frac{1}{2}(1 - r^2) Sin \, dqs + r^{d+1} \, Sin \, qs}{1 - 2r \, Cos \, qs + r^2} \, ; \left[d = \mathcal{E}\frac{p}{s}, \text{ geheel}\right], \, . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13_a)$$

$$\int_0^\infty \frac{(1-r^2)\, r\, Cos\, sx.\, Cos\, px}{1-2r\, Cos\, sx+r^2}\, \frac{qdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2} r^2\, Sin\, pq + \frac{\pi}{2}(1+r^2)\, Sin\, pq. \sum_1^d r^n\, Cos\, nqs + \frac{\pi}{2}(1+r^2)\, Cos\, pq. \sum_{d+1}^\infty r^n\, Sin\, nqs =$$

$$= \frac{\pi}{2} r^2\, Sin\, pq + \frac{\pi}{2}(1+r^2)\, Sin\, pq \frac{r\, Cos\, qs - r^2 - r^{d+1}\, Cos\{(d+1)qs\} + r^{d+2}\, Cos\, dqs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} +$$

$$+ \frac{\pi}{2}(1+r^2)\, Cos\, pq.\, r^{d+1} \frac{Sin\{(d+1)qs\} - r\, Sin\, dqs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2} \frac{(1-r^2) r\, Cos\, qs.\, Sin\, pq + (1+r^2)\left[r^{d+1}\, Sin\{(ds+s-p)q\} - r^{d+2}\, Sin\{(ds-p)q\}\right]}{1-2r\, Cos\, qs+r^2}, \left[d = \mathcal{E}\frac{p}{s}\right], \quad (14)$$

$$= \frac{\pi}{2} \frac{(1-r^2)\, r\, Cos\, qs.\, Sin\, dqs + (1+r^2)\, r^{d+1}\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2}; \left[d = \mathcal{E}\frac{p}{s},\ \text{geheel}\right], \ldots\ldots\ldots \quad (14_a)$$

$$\int_0^\infty \frac{r\, Sin\, sx.\, Cos\, px}{1-2r\, Cos\, sx+r^2}\, \frac{qdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} Sin\, pq. \sum_1^\infty r^n \Big[Sin\, nqs. \{Si[(ns+p)q] - Si[(ns-p)q]\} + Cos\, nqs. \{Ci[(ns+p)q] + Ci[(ns-p)q]\}\Big] -$$

$$- \frac{1}{2} Cos\, pq. \sum_1^\infty r^n \Big[Cos\, nqs. \{Si[(ns+p)q] + Si[(ns-p)q]\} - Sin\, nqs. \{Ci[(ns+p)q] - Ci[(ns-p)q]\}\Big]; \quad (15)$$

$$\int_0^\infty \frac{(1-r^2)\, Cos\, px}{1-2r\, Cos\, sx+r^2}\, \frac{xdx}{q^2-x^2} = Cos\, pq.\, Ci(pq) + Sin\, pq.\, Si(pq) +$$

$$+ Sin\, pq. \sum_1^\infty r^n \Big[Sin\, nqs. \{Ci[(ns+p)q] - Ci[(ns-p)q]\} - Cos\, nqs. \{Si[(ns+p)q] - Si[(ns-p)q]\}\Big] +$$

$$+ Cos\, pq. \sum_1^\infty r^n \Big[Cos\, nqs. \{Ci[(ns+p)q] + Ci[(ns-p)q]\} + Sin\, nqs. \{Si[(ns+p)q] + Si[(ns-p)q]\}\Big]; \quad (16)$$

$$\int_0^\infty \frac{(1-r^2)\, r\, Cos\, sx.\, Cos\, px}{1-2r\, Cos\, sx+r^2}\, \frac{xdx}{q^2-x^2} = r^2 \left[Cos\, pq.\, Ci(pq) + Sin\, pq.\, Si(pq)\right] +$$

$$+ \frac{1}{2}(1+r^2) Sin\, pq. \sum_1^\infty r^n \Big[Sin\, nqs. \{Ci[(ns+p)q] + Ci[(ns-p)q]\} - Cos\, nqs. \{Si[(ns+p)q] - Si[(ns-p)q]\} +$$

$$+ \frac{1}{2}(1+r^2) Cos\, pq. \sum_1^\infty r^n \Big[Cos\, nqs. \{Ci[(ns+p)q] + Ci[(ns-p)q]\} + Sin\, nqs. \{Si[(ns+p)q] + Si[(ns-p)q]\}\Big] \quad (17)$$

Onder de hier voorkomende integralen zijn er enkele, die men reeds vindt in de *Nouvelles*

Tables d'Intégrales Définies, en wel bepaaldelijk de integralen (2), (3), (4), (7) en (13), in Table 193, N°. 1, 6, 2, 4 en 8 en de integralen (6), (8), (12) en (14) in Table 197, N°. 2, 6, 5 en 10.

9. Het meerendeel dezer integralen kan men nu gebruiken, om een nieuw stel algemeene herleidingsformulen af te leiden. Daartoe moet men de ontwikkelingen van N°. 2 bezigen

$$f_3(x) = \sum_1^c C_m \, Sin\, mtx, \quad . \; . \; . \; . \; (f) \qquad\qquad f_4(x) = D_0 + \sum_1^c D_m \, Cos\, mtx \quad . \; . \; . \; . \; (g)$$

Stelt men toch in de integralen (6), (7), (8), (9), (10), (11) $p = mt$, dan verkrijgen zij alle onder het integraalteeken den factor $Sin\, mtx$, en kunnen zij dus voor de ontwikkeling (f) dienen; evenzoo hebben de volgende integralen (12), (13), (14), (15), (16), (17), voor dezelfde $p = mt$, den factor $Cos\, mtx$, zoodat zij nu geschikt zijn voor de ontwikkeling (g). Laat ons met het eerste stel beginnen en wel met het eerste drietal, dan moet men met C_m vermenigvuldigen en ten opzichte van m sommeeren van $m = 1$ tot $m = c$: omdat echter bij deze integralen al de sommatien zijn uitgewerkt en er dus geene n als ordegetal voorkomt, kan men bij deze bewerking gemakshalve m door n overal vervangen. Verder heeft men hier op het volgende te letten.

1°. Zoolang de grootste waarde van p, dat is hier natuurlijk ct, kleiner dan s blijft, is ook $d = 0$, want d is volgens de onderstelling het grootste geheele getal, dat begrepen is in $\frac{p}{s}$; men moet derhalve de waarden (7) en (8) gebruiken, met uitsluiting van (7_a) en (8_a).

2°. Wordt juist die grootste waarde van p, dat is d, gelijk aan s, zoo geldt het vorige voor de sommatie van $n = 1$ tot $n = c - 1$, maar voor $n = c$ verkrijgt men den overeenkomstigen term voor $d = 1$, en moet men dan ook, in tegenstelling met het vroegere, juist de integralen (7_a) en (8_a), niet de (7) en (8) daarbij gebruiken, om dien enkelen term, waarvan de coefficient C_c of D_c is, te vinden.

3°. Ligt verder ct tusschen s en $2s$, dat is, heeft men $s < ct < 2s$, zoo kunnen er twee gevallen plaats grijpen; s kan namelijk een veelvoud van t zijn, of niet. — Is vooreerst s gelegen tusschen twee opvolgende veelvouden van t, dat is $kt > s < (k+1)t$: zoo verkrijgt men eerst de sommatie van 1°, van $n = 1$ tot $n = k$, waarbij dan $d = 0$ is; daarop volgt eene tweede sommatie van $n = k + 1$ tot $n = c$, waarbij nu $d = 1$ is geworden; bij beide sommatien behoort men de integralen (7) en (8) te gebruiken, niet de andere (7_a) en (8_a). — Is ten tweede s juist een veelvoud van t, dat is $s = kt$, waarbij nu $k < c$, zoo heeft men eerst de sommatie van 1° te nemen, voor $n = 1$ tot $n = k - 1$, met $d = 0$ en de integralen (7) en (8), dan den lossen term van 2°, voor $n = k$, met $d = 1$ en de integralen (7_a) en (8_a), en vervolgens eene tweede sommatie voor $n = k + 1$ tot $n = c$, even als boven, waarbij nu $d = 1$ is, en wederom de integralen (7) en (8) moeten gelden.

4°. Wordt ct juist het dubbel van s, dat is $ct = 2s$, dan moet men wederom onderscheid maken tusschen de beide gevallen, dat s een veelvoud is van t, of niet. — In het laatste geval ligge s tusschen twee opvolgende veelvouden van t in, dat is $kt < s < (k+1)t$, dan heeft men de sommatie

van 1^0 te nemen voor $n=1$ tot $n=k$, vervolgens die van 3^0 voor $n=k+1$ tot $n=c-1$; terwijl er eindelijk nog een losse term bij te voegen is, met den coefficient C_c, waarvoor $d=2$ is, en de integralen (7_a) en (8_a) te gebruiken zijn. — Is daarentegen s juist een veelvoud van t, dat is $s=kt$, zoo moet men de sommatie van 1^0 nemen voor $n=1$ tot $n=k-1$, vervolgens den term, die tot coefficient heeft C_k, berekenen naar het voorschrift van 2^0; dan weder eene tweede sommatie nemen, zooals in 3^0, voor $n=k+1$ tot $n=c-1$, en eindelijk dien lossen term, die C_c tot coefficient heeft, even als boven bepalen.

5^0. Wanneer ct grooter is dan het dubbel, en kleiner dan het drievoud van s, dat is $2s < ct < 3s$, zijn er vier verschillende gevallen te onderscheiden. — Ten eerste zij s niet juist een veelvoud van t, maar tusschen twee opvolgende veelvouden gelegen, dat is $kt < s < (k+1)t$, dan kan ook nog $2s$ al of niet een veelvoud van t zijn: $2s$ moet natuurlijk liggen tusschen $2kt$ en $(2k+2)t$. Onderstel dus hier, dat zij gelegen is tusschen $2kt$ en $(2k+1)t$; dan is tegelijk $kt < s < (k+1)t$, $2kt < 2s < (2k+1)t$, waarbij echter de eerste ongelijkheid reeds in de tweede begrepen is. Hier heeft men dus eerst eene sommatie, zoo als in 1^0, voor $n=1$ tot $n=k$, eene tweede sommatie, zoo als in 3^0, voor $n=k+1$ tot $n=2k$, en eindelijk eene derde sommatie voor $n=2k+1$ tot $n=c$, waarbij $d=2$ is geworden, en de integralen (7) en (8) zelve gelden. — In het tweede geval zij ook wel $kt<s<(k+1)t$, maar $(2k+1)t<2s<2(k+1)t$, dan blijft alles hetzelfde, behalve dat de tweede sommatie moet loopen van $n=k+1$ tot $n=2k+1$, en de derde van $n=2k+2$ tot $n=c$. — Ten derde zij wel, even als tot nu toe $kt < s < (k+1)t$, maar tevens $2s$ juist een veelvoud van t, dan kan dit veelvoud, omdat immers $2kt < 2s < (2k+2)t$ moet zijn, niets anders zijn dan $(2k+1)t$. In dit geval heeft men weder eene eerste sommatie, zoo als in 1^0, voor $n=1$ tot $n=k$, en eene tweede sommatie, zoo als die in 3^0, voor $n=k+1$, tot $n=2k$: daarop volgt dan voor $n=2k+1$ een losse term met de coefficient C_{2k+1}, waarvoor $d=2$ is en de integralen (7_a) en (8_a) alleen kunnen gelden: eindelijk komt de derde sommatie van daar straks er bij, voor $n=2k+2$ tot $n=c$. — In het vierde geval zij s juist een veelvoud van t bijv. $s=kt$, dan is ook juist $2s=2kt$: alsnu moet men de sommatie van 1^0 slechts nemen van $n=1$ tot $n=k-1$: dan volgt een term voor $n=k$, naar 2^0 met de coefficient C_k, waarvoor $d=1$ is, en de integralen (7_a) en (8_a) gelden; nu loopt de tweede sommatie van 3^0 van $n=k+1$ tot $n=2k-1$: en komt er weder een losse term voor $n=2k$ naar 4^0 met de coefficient C_{2k}, waarvoor dan $d=2$ is: eindelijk heeft men de derde sommatie, even als boven, voor $n=2k+1$ tot $n=c$.

6^0. Wanneer ct nog grooter wordt, is de weg nu genoegzaam van zelf aangewezen. Zij $ct=ls+s'$, waar $s'<s$. Alsdan moet men in den regel de sommatie verdeelen in $l+1$ andere, waarbij telkens achtereenvolgens $d=0, =1, =2, \ldots =l$ te nemen is, en die in het algemeen loopen van het eene veelvoud van k tot het volgende veelvoud van k, dat is voor $n=\lambda k$ tot $n=(\lambda+1)k$: hierbij beteekent k het grootste geheele getal, dat in $\frac{s}{t}$ begrepen is; zij wordt dus bepaald door de ongelijkheid $kt < s \leqq (k+1)t$, of ook wel door de gebruikte notatie $k=\mathcal{E}\frac{s}{t}$. Maar men moet er hier op letten, of voor eenige $n=\mu k$, ook μkt gelijk wordt aan s of aan

een veelvoud daarvan. Zoodra toch zulks het geval is, moet men dien term, die tot coefficient heeft $C_{\mu k}$, afzonderlijk nemen met de waarde van d, die bij de eerstvolgende sommatie behoort, en alsdan daarbij ook de integralen (7_a) en (8_a) gebruiken met uitsluiting der (7) en (8), die voor de overige sommatien blijven gelden.

10. Past men nu onze methode toe op de integraal (6), met inachtneming van de voorschriften, die wij in N⁰. 9 hebben opgespoord, zoo komt er achtervolgens

$$\int_0^\infty f_3(x)\frac{Sin\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{-\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\left[(Sin\,qs-Sin\,qs+r.0)\sum_1^c C_n\,Cos\,ntq+(Cos\,qs-r)\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq\right]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}(r-Cos\,qs)\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq=\frac{\pi}{2}\,\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q),\quad [ct<s],$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\left[(r-Cos\,qs)\sum_1^{c-1}C_n\,Sin\,ntq+C_c(-Sin\,qs.\,Cos\,qs+r\,Sin\,qs-r^2.0)\right]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\,\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\left[\sum_1^{c-1}C_n\,Sin\,ntq+C_c\,Sin\,qs\right]=\frac{\pi}{2}\,\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq=$$

$$=\frac{\pi}{2}\,\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q),\qquad [ct=s],$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\left[(r-Cos\,qs)\sum_1^k C_n\,Sin\,ntq-(Sin\,qs-r\,Sin\,2qs+r^2\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^c C_n\,Cos\,ntq-\right.$$

$$\left.-r(Cos\,2qs-r\,Cos\,qs)\sum_{k+1}^c C_n\,Sin\,ntq\right]=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\left[(r-Cos\,qs)\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq-\right.$$

$$\left.-Sin\,qs.(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^c C_n\,Cos\,ntq+Cos\,qs.(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^c C_n\,Sin\,ntq\right]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\left[(r-Cos\,qs)\,f_3(q)+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^c C_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}\right]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\left[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q)+\sum_{k+1}^c C_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}\right],\quad [s<ct<2s,\ kt<s<(k+1)t],$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\left[(r-Cos\,qs)\sum_1^{k-1}C_n\,Sin\,ntq+C_k(-Sin\,qs.\,Cos\,qs+r\,Sin\,qs-r^2.0)-\right.$$

$$\left.-(Sin\,qs-r\,Sin\,2qs+r^2\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^c C_n\,Cos\,ntq-r(Cos\,2qs-r\,Cos\,qs)\sum_{k+1}^c C_n\,Sin\,ntq\right]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\left[(r-Cos\,qs)\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^c C_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}+C_k.0\right]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\left[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q)+\sum_{k+1}^c C_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}\right],\quad [kt=s<ct<2s],$$

$$\int_0^\infty f_3(x)\,\frac{Sin\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(r-Cos\,qs)\sum_1^k C_n\,Sin\,ntq-(Sin\,qs-r\,Sin\,2qs+r^2\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{c-1}C_n\,Cos\,ntq-$$

$$-r\,(Cos\,2qs-r\,Cos\,qs)\sum_{k+1}^{c-1}C_n\,Sin\,ntq+C_c\,Sin\,qs\,(r^2-Cos\,2qs)\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(r-Cos\,qs)\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^c C_n\,Sin\{(nt-s)q\}+C_c\,.\,0\Big]$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,f_3(q)+\sum_{k+1}^c C_n\,Sin\{(nt-s)q\}\Big],\quad\Big[ct=2s,\ k=\mathcal{E}\,\frac{(c-1)t}{s}\Big],$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(r-Cos\,qs)\sum_1^k C_n\,Sin\,ntq-Sin\,qs.(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^{2k}C_n\,Cos\,ntq-$$

$$-r\,(Cos\,2qs-r\,Cos\,qs)\sum_{k+1}^{2k}C_n Sin\,ntq-(Sin\,qs-r^2\,Sin\,3qs+r^3\,Sin\,2qs)\sum_{2k+1}^c C_n\,Cos\,ntq-$$

$$-r^2\,(Cos\,3qs-r\,Cos\,2qs)\sum_{2k+1}^c C_n\,Sin\,ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(r-Cos\,qs)\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^{2}C_n\,Sin\{(nt-s)q\}-$$

$$(Sin\,qs-r^2\,Sin\,3qs+r^3\,Sin\,qs)\sum_{2k+1}^c C_n\,Cos\,ntq+(Cos\,qs-r-r^2\,Cos\,3qs+r^3\,Cos\,qs)\sum_{2k+1}^c C_n\,Sin\,ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q)+\sum_{k+1}^{2k}C_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}+$$

$$+\frac{1}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\sum_{2k+1}^c C_n\,[Sin\{(nt-s)q\}-r\,Cos\,ntq+r^2\,Sin\{(3s-nt)q\}+r^3\,Sin\{(nt-2s)q\}]\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,f_3(q)+\sum_{k+1}^{2k}C_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}+\sum_{2k+1}^c C_n\,[Sin\{(nt-s)q\}+r\,Sin\,\{(nt-2s)q\}]$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,f_3(q)+\sum_{k+1}^c C_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}+r\sum_{2k+1}^c C_n\,Sin\,\{(nt-2s)q\}\Big],$$

$$\big[2s<ct<3s,\ 2kt<2s<(2k+1)t\big],$$

$$\int_0^\infty f_3(x)\,\frac{Sin\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(r-Cos\,qs)\sum_1^k C_n\,Sin\,ntq-Sin\,qs.(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^{2k+1}C_n\,Cos\,ntq-$$

$$-r(Cos\,2qs-r\,Cos\,qs)\sum_{k+1}^{2k+1}C_n\,Sin\,ntq-(Sin\,qs-r^2\,Sin\,3qs+r^3\,Sin\,2qs)\sum_{2k+1}^{c}C_n\,Cos\,ntq-$$

$$-r^2(Cos\,3qs-r\,Cos\,2qs)\sum_{2k+2}^{c}C_n\,Sin\,ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(r-Cos\,qs)\,f_3(q)+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\Big\{\sum_{k+1}^{2k+1}C_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}+$$

$$+\sum_{2k+2}^{c}C_n\Big[Sin\,\{(nt-s)q\}-r\,Sin\,\{(nt-2s)q\}\Big]\Big\}\Big]=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,f_3(q)+$$

$$+\sum_{k+1}^{c}C_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}+r\sum_{2k+2}^{c}C_n\,Sin\,\{(nt-2s)q\}\Big],\ \left[\begin{matrix}2s<ct<3s,\\(2k+1)t<2s<2(k+1)t\end{matrix}\right],$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(r-Cos\,qs)\sum_1^k C_n\,Sin\,ntq-Sin\,qs.(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^{2k}C_n\,Cos\,ntq-$$

$$-r(Cos\,2qs-r\,Cos\,qs)\sum_{k+1}^{2k}C_n\,Sin\,ntq+C_{2k+1}\,Sin\,qs.(r^2-Cos\,2qs)-$$

$$-(Sin\,qs-r^2\,Sin\,3qs+r^3\,Sin\,2qs)\sum_{2k+2}^{c}C_n\,Cos\,ntq-r^2(Cos\,3qs-r\,Cos\,2qs)\sum_{2k+1}^{c}C_n\,Sin\,ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(r-Cos\,qs)\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^{2k+1}C_n\,Sin\,\{(nt-s)q$$

$$+C_{2k+1}.0+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{2k+2}^{c}C_n\,\{Sin\,\{(nt-s)q\}+r\,Sin\,\{(nt-2s)q\}\}\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q)+\sum_{k+1}^{c}C_n\,Sin\{(nt-s)q\}+r\sum_{2k+2}^{c}C_n\,Sin\{(nt-2s)q\}\Big],\ \Big[(2k+1)t=2s<ct<3s\Big],$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(r-Cos\,qs)\sum_1^{k-1}C_n\,Sin\,ntq+C_k(-Sin\,qs.Cos\,qs+r\,Sin\,qs-0)-$$

$$-(Sin\,qs-r^2\,Sin\,2qs+r^2\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{2k-1}C_n\,Cos\,ntq-r(Cos\,2qs-r\,Cos\,qs)\sum_{k+1}^{2k-1}C_n\,Sin\,ntq+C_{2k}\,Sin\,qs.(r^2-Cos\,2qs)+$$

$$+(Sin\,qs-r^2\,Sin\,3qs+r^3\,Sin\,2qs)\sum_{2k+1}^{c}C_n\,Cos\,ntq-r^2(Cos\,3qs-r\,Cos\,2qs)\sum_{2k+1}^{c}C_n\,Sin\,ntq\Big]$$

$$\int_0^\infty f_3(x) \frac{Sin\, sx}{1-2r\, Cos\, sx + r^2} \frac{q dx}{q^2 - x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)} \Big[(r - Cos\,qs) \sum_1^c C_n\, Sin\, ntq + C_k . 0 + (1 - 2r\, Cos\, qs + r^2) \sum_{k+1}^c C_n Sin \{(nt-s)q\} +$$

$$+ C_{2k} . 0 + (1 - 2r\, Cos\, qs + r^2) \sum_{2k+1}^c C_n\, Sin\, \{(nt-2s)q\} \Big] =$$

$$= \frac{\pi}{2} \Big[\frac{r - Cos\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} f_3(q) + \sum_{k+1}^c C_n Sin\{(nt-s)q\} + r \sum_{2k+1}^c C_n Sin\{(nt-2s)q\} \Big] . \big[2kt = 2s < ct < 3s \big].$$

Tot goed verstaan der herleidingen, die hier achtereenvolgens op de verschillende formulen worden toegepast, merke men op, dat telkens eerst naar de voorschriften van N°. 9 is ontwikkeld; daarop de eerste sommatie van $n = 1$ tot $n = k - 1$ of tot $n = k$ is uitgebreid tot de volledige, die loopt van $n = 1$ tot $n = c$, volgens de identische formule $\sum_1^k = \sum_1^c - \sum_{k+1}^c$. Daardoor kwamen de af te trekken sommatien onder denzelfden vorm te staan als die, welke op de eerste volgde, of wel deze laatste konde althans evenzoo tot den vorm $\sum_{k+1}^c$ worden herleid. En zoo gaat men voort tot aan het einde der formule toe. Komen er wegens de grensvoorwaarden, die voor k en c gelden, oorspronkelijk losse termen voor, met de coefficient C_c, zoo moeten bij de voornoemde herleidingsformule deze termen natuurlijk ook afzonderlijk worden gehouden. Bij elk volgend bijzonder geval ten opzichte der betrekkingen tusschen s en t mogt al dadelijk worden gebruik gemaakt van de uitkomsten, die de vorige gevallen na de herleiding opleverden; en dat wel alleen ter bespoedigde vereenvoudiging.

Bij de hier naauwkeurig behandelde algemeene integraal zag men, dat de uitkomst voor $s < ct < 2s$ dezelfde bleef, hetzij $kt < s < (k+1)t$, hetzij $kt = s$ was; daarom behoefde er ook later voor grootere ct tusschen beide gevallen geen onderscheid meer te worden gemaakt. Vergelijkt men nu al de verkregen uitkomsten, negen in getal, met elkander, zoo blijkt het, dat er slechts vier onderling verschillen, zoodat men ten slotte heeft, — wanneer men onderstelt $k = \mathcal{E}\frac{s}{t}$, hetzij s juist een veelvoud is van t of niet.

$$\int_0^\infty f_3(x) \frac{Sin\, sx}{1-2r\, Cos\, sx + r^2} \frac{q dx}{q^2 - x^2} = \frac{\pi}{2} \frac{r - Cos\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} f_3(q), \; \big[ct \leqq s\big], \; \ldots\ldots\ldots \; (XIII_a)$$

$$= \frac{\pi}{2} \Big[\frac{r - Cos\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} f_3(q) + \sum_{k+1}^c C_n\, Sin\{(nt-s)q\} \Big], \; \big[kt \leqq s < ct \leqq 2s\big], \; \ldots\ldots\ldots \; (XIII_b)$$

$$= \frac{\pi}{2} \Big[\frac{r - Cos\, qs}{1-2r Cos\, qs + r^2} f_3(q) + \sum_{k+1}^c C_n Sin\{(nt-s)q\} + r \sum_{2k+1}^c C_n Sin\{(nt-2s)q\} \Big], \left[\begin{matrix} 2s < ct < 3s, \\ 2kt \leqq 2s < (2k+1)t \end{matrix} \right], . (XIII_c)$$

$$= \frac{\pi}{2} \Big[\frac{r - Cos\, qs}{1-2r Cos\, qs + r^2} f_3(q) + \sum_{k+1}^c C_n Sin\{(nt-s)q\} + r \sum_{2k+2}^c C_n Sin\{(nt-2s)q\} \Big], \left[\begin{matrix} 2s < ct < 3s, \\ (2k+1)t < 2s < 2(k+1)t \end{matrix} \right]. (XIII_d)$$

4

Uit het zamenvallen der waarden voor meer dan een der verschillende gevallen, blijkt het genoegzaam, dat onze herleidingsintegraal tot de zeer eenvoudige van deze soort behoort, en toch worden reeds in de beide laatste gevallen (XIII_c) en (XIII_d) de uitkomsten zeer zamengesteld; men ziet daarenboven gemakkelijk in, dat voor grootere waarden van ct, er langzamerhand nog meer termen in het tweede lid der vergelijking zullen verschijnen. In het vervolg zullen wij dus alleen de herleidingsformulen nagaan, zoolang $ct \leqq 2s$ blijft.

11. Gaan wij over tot de integralen (7) en (7_a), en letten wij op de voorschriften van N°. 2, zoo verkrijgen wij.

$$\int_0^\infty f_3(x) \frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2} \frac{x\,dx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[\{-\frac{1}{2}(1-r^2)+r\,Cos\,qs-r^2\}\sum_1^c C_n\,Cos\,ntq + r(Sin\,qs-r.\,0)\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq\Big] =$$

$$= \frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[r\,Sin\,qs.\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq - \frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c C_n\,Cos\,ntq\Big] =$$

$$= \pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2} f_3(q) - \frac{1}{2}\{f_4(q)-C_0\}\Big], \quad [ct<s], \ldots\ldots\ldots\ldots (XIV_a)$$

$$= \frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[-\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{c-1} C_n\,Cos\,ntq + r\,Sin\,qs.\sum_1^{c-1} C_n\,Sin\,ntq + \frac{1}{2}C_c(1-r^2)(r-Cos\,qs)\Big] =$$

$$= \frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[r\,Sin\,qs.\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq - \frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c C_n\,Cos\,ntq + C_c\{r^2\,Cos\,qs - \frac{1}{2}(1+r^2)r\}\Big] =$$

$$= \pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2} f_3(q) - \frac{1}{2}\{f_4(q)-C_0+r\,C_c\}, \quad [ct=s], \ldots\ldots\ldots (XIV_b)$$

$$= \frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[-\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^k C_n\,Cos\,ntq + r\,Sin\,qs.\sum_1^k C_n\,Sin\,ntq +$$

$$+ \{-\frac{1}{2}(1-r^2)+r^2\,Cos\,2qs - r^3\,Cos\,qs\}\sum_{k+1}^c C_n\,Cos\,ntq + r^2(Sin\,2qs - r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^c C_n\,Sin\,ntq\Big] =$$

$$= \frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[-\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs-r^2)\sum_1^c C_n\,Cos\,ntq + r\,Sin\,qs.\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq - (r\,Cos\,qs - 2r^2\,Cos^2\,qs +$$

$$+ r^3\,Cos\,qs)\sum_{k+1}^c C_n\,Cos\,ntq + (r^2\,Sin\,2qs - r^3\,Sin\,2qs - r\,Sin\,qs)\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq\Big] =$$

$$= \pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2} f_3(q) - \frac{1}{2}\{f_4(q)-C_0\} - r\sum_{k+1}^c C_n\,Cos\{(nt-s)q\}\Big], \Big[\begin{matrix} s<ct<2s, \\ kt<s<(k+1)t \end{matrix}\Big], . \; (XIV_c)$$

$$\int_0^\infty f_3(x)\frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{x\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{1-2rCos\,qs+r^2}\Big[-\frac{1}{2}(1-2rCos\,qs+r^2)\sum_1^{k-1}C_nCos\,ntq+rSin\,qs.\sum_1^{k-1}C_nSin\,ntq+\frac{1}{2}C_k(1-r^2)(r-Cos\,qs)+$$

$$+\{-\frac{1}{2}(1-r^2)+r^2\,Cos\,2qs-r^3\,Cos\,qs\}\sum_{k+1}^{c}C_n\,Cos\,ntq+r^2(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{c}C_n\,Sin\,ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[-\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{c}C_n\,Cos\,ntq+r\,Sin\,qs.\sum_1^{c}C_n\,Sin\,ntq+$$

$$+\{-\frac{1}{2}(1+r^2)r+r^2\,Cos\,qs\}\,C_k-r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^{c}C_n\,Cos\,\{(nt-s)q\}\Big]=$$

$$=\pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q)-\frac{1}{2}\{f_4(q)-C_0+rC_k\}-r\sum_{k+1}^{c}C_n\,Cos\{(nt-s)q\}\Big],\ \Big[kt=s<ct<2s\Big],\ .(XIV_d)$$

$$=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[-\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{k}C_n\,Cos\,ntq+r\,Sin\,qs.\sum_1^{k}C_n\,Sin\,ntq+$$

$$+\{-\frac{1}{2}(1-r^2)+r^2Cos2qs-r^3Cos\,qs\}\sum_{k+1}^{c}C_nCos\,ntq+r^2(Sin\,2qs-rSin\,qs)\sum_{k+1}^{c}C_nSin\,ntq+\frac{1}{2}C_c(1-r^2)(r^2-Cos2qs)\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[-\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{c}C_n\,Cos\,ntq+r\,Sin\,qs.\sum_1^{c}C_n\,Sin\,ntq-$$

$$-r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^{c}C_n\,Cos\{(nt-s)q\}+\frac{1}{2}r^2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\,C_c\Big]=$$

$$=\pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q)-\frac{1}{2}\{f_4(q)-C_0+r^2C_c\}-r\sum_{k+1}^{c}C_n\,Cos\,\{(nt-s)q\}\Big],$$

$$\Big[ct=2s,\ kt<s<(k+1)t\Big],\ .\ .\ .\ (XIV_e)$$

$$=\frac{\pi}{1-2rCos\,qs+r^2}\Big[-\frac{1}{2}(1-2rCos\,qs+r^2)\sum_1^{k-1}C_nCos\,ntq+rSin\,qs.\sum_1^{k-1}C_nSin\,ntq+\frac{1}{2}C_k(1-r^2)(r-Cos\,qs)-$$

$$-\{-\frac{1}{2}(1-r^2)+r^2\,Cos\,2qs-r^3\,Cos\,qs\}\sum_{k+1}^{c-1}C_n\,Cos\,ntq+r^2(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{c-1}C_n\,Sin\,ntq+$$

$$+\frac{1}{2}C_c(1-r^2)(r^2-Cos\,2qs)\Big]=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[-\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{c}C_n\,Cos\,ntq+rSin\,qs.\sum_1^{c}C_nSin\,nt$$

$$-\frac{1}{2}rC_k(1+r^2-2r\,Cos\,qs)-r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^{c}C_n\,Cos\{(nt-s)q\}-\frac{1}{2}r^2C_c(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\Big]=$$

$$=\pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q)-\frac{1}{2}\{f_4(q)-C_0+rC_k+r^2C_c\}-r\sum_{k+1}^{c}C_n\,Cos\,\{(nt-s)q\}\Big],$$

$$\Big[ct=2s,\ kt=s\Big]\ .\ .\ .\ .\ (XIV_f)$$

In dit geval verkreeg men verschillende uitkomsten, toen ct grooter was dan s en tevens kleiner dan $2s$, naarmate s gelegen was tusschen twee opvolgende veelvouden van t, tusschen kt en $(k+1)t$, of dat s juist een veelvoud van t was, $s = kt$: men was dus verplicht, dezelfde verschillende toestanden te onderscheiden, bij het grooter worden van ct, wanneer namelijk $ct = 2s$ werd. Maar nu bleek ook tevens, dat men in al deze onderscheidene gevallen werkelijk verschillende uitkomsten verkreeg, en dat dus, als men ct grooter dan $2s$ maar toch kleiner dan $3s$ ondersteld had, voor elken der verschillende toestanden, in N°. 9 nagegaan, ook verschillende uitkomsten zoude verkrijgen. Daarom is het onderzoek der herleidingsformule niet verder voortgezet en slechts beperkt tot de gevallen, dat $ct \leqq 2s$ is; zoo als trouwens reeds in N°. 10 het voornemen bleek te zijn.

Overigens valt er omtrent de herleidingen, waaraan de eerst verkregen waarden in elk geval telkens onderworpen worden, slechts te herinneren aan hetgeen te dien opzichte in N°. 10 is opgemerkt.

12. Lettende altijd op de voorschriften, in N°. 9 ontwikkeld, zullen wij door middel der integralen (8) en (8_a) achtervolgens verkrijgen.

$$\int_0^\infty f_3(x)\frac{(1-r^2)\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{xdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[\{-(1-r^2)Cos\,qs+(1+r^2)(Cos\,qs-r)\}\sum_1^c C_n\,Cos\,ntq+(1+r^2)(Sin\,qs-0)\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq\Big]=$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^3}f_3(q)-r\{f_4(q)-C_0\}\Big],\quad [ct<s],\ \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (XV_a)$$

$$= \frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[-r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{c-1}C_n\,Cos\,ntq+(1+r^2)Sin\,qs.\sum_1^{c-1}C_n\,Sin\,ntq+C_c(1-r^2)\{-Cos^2qs+\tfrac{1}{2}(1+r^2)\}\Big]=$$

$$= \frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[-r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c C_n\,Cos\,ntq+(1+r^2)Sin\,qs.\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq-\tfrac{1}{2}C_c(1+r^2)(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\Big]=$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q)-r\Big\{f_4(q)-C_0+\frac{1+r^2}{2r}C_c\Big\}\Big],\quad [ct=s],\ \ldots\ldots\ldots \quad (XV_b)$$

$$= \frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[-r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^k C_n\,Cos\,ntq+(1+r^2)\,Sin\,qs.\sum_1^k C_n\,Sin\,ntq +$$

$$+\{-(1-r^2)Cos\,qs+(1+r^2)(r\,Cos\,2qs-r^2\,Cos\,qs)\}\sum_{k+1}^c C_n\,Cos\,ntq+(1+r^2)\,r(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^c C_n\,Sin\,ntq\Big]=$$

$$= \frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[-r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c C_n\,Cos\,ntq+(1+r^2)\,Sin\,qs.\sum_1^c C_n\,Sin\,ntq-$$

$$-(1+r^2)\,Cos\,qs.(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^c C_n\,Cos\,ntq-(1-2r\,Cos\,qs+r^2)(1+r^2)\,Sin\,qs.\sum_{k+1}^c C_n\,Sin\,ntq\Big]=$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q)-r\{f_4(q)-C_0\}-(1+r^2)\sum_{k+1}^c C_n\,Cos\{(nt-s)q\}\Big],\quad \Big[\begin{matrix}s<ct<2s,\\ kt<s<(k+1)t\end{matrix}\Big],\ \ldots \quad (XV_c)$$

$$\int_0^\infty f_3(x)\frac{(1-r^2)\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{xdx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[-r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{k-1}C_n\,Cos\,ntq+(1+r^2)\,Sin\,qs.\sum_1^{k-1}C_n\,Sin\,ntq+$$

$$+C_k(1-r^2)\{-Cos^2\,qs+\frac{1}{2}(1+r^2)\}+\{-(1-r^2)\,Cos\,qs+(1+r^2)(r\,Cos\,2qs-r^2\,Cos\,qs)\}\sum_{k+1}^{c}C_n\,Cos\,ntq+$$

$$+(1+r^2)\,r\,(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{c}C_n\,Sin\,ntq\Big]=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[-r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{c}C_n\,Cos\,ntq+$$

$$+(1+r^2)\,Sin\,qs.\sum_1^{c}C_n\,Cos\,ntq-\frac{1}{2}C_k(1+r^2)(1-2r\,Cos\,qs+r^2)-(1+r^2)(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^{c}C_n\,Cos\{(nt-s)q\}\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q)-r\Big\{f_4(q)-C_0+\frac{1+r^2}{2r}C_k\Big\}-(1+r^2)\sum_{k+1}^{c}C_n\,Cos\{(nt-s)q\}\Big],\ [kt=s<ct<2s],\ (XV_d)$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[-r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{k}C_n\,Cos\,ntq+(1+r^2)\,Sin\,qs.\sum_1^{k}C_n\,Sin\,ntq+$$

$$+\{-(1-r^2)\,Cos\,qs+(1+r^2)(r\,Cos\,2qs-r^2\,Cos\,qs)\}\sum_{k+1}^{c-1}C_n\,Cos\,ntq+(1+r^2)\,r(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{c-1}C_n\,Sin\,ntq+$$

$$+(1-r^2)\,C_c\{-Cos\,2qs.\,Cos\,qs+\frac{1}{2}r(1+r^2)\}\Big]=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[-r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{c}C_n\,Cos\,ntq+$$

$$+(1+r^2)\,Sin\,qs.\sum_1^{c}C_n\,Sin\,ntq-(1+r^2)(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}C_n\,Cos\{(nt-s)q\}-\frac{1}{2}rC_c(1+r^2)(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q)-r\{f_4(q)-C_0+\frac{1}{2}(1+r^2)C_c\}-(1+r^2)\sum_{k+1}^{c}C_n\,Cos\{(nt-s)q\}\Big].\Big[ct=2s,kt<s<(k+1)t\Big],\ (XV_e)$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[-r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{k-1}C_n\,Cos\,ntq+(1+r^2)\,Sin\,qs.\sum_1^{k-1}C_n\,Sin\,ntq+$$

$$+C_k(1-r^2)\{-Cos^2\,qs+\frac{1}{2}(1+r^2)\}+\{-(1-r^2)\,Cos\,qs+(1+r^2)(r\,Cos\,2qs-r^2\,Cos\,qs)\}\sum_{k+1}^{c-1}C_n\,Cos\,ntq+$$

$$+(1+r^2)\,r\,(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{c-1}C_n\,Sin\,ntq+(1-r^2)\,C_c\{-Cos\,2qs.\,Cos\,qs-\frac{1}{2}r(1+r^2)\}\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[-r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{c}C_n\,Cos\,ntq+(1+r^2)\,Sin\,qs.\sum_1^{c}C_n\,Sin\,ntq-$$

$$-\frac{1}{2}C_k(1+r^2)\text{-}(1\text{-}2r\,Cos\,qs+r^2)-(1+r^2)(1\text{-}2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^{c}C_n\,Cos\{(nt-s)q\}-\frac{1}{2}rC_c(1+r^2)(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q)-r\{f_4(q)-C_0+\frac{1+r^2}{2r}C_k+\frac{1}{2}(1+r^2)C_c\}-(1+r^2)\sum_{k+1}^{c}C_n\,Cos\{(nt-s)q\}\Big].\Big[ct=2s,kt=s\Big].\ (XV_f)$$

Dat dit geval tot dezelfde verscheidenheid van uitkomsten aanleiding geven zoude, was wel te vermoeden; immers zoowel de integralen (8) en (8_a), die hier gebruikt worden. stammen van dezelfde herleidingsformule (VI) af als de integralen (7) en (7_a), die in het vorige N°. 11 tot hetzelfde doel hebben gediend. Er valt dus ook omtrent deze uitkomsten slechts hetzelfde op te merken, als omtrent die van N° 11; terwijl de toegepaste herleidingsmethode dezelfde is als die, welke in N°. 10 werd uiteengezet. Om dezelfde reden als vroeger is ook hier het onderzoek gestaakt bij $ct = 2s$: wanneer men toch ct grooter onderstelde, worden de uitkomsten meer en meer zamengesteld.

13. Geheel anders is het, wanneer men de integralen (9), (10) en (11) bezigt; immers hierbij was geen sprake van verschil in hare waarden, naarmate van het teeken van $ns - p$, — wanneer men slechts let op de gestelde voorwaarde (α) dat $\frac{p}{s}$ niet een geheel getal mag wezen: en dus ook blijft de waarde van de algemeene integraal dezelfde, en verandert niet met de betrekkelijke waarde van ct of eenig kleiner produkt kt ten opzichte van s of in het algemeen van ls. Men lette er op, dat deze integralen nog alle eene sommatie ten opzichte van n bevatten: en dat dus de nieuwe sommatie ten opzichte van t hier, zoo als oorspronkelijk werd aangegeven, ten opzichte van m moet geschieden. Men verkrijgt alzoo dadelijk algemeen.

$$\int^{\infty} f_3(x) \frac{Sin\, sx}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2} \frac{xdx}{q^2 - x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_1^c C_m\, Sin\, mtq. \sum_1^{\infty} r^{n-1} \Big[Sin\, nqs. \{ Ci[(ns+mt)q] + Ci[(ns-mt)q] \} - Cos\, nqs. \{ Si[(ns+mt)q] + Si[(ns-mt)q] \} \Big] -$$

$$- \frac{1}{2} \sum_1^c C_m\, Cos\, mtq. \sum_1^{\infty} r^{n-1} \Big[Cos\, nqs. \{ Ci[(ns+mt)q] - Ci[(ns-mt)q] \} - Sin\, nqs. \{ Si[(ns+mt)q] - Si[(ns-mt)q] \} \Big] \quad (XVI)$$

$$\int_0^{\infty} f_3(x) \frac{1 - r^2}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2} \frac{qdx}{q^2 - x^2} = \sum_1^c C_m \Big[Sin\, mtq.\, Ci(mtq) - Cos\, mtq\, Si(mtq) \Big] +$$

$$+ \sum_1^c C_m\, Sin\, mtq. \sum_1^{\infty} r^n \Big[Sin\, nqs. \{ Si[(ns+mt)q] + Si[(ns-mt)q] \} + Cos\, nqs. \{ Ci[(ns+mt)q] + Ci[(ns-mt)q] \} \Big] -$$

$$- \sum_1^c C_m\, Cos\, mtq. \sum_1^{\infty} r^n \Big[Cos\, nqs. \{ Si[(ns+mt)q] - Si[(ns-mt)q] \} + Sin\, nqs. \{ Ci[(ns+mt)q] - Ci[(ns-mt)q] \} \Big] \quad (XVII)$$

$$\int_0^{\infty} f_3(x) \frac{(1 - r^2)\, Cos\, sx}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2} \frac{qdx}{q^2 - x^2} = r \sum_1^c C_m \Big[Sin\, mtq.\, Ci(mtq) - Cos\, mtq.\, Si(mtq) \Big] +$$

$$+ \frac{1}{2}(1+r^2) \sum_1^c C_m\, Sin\, mtq. \sum_1^{\infty} r^{n-1} \Big[Sin\, nqs. \{ Si[(ns+mt)q] + Si[(ns-mt)q] \} + Cos\, nqs. \{ Ci[(ns+mt)q] + Ci[(ns-mt)q] \} \Big] -$$

$$- \frac{1}{2}(1+r^2) \sum_1^c C_m\, Cos\, mtq. \sum_1^{\infty} r^{n-1} \Big[Cos\, nqs. \{ Si[(ns+mt)q] - Si[(ns-mt)q] \} + Sin\, nqs. \{ Ci[(ns+mt)q] + Ci[(ns-mt)q] \} \Big]. \quad (XVIII)$$

Zoo als gezegd is, behoefde men hier geen onderscheid te maken tusschen de verschillende betrekkingen tusschen ct en s, wat hare waarden betreft; maar daar tegenover staat, dat men nu bij de dubbele sommatie of bij het opmaken der dubbelreeks, telkens de integraalsinus of de integraalcosinus, wanneer haar argument negatief wordt, tot eene dergelijke functie te herleiden heeft, waarbij het argument omgekeerd positief is geworden. Verdere herleiding der uitkomsten schijnt hier niet wel mogelijk, omdat er nog te weinig bekend is omtrent de theorie van deze beide transcendente fnnctien.

14. Thans zijn wij genaderd tot het tweede stelsel integralen (12) tot (17), die bij de substitutie $p = mt$ alle den factor $Cos\, mtx$ bezitten. Ook dit stelsel is in twee hoofdafdeelingen te scheiden: de drie eerste (12), (13) en (14), en de drie laatste (15), (16) en (17). Bij het eerste drietal zijn wederom alle sommatien uitgewerkt, hetgeen bij het tweede drietal niet het geval is; derhalve komt bij het eerste drietal geen ordegetal n meer voor, en kan men gemakshalve de m, die hier bij de toepassing wordt ingevoerd, weder door n vervangen, en dan ten opzichte van die n sommeeren, van $n = 1$ tot aan $n = c$.

Ten aanzien van hetgeen er gebeurt, als ct kleiner dan s is of daaraan gelijk wordt; wanneer ct, grooter dan s zijnde, al of niet tot $2s$ klimt, en zoo vervolgens; waarbij dan, behalve in de beide eerste gevallen, daarop te letten is, of s, en evenzoo $2s$, en zoo voorts, juist een veelvoud van k is, of ook tusschen twee achtereenvolgende veelvouden van k gelegen is; — daaromtrent blijven hier de voorschriften, in N^0. 9 gegeven, in hun geheel gelden. Het eenig onderscheid toch, dat er hier voorkomt, is het vervangen van $Sin\, mtq$ door $Cos\, mtq$, en dit heeft op de redeneering van N°. 9 geenerlei invloed.

Maar hier vertoont zich eene geheel andere bijzonderheid, die zijn oorsprong heeft in het gebruik van de ontwikkeling $f_4(x)$: deze bevat toch onder het integraalteeken eene functie van den vorm $\varphi(x)\, Cos\, px$, en nu bedenke men, dat telkens de D_0 de coefficient wordt van eene afzonderlijke integraal $\int_0^\infty \varphi(x)\, dx$, die buiten het sommatie-teeken staat. Zij moet dus telkens afzonderlijk worden bepaald, en daartoe behoort men bij ons drietal achtereenvolgens zijn toevlucht te nemen tot de integralen (4), (2) en (3), in N°. 8 afgeleid. De uitkomsten, op die wijze verkregen, vertoonen zich dus het eerst, afgescheiden van de sommatien, die daarop moeten volgen; op haar oefenen natuurlijk in geen geval de verschillende betrekkingen, die er tusschen ct en s mogten ontstaan, eenigen invloed uit: deze losse, alleenstaande integraal behoudt dus bij iedere herleidingsformnle altijd dezelfde waarde.

15. Naar deze opmerkingen en de hier herinnerde voorschriften van N°. 9, verkrijgt men door de toepassing van de integralen (12) en (12_a).

$$\int_0^\infty f_4(x) \frac{Sin\, sx}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2} \frac{x\,dx}{q^2 - x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2(1 - 2r\, Cos\, qs + r^2)} \left[D_0(r - Cos\, qs) + (Sin\, qs - Sin\, qs + 0) \sum_1^c D_n\, Sin\, ntq - (Cos\, qs - r) \sum_1^c D_n Cos\, ntq \right] =$$

$$= \frac{\pi}{2(1 - 2r\, Cos\, qs + r^2)} (r - Cos\, qs)(D_0 + \sum_1^c D_n Cos\, ntq) = \frac{\pi}{2} \frac{r - Cos\, qs}{1 - 2r Cos qs + r^2} f_4(q), \left[ct < s\right], \,.\, (XIX_2)$$

$$\int_0^\infty f_4(x) \frac{Sin\, sx}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2} \frac{x dx}{q^2 - x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2(1 - 2r\, Cos\, qs + r^2)} \Big[D_0 (r - Cos\, qs) + (Cos\, qs - r) \sum_1^{c-1} D_n\, Cos\, ntq + D_c \{ Sin^2 qs - \frac{1}{2}(1 - r^2) \} \Big] =$$

$$= \frac{\pi}{2(1 - 2r\, Cos\, qs + r^2)} \Big[(r - Cos\, qs)(D_0 + \sum_1^c D_n\, Cos\, ntq) + \frac{1}{2} D_c (1 - 2r\, Cos\, qs + r^2) \Big] =$$

$$= \frac{\pi}{2} \Big[\frac{r - Cos\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} f_4(q) + \frac{1}{2} D_c \Big], \quad [ct = s], \quad \ldots \ldots \quad (XIX_b)$$

$$= \frac{\pi}{2(1 - 2r\, Cos\, qs + r^2)} \Big[D_0 (r - Cos\, qs) - (Cos\, qs - r) \sum_1^k D_n\, Cos\, ntq +$$

$$+ (Sin\, qs - r\, Sin\, 2qs + r^2\, Sin\, qs) \sum_{k+1}^c D_n\, Sin\, ntq - r(Cos\, 2qs - r\, Cos\, qs) \sum_{k+1}^c D_n\, Cos\, ntq \Big] =$$

$$= \frac{\pi}{2(1 - 2r\, Cos\, qs + r^2)} \Big[(r - Cos\, qs)(D_0 + \sum_1^c D_n\, Cos\, ntq) +$$

$$+ (1 - 2r\, Cos\, qs + r^2)\, Sin\, qs. \sum_{k+1}^c D_n\, Sin\, ntq + (1 - 2r\, Cos\, qs + r^2)\, Cos\, qs. \sum_{k+1}^c D_n\, Cos\, ntq \Big] =$$

$$= \frac{\pi}{2} \Big[\frac{r - Cos\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} f_4(q) + \sum_{k+1}^c D_n\, Cos\, \{(nt - s)q\} \Big], \left[\begin{matrix} s < ct < 2s, \\ kt < s < (k+1)t \end{matrix} \right], \ldots \quad (XIX_c)$$

$$= \frac{\pi}{2(1 - 2r\, Cos\, qs + r^2)} \Big[D_0 (r - Cos\, qs) - (Cos\, qs - r) \sum_1^{k-1} D_n\, Cos\, ntq + D_k \{ Sin^2\, qs - \frac{1}{2}(1 - r^2) \} +$$

$$+ (Sin\, qs - r\, Sin\, 2qs + r^2\, Sin\, qs) \sum_{k+1}^c D_n\, Sin\, ntq - r(Cos\, 2qs - r\, Cos\, qs) \sum_{k+1}^c D_n\, Cos\, ntq \Big] =$$

$$= \frac{\pi}{2(1 - 2r\, Cos\, qs + r^2)} \Big[(r - Cos\, qs)(D_0 + \sum_1^c D_n\, Cos\, ntq) +$$

$$+ \frac{1}{2} D_k (1 - 2r\, Cos\, qs + r^2) + (1 - 2r\, Cos\, qs + r^2) \sum_{k+1}^c D_n\, Cos\, \{(nt - s)q\} \Big] =$$

$$= \frac{\pi}{2} \Big[\frac{r - Cos\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} f_4(q) + \frac{1}{2} D_k + \sum_{k+1}^c D_n\, Cos\, \{(nt - s)q\} \Big], \ [kt = s < ct < 2s], \ . \ (XIX_d)$$

$$= \frac{\pi}{2(1 - 2r Cos qs + r^2)} \Big[D_0 (r - Cos\, qs) - (Cos\, qs - r) \sum_1^k D_n Cos\, ntq + (Sin\, qs - r Sin\, 2qs + r_2 Sin\, qs) \sum_{k+1}^{c-1} D_n Sin\, ntq -$$

$$- r(Cos\, 2qs - r\, Cos\, qs) \sum_{k+1}^{c-1} D_n\, Cos\, ntq + C_c \{ Sin\, 2qs.\, Sin\, qs - \frac{1}{2} r(1 - r^2) \} =$$

$$= \frac{\pi}{2(1 - 2r\, Cos\, qs + r^2)} \Big[(r - Cos\, qs)(D_0 + \sum_1^c D_n\, Cos\, ntq) + (1 - 2r\, Cos\, qs + r^2) \sum_{k+1}^c D_n Cos \{(nt - s)q\} +$$

$$+ \frac{1}{2} D_c r (1 - 2r Cos qs + r^2) \Big] = \frac{\pi}{2} \Big[\frac{r - Cos\, qs}{1 - 2r Cos\, qs + r^2} f_4(q) + \sum_{k+1}^c D_n Cos \{(nt - s)q\} + \frac{1}{2} D_c r \Big]. \left[\begin{matrix} ct = 2s, \\ kt < s < (k+1)t \end{matrix} \right], . (XIX_e)$$

$$\int_0^\infty f_4(x)\frac{Sin\, sx}{1-2r\, Cos\, sx+r^2}\frac{xdx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\, Cos\, qs+r^2)}\Big[D_0(r-Cos\, qs)-(Cos\, qs-r)\sum_1^{k-1}D_n\, Cos\, ntq+D_k\{Sin^2\, qs-\frac{1}{2}(1-r^2)\}+$$

$$+(Sin\, qs-r\, Sin\, 2qs+r^2\, Sin\, qs)\sum_{k+1}^{c-1}D_n\, Sin\, ntq-r^2(Cos\, 2qs-r\, Cos\, qs)\sum_{k+1}^{c-1}D_n\, Cos\, ntq+$$

$$+C_c\{Sin\, 2qs.\, Sin\, qs-\frac{1}{2}r(1-r^2)\}\Big]=\frac{\pi}{2(1-2r\, Cos\, qs+r^2)}\Big[(r-Cos\, qs)D_0+\sum_1^c D_n\, Cos\, ntq+$$

$$+\frac{1}{2}D_k(1-2r\, Cos\, qs+r^2)+(1-2r\, Cos\, qs+r^2)\sum_{k+1}^c D_n Cos\{(nt-s)q\}+\frac{1}{2}D_c r(1-2r\, Cos\, qs+r^2)\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2}f_4(q)+\frac{1}{2}(D_k+r\, D_c)+\sum_{k+1}^c D_n\, Cos\,\{(nt-s)q\}\Big].\begin{bmatrix}ct=2s,\\ kt=s\end{bmatrix}.\quad (XIX_f)$$

Hier ziet men, dat er voor elke bijzondere betrekking tusschen ct en s, ook eene bijzondere waarde voor onze algemeene integraal wordt gevonden, zoodat er hier geene zamentrekking van meer uitkomsten tot eene kan plaats hebben. Maar daaruit volgt dan ook tevens, dat eene verdere beschouwing voor het geval dat ct grooter was dan $2s$, en bijv. kleiner dan $3s$, hier tot telkens onderling verschillende uitkomsten zoude aanleiding geven: vandaar, dat die beschouwingen zijn achterwege gelaten, om niet tot uitkomsten te geraken, die al te zamengesteld zouden worden.

Ten opzichte der herleidingen valt hier niets nieuws op te merken: de formulen zijn op dezelfde wijze behandeld, als reeds vroeger in N°. 10 uitvoerig genoeg werd aangegeven.

16. Bij het gebruiken van de volgende integraal (13) en (13_a) blijft de bewerking wel hetzelfde: maar de uitkomsten veranderen dikwerf niet met de verschillende onderstellingen, zoodat zij ten slotte zich tot weinige laten zamentrekken. Zoo is:

$$\int_0^\infty f_4(x)\frac{1-r^2}{1-2r\, Cos\, sx+r^2}\frac{qdx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{1-2r\, Cos\, qs+r^2}\Big[D_0 r Sin\, qs+\{\frac{1}{2}(1-r^2)-r\, Cos\, qs+r^2\}\sum_1^c D_n\, Sin\, ntq+r(Sin\, qs-r.0)\}\sum_1^c D_n\, Cos\, ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{1-2r\, Cos\, qs+r^2}\Big[r\, Sin\, qs.(D_0+\sum_1^c D_n\, Cos\, ntq)+\frac{1}{2}(1-2r\, Cos\, qs+r^2)\sum_1^c D_n\, Sin\, ntq\Big]=$$

$$=\pi\Big[\frac{r\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2}f_4(q)+\frac{1}{2}f_3(q)\Big],\ \big[ct<s\big],$$

$$\int_0^\infty f_4(x) \frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2} \frac{q\,dx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[D_0\,r\,Sin\,qs+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{c-1} D_n\,Sin\,ntq+r\,Sin\,qs.\sum_1^{c-1} D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+D_c\Big\{\frac{1}{2}(1-r^2)\,Sin\,qs+r^2\,Sin\,qs\Big\}\Big]=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[r\,Sin\,qs.(D_0+\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq)+$$

$$+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+D_c.0\Big]=\pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+\frac{1}{2}f_3(q)\Big],\ \Big[ct=s\Big],$$

$$= \frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[D_0\,r\,Sin\,qs+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^k D_n\,Sin\,ntq+r\,Sin\,qs.\sum_1^k D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+\Big\{\frac{1}{2}(1-r^2)-r^2\,Cos\,2qs+r^3\,Cos\,qs\Big\}\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,ntq+r^2\,(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^c D_n\,Cos\,ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[r\,Sin\,qs.\Big\{D_0+\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq\Big\}+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\,r\,Cos\,qs.\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,ntq-r\,Sin\,qs.(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^c D_n\,Cos\,ntq\Big]=$$

$$=\pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+\frac{1}{2}f_3(q)+r\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,\{(nt-s)\,q\}\Big],\ \Big[\begin{matrix}s<ct<2s,\\ kt<s<(k-1)t\end{matrix}\Big].$$

$$= \frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[D_0\,r\,Sin\,qs+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{k-1} D_n\,Sin\,ntq+r\,Sin\,qs.\sum_1^{k-1} D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+D_k\Big\{\frac{1}{2}(1-r^2)\,Sin\,qs+r^2\,Sin\,qs\Big\}+\Big\{\frac{1}{2}(1-r^2)-r^2\,Cos\,2qs+r^3\,Cos\,qs\Big\}\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+r^2\,(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^c D_n\,Cos\,ntq\Big]=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[r\,Sin\,qs.\Big\{D_0+\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq\Big\}+$$

$$+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+D_k.0+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\,r\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,\{(nt-s)\,q\}\Big]=$$

$$=\pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+\frac{1}{2}f_3(q)+r\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,\{(nt-s)\,q\}\Big],\quad\Big[kt=s<ct<2s\Big],$$

$$\int_0^\infty f_4(x)\frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{qdx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[D_0\,r\,Sin\,qs+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^k D_n\,Sin\,ntq+r\,Sin\,qs.\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+\left\{\frac{1}{2}(1-r^2)-r^2\,Cos\,2qs+r^3\,Cos\,qs\right\}\sum_{k+1}^{c-1}D_n\,Sin\,ntq+r^2(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{c-1}D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+D_c\left\{\frac{1}{2}(1-r^2)\,Sin\,2qs+r^3\,Sin\,qs\right\}\Big]=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[r\,Sin\,qs.\left\{D_0+\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq\right\}+$$

$$+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\,r\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\left\{(nt-s)q\right\}+D_c.\,0\Big]=$$

$$=\pi\left[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4+\frac{1}{2}f_3(q)+r\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\left\{(nt-s)\,q\right\}\right],\quad\Big[kt=s,\ ct=2s\Big],$$

$$=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[D_0\,r\,Sin\,qs+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^k D_n\,Sin\,ntq+r\,Sin\,qs.\sum_1^k D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+\left\{\frac{1}{2}(1-r^2)-r^2\,Cos\,2qs+r^3\,Cos\,qs\right\}\sum_{k+1}^{2k}D_n\,Sin\,ntq+r^2(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{2k}D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+\left\{\frac{1}{2}(1-r^2)-r^3\,Cos\,3qs+r^4\,Cos\,2qs\right\}\sum_{2k+1}^c D_n\,Sin\,ntq+r^3(Sin\,3qs-r\,Sin\,2qs)\sum_{2k+1}^c D_n\,Cos\,ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[r\,Sin\,qs.(D_0+\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq)+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2\}\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\,r\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\left\{(nt-s)q\right\}+(r^2\,Cos\,2qs-r^3\,Cos\,qs-r^3\,Cos\,3qs+r^4\,Cos\,2qs)\sum_{2k+1}^c D_n\,Cos\,ntq-$$

$$-(r^2\,Sin\,2qs-r^3\,Sin\,qs-r^3\,Sin\,3qs+r^4\,Sin\,2qs)\sum_{2k+1}^c D_n\,Cos\,ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{1-2r\,Sin\,qs+r^2}\Big[r\,Sin\,qs.f_4(q)+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)f_3(q)+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\,r\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\left\{(nt-s)q\right\}+$$

$$+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\left\{r^2\,Cos\,2qs.\sum_{2k+1}^c D_n\,Sin\,ntq-r^2\,Sin\,2qs.\sum_{2k+1}^c D_n\,Cos\,ntq\right\}\Big]=$$

$$=\pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+\frac{1}{2}f_3(q)+r\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\left\{(nt-s)q\right\}+r^2\sum_{2k+1}^c D_n\,Sin\left\{(nt-2s)q\right\}\Big],\ \left[\begin{matrix}2s<ct<3s,\\ 2kt<2s<\overline{2k+1}\,t\end{matrix}\right],$$

$$\int_0^\infty f_4(x)\,\frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[D_0\,r\,Sin\,qs+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^k D_n\,Sin\,ntq+r\,Sin\,qs.\sum_1^k D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+\left\{\frac{1}{2}(1-r^2)-r^2\,Cos\,2qs+r^3\,Cos\,qs\right\}\sum_{k+1}^{2k+1}D_n\,Sin\,ntq+r^2\,(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{2k+1}D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+\left\{\frac{1}{2}(1-r^2)-r^3\,Cos\,3qs+r^4\,Cos\,2qs\right\}\sum_{2k+1}^{c}D_n\,Sin\,ntq+r^3\,(Sin\,3qs-r\,Cos\,2qs)\sum_{2k+1}^{c}D_n\,Cos\,ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[r\,Sin\,qs.(D_0+\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq)+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\,r\sum_{k+1}^{c}D_n\,Sin\{(nt-s)q\}+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)(r^2\,Cos\,2qs.\sum_{2k+1}^{c}D_n\,Sin\,ntq-r^2\,Sin\,2qs.\sum_{2k+1}^{c}D_n\,Cos\,ntq)\Big]=$$

$$=\pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+\frac{1}{2}f_3(q)+r\sum_{k+1}^{2k+1}D_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}+$$

$$+r^2\sum_{2k+2}^{c}D_n\,Sin\,\{(nt-2s)q\}\Big],\quad\left[\begin{array}{c}2s<ct<3s,\\(2k+1)\,t<2s<2\,(k+1)\,t\end{array}\right],$$

$$=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[D_0\,r\,Sin\,qs+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^k D_n\,Sin\,ntq+r\,Sin\,qs.\sum_1^k D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+\left\{\frac{1}{2}(1-r^2)-r^2\,Cos\,2qs+r^3\,Cos\,qs)\right\}\sum_{k+1}^{2k}D_n\,Sin\,ntq+r^2\,(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{2k}D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+D_{2k+1}\left\{\frac{1}{2}(1-r^2)\,Sin\,2qs+r^3\,Sin\,qs\right\}+\left\{\frac{1}{2}(1-r^2)-r^3\,Cos\,3qs+r^4\,Cos\,2qs\right\}\sum_{2k+2}^{c}D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+r^3\,(Sin\,3qs-r\,Sin\,2qs)\sum_{2k+2}^{c}D_n\,Cos\,ntq\Big]=\frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[r\,Sin\,qs.\{D_0+\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq\}+$$

$$+\frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\,r\sum_{k+1}^{c}D_n\,Sin\{(nt-s)q\}+D_{2k+1}.0+$$

$$+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\,\{r^2\,Cos\,2qs.\sum_{2k+2}^{c}D_n\,Sin\,ntq-r^2\,Sin\,2qs.\sum_{2k+2}^{c}D_n\,Cos\,ntq\Big]=$$

$$=\pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+\frac{1}{2}f_3(q)+r\sum_{k+1}^{c}D_n\,Sin\{(nt-s)q\}+r^2\sum_{2k+2}^{c}D_n\,Sin\{(nt-2s)q\}\Big],\Big[(2k+1)t=2s<ct<3s\Big],$$

$$\int_0^\infty f_4(x) \frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2} \frac{qdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[D_0\, r\,Sin\,qs + \frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{k-1} D_n\,Sin\,ntq + r\,Sin\,qs.\sum_1^{k-1} D_n\,Cos\,ntq +$$

$$+ D_k\Big\{\frac{1}{2}(1-r^2)\,Sin\,qs + r^2\,Sin\,qs\Big\} + \Big\{\frac{1}{2}(1-r^2) - r^2\,Cos\,2qs + r^3\,Cos\,qs\Big\}\sum_{k+1}^{2k-1} D_n\,Sin\,ntq +$$

$$+ r^2\,Sin\,2qs - r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{2k+1} D_n\,Cos\,ntq + D_{2k}\Big\{\frac{1}{2}(1-r^2)\,Sin\,2qs + r^3\,Sin\,qs\Big\} + \Big\{\frac{1}{2}(1-r^2) - r^3\,Cos\,3qs +$$

$$+ r^4\,Cos\,2qs)\sum_{2k+1}^{c} D_n\,Sin\,ntq - r^3\,(Sin\,3qs - r\,Sin\,2qs)\sum_{2k+1}^{c} D_n\,Cos\,ntq\Big] =$$

$$= \frac{\pi}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\Big[r\,Sin\,qs.\Big\{D_0 + \sum_1^c D_n\,Cos\,ntq\Big\} + \frac{1}{2}(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq + D_k.0 +$$

$$+ (1-2r\,Cos\,qs+r^2)\,r\sum_{k+1}^{c} D_n\,Sin\,\{(nt-s)q\} + D_{2k}.0 + (1-2r\,Cos\,qs+r^2)(r^2\,Cos\,2qs.\sum_{2k+1}^{c} D_n\,Sin\,ntq -$$

$$- r^2\,Sin\,2qs.\sum_{2k+1}^{c} D_n\,Cos\,ntq)\Big] = \pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2} f_4(q) + \frac{1}{2} f_3(q) + r\sum_{k+1}^{c} D_n\,Sin\,\{(nt-s)q\} +$$

$$+ r^2\sum_{2k+1}^{c} D_n\,Sin\,\{(nt-2s)q\}\Big]. \quad \Big[kt = s,\ 2s < ct < 3s\Big].$$

Omdat hier voor ct, tusschen s en $2s$ gelegen, de uitkomsten dezelfde bleven, hetzij $kt < s < (k+1)t$, hetzij $kt = s$ was, is bij het hoofdgeval, dat $ct = 2s$ is, geen onderscheid gemaakt tusschen beide bijzondere gevallen. Vandaar ook dat hier het onderzoek werd voortgezet voor ct tusschen $2s$ en $3s$ gelegen. Men kan nu deze negen uitkomsten tot een viertal herleiden, dat werkelijk onderling onderscheiden is: men heeft dan

$$\int_0^\infty f_4(x) \frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2} \frac{qdx}{q^2-x^2} = \pi\Big[\frac{r - Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2} f_4(q) + \frac{1}{2} f_3(q)\Big],\ \Big[ct \leqq s\Big], \quad \ldots\ldots \text{(XX}_a\text{)}$$

$$= \pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2} f_4(q) + \frac{1}{2} f_3(q) + r\sum_{k+1}^{c} D_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}\Big],\ \Big[kt \leqq s < ct \leqq 2s\Big], \ldots\ldots \text{(XX}_b\text{)}$$

$$= \pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2} f_4(q) + \frac{1}{2} f_3(q) + r\sum_{k+1}^{c} D_n\,Sin\{(nt-s)q\} + r^2\sum_{2k+1}^{c} D_n\,Sin\{(nt-2s)q\}\Big].\Big[\begin{matrix}2s < ct < 3s,\\ 2kt \leqq 2s < (2k+1)t\end{matrix}\Big]. \text{(XX}_c\text{)}$$

$$= \pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2} f_4(q) + \frac{1}{2} f_3(q) + r\sum_{k+1}^{c} D_n\,Sin\{(nt-s)q\} + r\sum_{2k+2}^{c} D_n\,Sin\{(nt-2s)q\}\Big],\Big[\begin{matrix}2s < ct < 3s,\\ (2k+1)t \leqq 2s < 2(k+1)t\end{matrix}\Big]. \text{(XX}_d\text{)}$$

17. De volgende integraal (14) en (14*a*) geeft op diezelfde wijze aanleiding tot eene herleidingsformule, waarbij de bewerking wederom dezelfde blijft. Alsdan is

$$\int_0^\infty f_4(x)\,\frac{(1-r^2)\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[D_0(1+r^2)Sin\,qs+\{(1-r^2)Cos\,qs-(1+r^2)(Cos\,qs+r^2)\}\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+(1+r^2)(Sin\,qs-0)\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq\Big]=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(1+r^2)\,Sin\,qs.\{D_0+\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq\}+$$

$$+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq\Big]=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_3(q)+r\,f_3(q)\Big],\quad\Big[ct<s\Big],$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[D_0(1+r^2)Sin\,qs+r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{c-1}D_n\,Sin\,ntq+(1+r^2)Sin\,qs.\sum_1^{c-1}D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+D_c\{(1-r^2)Cos\,qs.Sin\,qs+(1+r^2)r\,Sin\,qs)\}\Big]=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(1+r^2)Sin\,qs.(D_0+\sum_1 D_n\,Cos\,ntq)+$$

$$+r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+D_c.0\Big]=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+r\,f_3(q)\Big],\quad\Big[ct=s\Big],$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[D_0(1+r^2)Sin\,qs+r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^k D_n\,Sin\,ntq+(1+r^2)Sin\,qs.\sum_1^k D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+\{(1-r^2)Cos\,qs-(1+r^2)(r\,Cos\,2qs-r^2Cos\,qs)\}\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,ntq+(1+r^2)r(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^c D_n\,Cos\,ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(1+r^2)\,Sin\,qs.(D_0+\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq)+r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)(1+r^2)(Cos\,qs.\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,ntq+Sin\,qs.\sum_{k+1}^c D_n\,Cos\,ntq)\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+r\,f_3(q)+(1+r^2)\sum_{k+1}^c D_n\,\{Sin\,(nt-s)\,q\}\Big],\Big[\begin{matrix}s<ct<2s,\\ kt<s<(k+1)t\end{matrix}\Big],$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[D_0(1+r^2)\,Sin\,qs+r\,(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{k-1}D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+(1+r^2)\,Sin\,qs.\sum_1^{k-1}D_n\,Cos\,ntq+D_k\,\{(1-r^2)\,Sin\,qs.\,Cos\,qs+(1+r^2)\,r\,Sin\,qs\}+$$

$$+\{(1-r^2)Cos\,qs-(1+r^2)(r\,Cos\,2qs-r^2Cos\,qs)\}\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,ntq+(1+r^2)r(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^c D_n\,Cos\,ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(1+r^2)\,Sin\,qs.(D_0+\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq)+r\,(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+D_k.0+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)(1+r^2)\,(Cos\,qs.\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,ntq-Sin\,qs.\sum_{k+1}^c D_n\,Cos\,ntq)\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+r\,f_3(q)+(1+r^2)\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}\Big],\quad\Big[kt=s<ct<2s\Big],$$

$$\int_0^\infty f_4(x)\frac{(1-r^2)\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[D_0(1+r^2)\,Sin\,qs+r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+(1+r^2)\,Sin\,qs.\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq+\{(1-r^2)\,Cos\,qs+(1+r^2)(r\,Cos\,2qs-r^2\,Cos\,qs)\}\sum_{k+1}^{c-1}D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+(1+r^2)\,r\,(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{c-1}D_n\,Cos\,ntq+D_c\{(1-r^2)\,Cos\,qs.\,Sin\,2qs+(1+r^2)\,r^2\,Sin\,qs\}\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(1+r^2)\,Sin\,qs.(D_0+\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq)+r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)(1+r^2)(Cos\,qs.\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,ntq-Sin\,qs.\sum_{k+1}^c D_n\,Cos\,ntq)+D_c.\,0\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+rf_3(q)+(1+r^2)\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}\Big],\ \Big[ct=2s,\,kt=s\Big],$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[D_0(1+r^2)\,Sin\,qs+r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^k D_n\,Sin\,ntq+(1+r^2)\,Sin\,qs.\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+\{(1-r^2)Cos\,qs+(1+r^2)(r\,Cos\,2qs-r^2\,Cos\,qs)\}\sum_{k+1}^{2k}D_n\,Sin\,ntq+(1+r^2)\,r\,(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{2k}D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+\{(1-r^2)Cos\,qs-(1+r^2)(r^2\,Cos\,3qs-r^3\,Cos\,2qs)\}\sum_{2k+1}^c D_n\,Sin\,ntq+(1+r^2)r^3(Sin\,3qs-r\,Sin\,2qs)\sum_{2k+1}^c D_n\,Cos\,ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(1+r^2)\,Sin\,qs.\{D_0+\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq\}+r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum^c D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+(1+r^2)(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}+(1+r^2)(r\,Cos\,2qs-r^2\,Cos\,qs-r^2\,Cos\,3qs+r^3\,Cos\,2qs)\sum_{2k+1}D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+(1+r^2)\,r\,(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs-r\,Sin\,3qs+r^2\,Sin\,2qs)\sum_{2k+1}^c D_n\,Cos\,ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(1+r^2)Sin\,qs.f_4(q)+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)rf_3(q)+(1+r^2)(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}+$$

$$+(1+r^2)(1-2r\,Cos\,qs+r^2)(r\,Cos\,2qs.\sum_{2k+1}^c D_n\,Sin\,ntq-r\,Sin\,2qs.\sum_{2k+1}^c D_n\,Cos\,ntq)\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+rf_3(q)+(1+r^2)\Big(\sum_{k+1}^c D_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}+r\sum_{2k+1}^c D_n\,Sin\,\{(nt-2s)q\}\Big)\Big],\ \Big[\begin{matrix}2s<ct<3s.\\2kt<2s<(2k+1)t\end{matrix}\Big],$$

$$\int_0^\infty f_s(x)\,\frac{(1-r^2)\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[D_0(1+r^2)Sin\,qs+r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^k D_n Sin\,ntq+(1+r^2)Sin\,qs.\sum_1^k D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+\{(1-r^2)Cos\,qs+(1+r^2)(r\,Cos\,2qs-r^2\,Cos\,qs)\}\sum_{k+1}^{2k+1} D_n\,Sin\,ntq+(1+r^2)\,r\,(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{2k+1} D_n Cos\,ntq+$$

$$+\{(1-r^2)Cos\,qs-(1+r^2)(r^2\,Cos\,3qs-r^3\,Cos\,2qs)\}\sum_{2k+2}^{c} D_n Sin\,ntq+(1+r^2)\,r^2\,(Sin\,3qs-r\,Sin\,2qs)\sum_{2k+2}^{c} D_n Cos\,ntq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(1+r^2)\,Sin\,qs.\{D_0+\sum_1^c D_n\,Cos\,ntq)+r\,(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+(1+r^2)(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^{c} D_n Sin\{(nt-s)q\}+(1+r^2)(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\{r\,Cos\,2qs.\sum_{2k+2}^{c} D_n Sin\,ntq-r\,Sin\,2qs.\sum_{2k+2}^{c} D_n Cos\,ntq\}\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_s(q)+rf_s(q)+(1+r^2)\Big(\sum_{k+1}^{c} D_n Sin\{(nt-s)q\}+r\sum_{2k+2}^{c} D_n Sin\{(nt-2s)q\}\Big)\Big],\ \left[\begin{matrix}2s<ct<3s,\\(2k+1)t<2s<2(k+1)t\end{matrix}\right],$$

$$=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[D_0(1+r^2)Sin\,qs+r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^k D_n\,Sin\,ntq+(1+r^2)\,Sin\,qs.\sum_1^k D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+\{(1-r^2)Cos\,qs+(1+r^2)(r\,Cos\,2qs-r^2\,Cos\,qs)\}\sum_{k+1}^{2k} D_n\,Sin\,ntq+(1+r^2)\,r\,(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{2k} D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+D_{2k+1}\{(1-r^2)Cos\,qs.\,Sin\,2qs+r(1+r^2)Sin\,qs\}+\{(1-r^2)\,Cos\,qs-(1+r^2)\,(r^2 Cos\,3qs-r^3 Cos\,2qs)\}\sum_{2k+2}^{c} D_n\,Sin\,ntq+$$

$$+(1+r^2)r^2\,(Sin\,3qs-r\,Sin\,2qs)\sum_{2k+2}^{c} D_n\,Cos\,ntq\Big]=\frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(1+r^2)Sin\,qs.\,(D_0+\sum_1^c D_n Cos\,ntq)+$$

$$+r\,(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^c D_n\,Sin\,ntq+(1+r^2)\,(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^{c} D_n\,Sin\,\{(nt-s)\,q\}+D_{2k+1}.\,0+$$

$$+(1+r^2)(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\,(r\,Cos\,2qs.\sum_{2k+2}^{c} D_n\,Sin\,ntq-r\,Sin\,2qs.\sum_{2k+2}^{c} D_n\,Cos\,ntq)\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_s(q)+rf_s(q)+(1+r^2)\Big(\sum_{k+1}^{c} D_n Sin\{(nt-s)q\}+r\sum_{2k+2}^{c} D_n\,Sin\{(nt-2s)q\}\Big)\Big],\ \Big[(2k+1)t=2s<ct<3s\Big],$$

$$\int_0^\infty f_4(x) \frac{(1-r^2)\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[D_0(1+r^2)Sin\,qs+r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{k-1}D_n\,Sin\,ntq+(1+r^2)Sin\,qs.\sum_1^{k-1}D_n\,Cos\,ntq+$$

$$+D_k\{(1-r^2)Sin\,qs.\,Cos\,qs+(1+r^2)r\,Sin\,qs\}+\{(1-r^2)Cos\,qs+(1+r^2)(r\,Cos\,2qs-r^2\,Cos\,qs)\}\sum_{k+1}^{2k-1}D_n Sin\,ntq+$$

$$+(1+r^2)r(Sin\,2qs-r\,Sin\,qs)\sum_{k+1}^{2k-1}D_n Cos\,ntq+D_{2k}\{(1-r^2)Cos\,qs.\,Sin\,2qs+r(1+r^2)Sin\,qs\}+\{(1-r^2)Cos\,qs-$$

$$-(1+r^2)(r^2\,Cos\,3qs-r^3\,Cos\,2qs)\}\sum_{2k+1}^{c}D_n\,Sin\,ntq+(1+r^2)r^2(Sin\,3qs-r\,Sin\,2qs)\sum_{2k+1}^{c}D_n\,Cos\,ntq\Big]=$$

$$= \frac{\pi}{2(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big[(1+r^2)Sin\,qs.(D_0+\sum_1^{c}D_n\,Cos\,ntq)+r(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_1^{c}D_n\,Sin\,ntq+D_k.0+$$

$$+(1+r^2)(1-2r\,Cos\,qs+r^2)\sum_{k+1}^{c}D_n\,Sin\,\{(nt-s)q\}+D_{2k}.0+$$

$$+(1-2r\,Cos\,qs+r^2)(1+r^2)(r\,Cos\,2qs.\sum_{2k+1}^{c}D_n\,Sin\,ntq-r\,Sin\,2qs.\sum_{2k+1}^{c}D_n Cos\,ntq)\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+rf_3(q)+(1+r^2)\Big(\sum_{k+1}^{c}D_n Sin\{(nt-s)q\}+r\sum_{2k+1}^{c}D_n Sin\{(nt-2s)q\}\Big)\Big].\,[2kt=2s<ct<3s].$$

De herleidingen volgden hier wederom denzelfden gang als vroeger. Omdat hier voor de waarden van ct, grooter dan s maar kleiner dan $2s$, de uitkomst niet onderscheiden was, hetzij s een veelvoud van t was of niet, is er vooreerst bij het geval van $ct=2s$ geen onderscheid gemaakt tusschen die beide toestanden; vervolgens konde dan ook hier weder worden voortgegaan met het onderzoek, wanneer cs grooter dan $2s$ werd, maar toch kleiner dan $3s$ bleef. De negen verschillende uitkomsten, die op deze wijze werden verkregen, zijn echter niet alle onderscheiden, maar laten zich licht tot de volgende vier gevallen terugbrengen.

$$\int_0^\infty f_4(x)\frac{(1-r^2)\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+rf_3(q)\Big],\,[ct\leqq s],\;.\;(XXI_a)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+rf_3(q)+(1+r^2)\sum_{k+1}^{c}D_n Sin\{(nt-s)q\}\Big],\,[kt\leqq s<ct\leqq 2s],\;.\;(XXI_b)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+rf_3(q)+(1+r^2)\Big(\sum_{k+1}^{c}D_n\,Sin\{(nt-s)q\}+$$

$$+r\sum_{2k+1}^{c}D_n\,Sin\{(nt-2s)q\}\Big)\Big],\;\left[\begin{matrix}2s<ct<3s,\\2kt\leqq 2s<(2k+1)t\end{matrix}\right],\;.\;.\;.\;(XXI_c)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}f_4(q)+rf_3(q)+(1+r^2)\Big(\sum_{k+1}^{c}D_n\,Sin\{(nt-s)q\}+$$

$$+r\sum_{2k+2}^{c}D_n\,Sin\{(nt-2s)q\}\Big)\Big].\;\left[\begin{matrix}2s<ct<3s,\\(2k+1)t\leqq 2s<2(k+1)t\end{matrix}\right].\;.\;.\;.\;(XXI_d)$$

18. Wanneer men nu de volgende integralen (15), (16) en (17) gebruikt, worden de uitkomsten wederom veel eenvoudiger, in zoo verre namelijk hier al weder ieder onderscheid wegvalt tusschen de betrekkelijke waarden van t en s. Daartegen staat evenwel over, dat de eerste sommatie ten opzichte van n niet konde uitgevoerd worden, en dat derhalve deze tweede sommatie ten opzichte van m moet genomen worden.

Wat vervolgens betreft den lossen term, die tot coefficient heeft D_0 en tot tweeden factor de integraal $\int_0^\infty \varphi(x)\,dx$: deze wordt bij het gebruik van de formule (15) gegeven door de vroegere integraal (1); maar ten aanzien van de beide andere integralen (16) en (17) worden de overeenkomstige integralen voor die losse termen niet gevonden: en dit ook terecht, want zij worden toch ieder op zichzelve oneindig groot, zoo als dit uit de integraal (5) reeds volgt, en nog duidelijker blijkt uit het theorema (IV), dat vervangen werd door (IV_a), waaruit die integraal (5) kon voortspruiten. Men komt evenwel gemakkelijk aan dit bezwaar te gemoet, door in plaats van $f_4(x)$ te gebruiken de andere $f_4(x) - D_0 = \sum_1^c D_m\,Cos\,mtx$: daardoor toch vervalt de losse term, en daarmede het geheele bezwaar, dat zich hier voordoet. Men verkrijgt nu

$$\int_0^\infty f_3(x)\,\frac{Sin\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2} = D_0\sum_1^\infty r^{n-1}\left[Sin\,nqs.\,Ci\,(nqs) - Cos\,nqs.\,Si\,(nqs)\right] +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_1^c D_m Sin\,mtq.\sum_1^\infty r^{n-1}\left[Sin\,nqs.\left\{Si[(ns+mt)q]-Si[(ns-mt)q]\right\}-Cos\,nqs.\left\{Ci[(ns+mt)q]+Ci[(ns-mt)q]\right\}\right]-$$

$$-\frac{1}{2}\sum_1^c D_m\,Cos\,mtq.\sum_1^\infty r^{n-1}\left[Cos\,nqs.\left\{Si[(ns+mt)q]+Si[(ns-mt)q]\right\}+Sin\,nqs.\left\{Ci[(ns+mt)q]-Ci[(ns-mt)q]\right\}\right];\ (XXII)$$

$$\int_0^\infty \left[f_4(x)-D_0\right]\frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{x\,dx}{q^2-x^2} = \sum_1^c D_m\left[Cos\,mtq.\,Ci\,(mtq) + Sin\,mtq.\,Si\,(mtq)\right] +$$

$$+\sum_1^c D_m Sin\,mtq.\sum_1^\infty r^n\left[Sin\,nqs.\left\{Ci[(ns+mt)q]-Ci[(ns-mt)q]\right\}-Cos\,nqs.\left\{Si[(ns+mt)q]-Si[(ns-mt)q]\right\}\right]+$$

$$+\sum_1^c D_m Cos\,mtq.\sum_1^\infty r^n\left[Cos\,nqs.\left\{Ci[(ns+mt)q]+Ci[(ns-mt)q]\right\}+Sin\,nqs.\left\{Si[(ns+mt)q]+Si[(ns-mt)q]\right\}\right];\ (XXIII)$$

$$\int_0^\infty \left[f_4(x)-D_0\right]\frac{(1-r^2)\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{x\,dx}{q^2-x^2} = r\sum_1^c D_m\left[Cos\,mtq.\,Ci\,(mtq) + Sin\,mtq.\,Si\,(mtq)\right] +$$

$$+\frac{1}{2}(1+r^2)\sum_1^c D_m Sin\,mtq.\sum_1^\infty r^{n-1}\left[Sin\,nqs.\left\{Ci[(ns+mt)q]-Ci[(ns-mt)q]\right\}-Cos\,nqs.\left\{Si[(ns+mt)q]-Si[(ns-mt)q]\right\}\right]+$$

$$+\frac{1}{2}(1+r^2)\sum_1^c D_m Cos\,mtq.\sum_1^\infty r^{n-1}\left[Cos\,nqs.\left\{Ci[(ns+mt)q]+Ci[(ns-mt)q]\right\}+Sin\,nqs.\left\{Si[(ns+mt)q]+Si[(ns-mt)q]\right\}\right].\ (XXIV)$$

En hiermede zijn wij aan het einde gekomen van het stelsel algemeene herleidingsformulen, dat wij wenschten af te leiden.

§ 3. TOEPASSING DER VERKREGEN HERLEIDINGSFORMULEN.

19. Wil men dit stelsel herleidingsformulen gebruiken tot het afleiden van nieuwe bepaalde integralen, zoo bepale men zich vooreerst tot de overeenkomstige ontwikkelingen

$$f_3(x) = (2\,Cos\frac{1}{2}tx)^a.Sin\frac{1}{2}atx = \sum_1^a \binom{a}{m} Sin\,mtx,$$

$$f_4(x) = (2\,Cos\frac{1}{2}tx)^a.Cos\frac{1}{2}atx = \sum_0^a \binom{a}{m} Cos\,mtx = 1 + \sum_1^a \binom{a}{m} Cos\,mtx,$$

waarin nu $C_m = \binom{a}{m} = D_m$ de m - de binomiaal coefficient van den aanwijzer a voorstelt. Zonder de algemeenheid der formulen eenigzins te benadeelen, kan men willekeurig over t beschikken, daar men immers altijd naderhand door de onderstelling $x = ty$ de standvastige t wederom zoude kunnen invoeren. Deze opmerking kunnen wij hier nuttig gebruiken, door $t = 2$ te stellen, en alzoo het element $\frac{1}{2}tx$ tot de geheele x terug te brengen, waardoor de gebroken vormen worden vermeden.

Op die wijze leiden wij uit de algemeene vergelijkingen (XIII) tot (XXIV) achtereenvolgens de volgende integralen af.

$$\int_0^\infty Cos^a x \frac{Sin\,ax.Sin\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\frac{qdx}{q^2-x^2} = \frac{\pi}{2}\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}Cos^a q.Sin\,aq\,,\ \left[2a \leqq s\right], \quad . \; . \; (18_a)$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}Cos^a q.Sin\,aq + \frac{1}{2^a}\sum_{k+1}^a \binom{a}{n} Sin\left\{(2n-s)q\right\}\right], \left[\begin{matrix} s < 2a \leqq 2s, \\ k = \mathcal{E}\frac{1}{2}s \end{matrix}\right], \; . \; (18_b)$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}Cos^a q.Sin\,aq + \frac{1}{2^a}\left\{\sum_{k+1}^a \binom{a}{n} Sin\left\{(2n-s)q\right\} + r\sum_{2k+1}^a \binom{a}{n} Sin\left\{(n-s)2q\right\}\right\}\right],$$

$$\left[\begin{matrix} 2s < 2a < 3s, \\ 2k \leqq s < 2k+1 \end{matrix}, \; k = \mathcal{E}\frac{1}{2}s\right], \quad . \; . \; . \; . \; . \; (18_c)$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}Cos^a q.Sin\,aq + \frac{1}{2^a}\left\{\sum_{k+1}^a \binom{a}{n} Sin\left\{(2n-s)q\right\} + r\sum_{2k+2}^a \binom{a}{n} Sin\left\{(n-s)2q\right\}\right\}\right];$$

$$\left[\begin{matrix} 2s < 2a < 3s, \\ (2k+1) \leqq s < 2(k+1) \end{matrix}, \; k = \mathcal{E}\frac{1}{2}(s-1)\right]; \quad . \; . \; . \; . \; . \; (18_d)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x \frac{(1-r^2)\, Sin\, ax}{1-2r\, Cos\, sx+r^2}\, \frac{q\, dx}{q^2-x^2} =$$

$$= \pi\Big[\frac{r\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2}\, Cos^a q.\, Sin\, aq - \frac{1}{2}\left(Cos^a q.\, Cos\, aq - \frac{1}{2^a}\right),\ \Big[2a < s\Big], \ldots\ldots (19_a)$$

$$= \pi\Big[\frac{r\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2}\, Cos^a q.\, Sin\, aq - \frac{1}{2}\left(Cos^a q.\, Cos\, aq - \frac{1-r}{2^a}\right)\Big],\ \Big[2a = s\Big], \ldots (19_b)$$

$$= \pi\Big[\frac{r\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2}\, Cos^a q.\, Sin\, aq - \frac{1}{2}\left(Cos^a q.\, Cos\, aq - \frac{r}{2^a}\sum_{k+1}^{a}\binom{a}{n} Cos\,\{(2n-s)\, q\}\right)\Big],$$

$$\left[\begin{matrix} s < 2a < 2s, \\ k = \mathcal{E}\,\frac{1}{2}s, \text{ breuk}\end{matrix}\right], \ldots\ldots (19_c)$$

$$= \pi\Big[\frac{r\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q.\, Sin\, aq - \frac{1}{2}\left(Cos^a q.\, Cos\, aq - \frac{1}{2^a}\left\{1-\binom{a}{k}\right\}\right) - \frac{r}{2^a}\sum_{k+1}^{a}\binom{a}{n} Cos\,\{(2n-s)q\}\Big],$$

$$\left[\begin{matrix} s < 2a < 2s, \\ k = \mathcal{E}\,\frac{1}{2}s, \text{ geheel}\end{matrix}\right], \ldots\ldots (19_d)$$

$$= \pi\Big[\frac{r\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2}\, Cos^a q.\, Sin\, aq - \frac{1}{2}\left(Cos^a q. Cos\, aq - \frac{1-r^2}{2^a}\right) - \frac{r}{2^a}\sum_{k+1}^{a}\binom{a}{n} Cos\,\{(2n-s)q\}\Big],$$

$$\left[\begin{matrix} a = s, \\ k = \mathcal{E}\,\frac{1}{2}s, \text{ breuk}\end{matrix}\right], \ldots\ldots (19_e)$$

$$= \pi\Big[\frac{r\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2}\, Cos^a q.\, Sin\, aq - \frac{1}{2}\left(Cos^a q.\, Cos\, aq - \frac{1}{2^a}\left\{1-r^2-r\binom{a}{k}\right\}\right) -$$

$$- \frac{r}{2^a}\sum_{k+1}^{a}\binom{a}{n} Cos\,\{(2n-s)\, q\}\Big];\ \left[\begin{matrix} a = s, \\ k = \mathcal{E}\,\frac{1}{2}s, \text{ geheel}\end{matrix}\right]; \ldots\ldots (19_f)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x \frac{(1-r^2)\, Sin\, ax.\, Cos\, sx}{1-2r\, Cos\, sx+r^2}\, \frac{x\, dx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q.\, Sin\, aq - r\left(Cos^a q.\, Cos\, aq - \frac{1}{2^a}\right)\Big],\ \Big[2a < s\Big], \ldots\ldots (20_a)$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2}\, Cos^a q.\, Sin\, aq - r\left(Cos^a q.\, Cos\, aq - \frac{(1-r)^2}{2^{a+1}\, r}\right)\Big],\ \Big[2a = s\Big], \ldots (20_b)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x \frac{(1-r^2)\,Sin\,ax.\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{x\,dx}{q^2-x^2} = \frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,Cos^a q.\,Sin\,aq\,-$$

$$-\,r\left(Cos^a q.\,Cos\,aq-\frac{1}{2^a}\right)-\frac{1+r^2}{2^a}\sum_{k+1}^{a}\binom{a}{n}Cos\{(2n-s)\,q\}\Big],\quad \left[\begin{array}{c} s<2a<2s, \\ k=\mathcal{E}\,\frac{1}{2}\,s,\ \text{breuk}\end{array}\right],\;(20_c)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,Cos^a q.\,Sin\,aq-r\left(Cos^a q.\,Cos\,aq-\frac{1}{2^a}\left\{1-\frac{1+r^2}{2r}\binom{a}{k}\right\}\right)-$$

$$-\,\frac{1+r^2}{2^a}\sum_{k+1}^{a}\binom{a}{n}Cos\,\{(2n-s)\,q\}\Big],\quad \left[\begin{array}{c} s<2a<2s, \\ k=\mathcal{E}\,\frac{1}{2}\,s,\ \text{geheel}\end{array}\right],\;(20_d)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,Cos^a q.\,Sin\,aq-r\left(Cos^a q.\,Cos\,aq-\frac{1-r^2}{2^{a+1}}\right)-$$

$$-\,\frac{1+r^2}{2^a}\sum_{k+1}^{a}\binom{a}{n}Cos\,\{(2n-s)\,q\}\Big],\quad \left[\begin{array}{c} a=s, \\ k=\mathcal{E}\,\frac{1}{2}\,s,\ \text{breuk}\end{array}\right],\;(20_e)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,Cos^a q.\,Sin\,aq-r\left(Cos^a q.\,Cos\,aq+\frac{1}{2^{a+1}}\left\{(1-r^2)+\frac{1+r^2}{r}\binom{a}{k}\right\}\right)-$$

$$-\,\frac{1+r^2}{2^a}\sum_{k+1}^{a}\binom{a}{n}Cos\,\{(2n-s)\,q\}\Big];\quad \left[\begin{array}{c} a=s, \\ k=\mathcal{E}\,\frac{1}{2}\,s,\ \text{geheel}\end{array}\right];\;(20_f)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x\frac{Sin\,ax.\,Sin\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{x\,dx}{q^2-x^2}=\frac{1}{2^{a+1}}\sum_1^a\binom{a}{m}Sin\,2mq.\sum_1^\infty r^{n-1}\Big[Sin\,nqs.\{Ci[(ns+2m)q]+Ci[(ns-2m)q]\}-$$

$$-\,Cos\,nqs.\,\{Si\,[(ns+2m)\,q]+Si\,[(ns-2m)\,q]\}\Big]-$$

$$-\frac{1}{2^{a+1}}\sum_1^a\binom{a}{m}Cos\,2mq.\sum_1^\infty r^{n-1}\Big[Cos\,nqs.\{Ci[(ns+2m)q]-Ci[(ns-2m)q]\}+Sin\,nqs.\{Si[(ns+2m)q]-Si[(ns-2m)q]\}\Big];\;(21)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x\frac{(1-r^2)\,Sin\,ax}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=\frac{1}{2^a}\sum_1^a\binom{a}{m}\Big[Sin\,2mq.\,Ci\,(2mq)-Cos\,2mq.\,Si\,(2mq)\Big]+$$

$$+\,\frac{1}{2^a}\sum_1^a\binom{a}{m}Sin\,2mq.\sum_1^\infty r^n\Big[Sin\,nqs.\{Si[(ns+2m)q]+Si[(ns-2m)q]\}+Cos\,nqs.\,\{Ci[(ns+2m)q]+Ci[(ns-2m)q]\}\Big]-$$

$$-\frac{1}{2^a}\sum_1^a\binom{a}{m}Cos\,2mq.\sum_1^\infty r^n\Big[Cos\,nqs.\{Si[(ns+2m)q]-Si[(ns-2m)q]\}-Sin\,nqs.\{Ci[(ns+2m)q]-Ci[(ns-2m)q]\}\Big];\;(22)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x \frac{(1-r^2)\, Sin\, ax.\, Cos\, sx}{1-2r\, Cos\, sx+r^2}\, \frac{q\, dx}{q^2-x^2} = \frac{r}{2^a}\sum_1^a \binom{a}{m}\Big[Sin\, 2mq.\, Ci\,(2mq) - Cos\, 2mq.\, Si\,(2mq)\Big] +$$

$$+\frac{1+r^2}{2^{a+1}}\sum_1^a \binom{a}{m} Sin\, 2mq. \sum_1^\infty r^{n-1}\Big[Sin\, nqs.\{Si[(ns+2m)q]+Si[(ns-2m)q]\}+Cos\, nqs.\{Ci[(ns+2m)q]+Ci[(ns-2m)q]\}\Big]-$$

$$-\frac{1+r^2}{2^{a+1}}\sum_1^a \binom{a}{m} Cos\, 2mq. \sum_1^\infty r^{n-1}\Big[Cos\, nqs.\{Si[(ns+2m)q]-Si[(ns-2m)q]\}-Sin\, nqs.\{Ci[(ns+2m)q]-Ci[(ns-2m)q]\}\Big]; \quad (23)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x \frac{Cos\, ax.\, Sin\, sx}{1-2r\, Cos\, sx+r^2}\, \frac{x dx}{q^2-x^2} = \frac{\pi}{2}\, \frac{r - Cos\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2}\, Cos^a q.\, Cos\, aq,\ \Big[2a < s\Big], \ldots (24_a)$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q.\, Cos\, aq + \frac{1}{2^{a+1}}\Big],\ \Big[2a = s\Big], \ldots (24_b)$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q.\, Cos\, aq + \frac{1}{2^a}\sum_{k+1}^a \binom{a}{n} Cos\,\{(2n-s)q\}\Big], \left[\begin{array}{c} s < 2a < 2s, \\ k = \mathcal{E}\,\frac{1}{2}s,\ \text{breuk}\end{array}\right], (24_c)$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q.\, Cos\, aq + \frac{1}{2^{a+1}}\binom{a}{k} + \frac{1}{2^a}\sum_{k+1}^a \binom{a}{n} Cos\,\{(2n-s)q\}\Big], \left[\begin{array}{c} s < 2a < 2s, \\ k = \mathcal{E}\,\frac{1}{2}s,\ \text{geheel}\end{array}\right], (24_d)$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q.\, Cos\, aq + \frac{1}{2^a}\sum_{k+1}^a \binom{a}{n} Cos\,\{(2n-s)q\} + \frac{r}{2^{a+1}}\Big], \left[\begin{array}{c} s = a, \\ k = \mathcal{E}\,\frac{1}{2}s,\ \text{breuk}\end{array}\right], (24_e)$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q.\, Cos\, aq + \frac{1}{2^{a+1}}\Big\{r + \binom{a}{k}\Big\} + \frac{1}{2^a}\sum_{k+1}^a \binom{a}{n} Cos\,\{(2n-s)q\}\Big]; \left[\begin{array}{c} s = a, \\ k = \mathcal{E}\,\frac{1}{2}s,\ \text{geheel}\end{array}\right]; (24_f)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x \frac{(1-r^2)\, Cos\, ax}{1-2r\, Cos\, sx+r^2}\, \frac{q dx}{q^2-x^2} = \pi\Big[\frac{r\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q.\, Cos\, aq + \frac{1}{2} Cos^a q.\, Sin\, aq\Big],\ \Big[2a \leqq s\Big], \ldots (25_a)$$

$$= \pi\Big[\frac{r\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q.\, Cos\, aq + \frac{1}{2} Cos^a q.\, Sin\, aq + \frac{r}{2^{a+1}}\sum_{k+1}^a \binom{a}{n} Sin\,\{(2n-s)q\}\Big], \left[\begin{array}{c} s < 2a \leqq 2s, \\ k = \mathcal{E}\,\frac{1}{2}s\end{array}\right], \ldots (25_b)$$

$$= \pi\Big[\frac{r\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q.\, Cos\, aq + \frac{1}{2} Cos^a q.\, Sin\, aq + \frac{r}{2^a}\sum_{k+1}^a \binom{a}{n} Sin\,\{(2n-s)q\} + \frac{r^2}{2^a}\sum_{2k+1}^a \binom{a}{n} Sin\,\{(n-s)\,2q\}\Big],$$

$$\left[\begin{array}{c} 2s < a < 3s, \\ 2k \leqq s < 2k+1,\end{array}\ k = \mathcal{E}\,\frac{1}{2}s\right], \ldots (25_c)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x \, \frac{(1-r^2)\, Cos\, ax}{1-2r\, Cos\, sx+r^2} \, \frac{q dx}{q^2-x^2} = \pi \Big[\frac{r\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q . Cos\, aq + \frac{1}{2} Cos^a q . Sin\, aq +$$

$$+ \frac{r}{2^a} \sum_{k+1}^{a} \binom{a}{n} Sin\, \{(2n-s)\, q\} + \frac{r^2}{2^a} \sum_{2k+2}^{a} \binom{a}{n} Sin\, \{(n-s)\, 2q\} \Big] ; \left[\begin{matrix} 2s < 2a < 3s, \\ 2k+1 \leqq s < 2(k+1) \end{matrix}, k = \mathcal{E} \frac{1}{2}(s-1) \right] ; \; . \; . \; (25)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x \, \frac{(1-r^2)\, Cos\, ax . Cos\, sx}{1-2r\, Cos\, sx+r^2} \, \frac{q dx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2} \Big[\frac{(1+r^2)\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q . Cos\, aq + r\, Cos^a q . Sin\, aq \Big] , \; \left[2a \leqq s \right] , \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (26_a)$$

$$= \frac{\pi}{2} \Big[\frac{(1+r^2)\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q . Cos\, aq + r\, Cos^a q . Sin\, aq + \frac{1+r^2}{2^a} \sum_{k+1}^{a} \binom{a}{n} Sin\, \{(2n-s)\, q\} \Big] , \left[\begin{matrix} s < 2a \leqq 2s, \\ k = \mathcal{E} \frac{1}{2} s \end{matrix} \right] , . (26_b)$$

$$= \frac{\pi}{2} \Big[\frac{(1+r^2)\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q . Cos\, aq + r\, Cos^a q . Sin\, aq + \frac{1+r^2}{2^a} \Big\{ \sum_{k+1}^{a} \binom{a}{n} Sin\, \{(2n-s) q\} + r \sum_{2k+1}^{a} \binom{a}{n} Sin\, \{(n-s) 2q\} \Big\} \Big] .$$

$$\left[\begin{matrix} 2s < 2a < 3s, \\ 2k \leqq s < (2k+1) \end{matrix}, k = \mathcal{E} \frac{1}{2} s \right] , \; . \; . \; . \; . \; . \; (26_c)$$

$$= \frac{\pi}{2} \Big[\frac{(1+r^2)\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs+r^2} Cos^a q . Cos\, aq + r\, Cos^a q . Sin\, aq + \frac{1+r^2}{2^a} \Big\{ \sum_{k+1}^{a} \binom{a}{n} Sin\{(2n-s) q\} + r \sum_{2k+2}^{a} \binom{a}{n} Sin\{(n-s) 2q\} \Big\} \Big] ;$$

$$\left[\begin{matrix} 2s < 2a < 3s, \\ 2k+1 \leqq s < 2(k+1) \end{matrix}, k = \mathcal{E} \frac{1}{2}(s-1) \right] ; \; . \; . \; (26_d)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x \, \frac{Cos\, ax . Sin\, sx}{1-2r\, Cos\, sx+r^2} \, \frac{q dx}{q^2-x^2} = \frac{1}{2^a} \sum_1^\infty r^{n-1} \big[Sin\, nqs . Ci\, (nqs) - Cos\, nqs . Si\, (nqs) \big] +$$

$$+ \frac{1}{2^{a+1}} \sum_1^a \binom{a}{m} Sin\, 2mq . \sum_1^\infty r^{n-1} \Big[Sin\, nqs . \{ Si\, [(ns+2m)\, q] - Si\, [(ns-2m)\, q] \} +$$

$$+ Cos\, nqs . \{ Ci\, [(ns+2m)\, q] + Ci\, [(ns-2m)\, q] \} \Big]$$

$$- \frac{1}{2^{a+1}} \sum_1^a \binom{a}{m} Cos\, 2mq . \sum_1^\infty r^{n-1} \Big[Cos\, nqs . \{ Si\, [(ns+2m)\, q] + Si\, [(ns-2m)\, q] \} -$$

$$- Sin\, nqs . \{ Ci\, [(ns+2m)\, q] - Ci\, [(ns-2m)\, q] \} \Big] ; \; . \; . \; . \; (27)$$

$$\int_0^\infty \left[Cos^a x. Cos\, ax - \frac{1}{2^a}\right] \frac{1-r^2}{1-2r\, Cos\, sx + r^2} \frac{xdx}{q^2-x^2} = \frac{1}{2^a}\sum_1^a \binom{a}{m} \left[Cos\, 2mq.\, Ci\,(2mq) + Sin\, 2mq.\, Si\,(2mq)\right] +$$

$$+\frac{1}{2^a}\sum_1^a \binom{a}{m} Sin\, 2mq. \sum_1^\infty r^n \Big[Sin\, nqs.\{Ci[(ns+2m)q] - Ci[(ns-2m)q]\} - Cos\, nqs.\{Si[(ns+2m)q] - Si[(ns-2m)q]\}\Big]$$

$$+\frac{1}{2^a}\sum_1^a \binom{a}{m} Cos\, 2mq. \sum_1^\infty r^n \Big[Cos\, nqs.\{Ci[(ns+2m)q] + Ci[(ns-2m)q]\} + Sin\, nqs.\{Si[(ns+2m)q] + Si[(ns-2m)q]\}\Big]; \quad (28)$$

$$\int_0^\infty \left[Cos^a x.\, Cos\, ax - \frac{1}{2^a}\right] \frac{(1-r^2)\, Cos\, sx}{1-2r\, Cos\, sx + r^2} \frac{xdx}{q^2-x^2} = \frac{r}{2^a}\sum_1^a \binom{a}{m} \left[Cos\, 2mq.\; Ci\,(2mq) + Sin\, 2mq.\; Si\,(2mq)\right] +$$

$$+\frac{1+r^2}{2^{a+1}}\sum_1^a \binom{a}{m} Sin\, 2mq. \sum_1^\infty r^n \Big[Sin\, nqs.\{Ci[(ns+2m)q] - Ci[(ns-2m)q]\} - Cos\, nqs.\{Si[(ns+2m)q] - Si[(ns-2m)q]\}\Big]$$

$$+\frac{1+r^2}{2^{a+1}}\sum_1^a \binom{a}{m} Cos\, 2mq. \sum_1^\infty r^n \Big[Cos\, nqs.\{Ci[(ns+2m)q] + Ci[(ns-2m)q]\} + Sin\, nqs.\{Si[(ns+2m)q] + Si[(ns-2m)q]\}\Big] \quad (29)$$

20. Uit de aandachtige beschouwing van dit stelsel integralen blijkt al spoedig, dat men daaruit onderscheidene andere formulen kan afleiden. Tot voorbeeld neme men de som en het verschil van de integralen (18_a) tot (18_d) en (26_a) tot (26_d), zoo wordt achtervolgens hier

$$\int_0^\infty Cos^a x \frac{(1-r^2)\, Cos\, \{(s+a)\, x\}}{1-2r\, Cos\, sx + r^2} \frac{xdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\frac{(1+r^2)\, Sin\, qs}{1-2r\, Cos\, qs + r^2} Cos^a q.\, Cos\, aq + \frac{2r^3 + (1-3r^2)\, Cos\, qs}{1-2r\, Cos\, qs + r^2} Cos^a q.\, Sin\, aq\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[Cos^a q \frac{(1+r^2)\, Sin\, \{(s+a)\, q\}}{1-2r\, Cos\, qs + r^2} + \frac{r-2\, Cos\, qs}{1-2r\, Cos\, qs + r^2} 2r^2\, Cos^a q.\, Sin\, aq\right], \quad \left[2a \leqq s\right], \quad (30_a)$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[Cos^a q \frac{(1+r^2) Sin\{(s+a)q\}}{1-2r\, Cos\, qs + r^2} + \frac{r-2\, Cos\, qs}{1-2r\, Cos\, qs + r^2} 2r^2 Cos^a q. Sin\, aq + \frac{r^2}{2^{a-1}}\sum_{k+1}^a \binom{a}{n} Sin\{(2n-s)q\}\right],$$

$$\left[\begin{array}{c} s < 2a \leqq 2s, \\ k = \mathcal{E}\frac{1}{2}s \end{array}\right], \quad (30_b)$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[Cos^a x \frac{(1+r^2)\, Sin\, \{(s+a)\, q\}}{1-2r\, Cos\, qs + r^2} + \frac{r-2\, Cos\, qs}{1-2r\, Cos\, qs + r^2} 2\, r^2\, Cos^a q. Sin\, aq +\right.$$

$$\left. + \frac{r^2}{2^{a-1}}\left\{\sum_{k+1}^a \binom{a}{n} Sin\,\{(2n-s)q\} + r\sum_{2k+1}^a \binom{a}{n} Sin\,\{(n-s)2q\}\right\}\right], \left[\begin{array}{c} 2s < 2a < 3s, \\ 2k \leqq s < 2k+1 \end{array}, k = \mathcal{E}\frac{1}{2}s\right], \quad (30_c)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x \frac{(1-r^2)\,Cos\,\{(s+a)x\}}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{xdx}{q^2-x^2}=\frac{\pi}{2}\Big[Cos^a q\,\frac{(1+r^2)\,Sin\,\{(s+a)q\}}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}+$$

$$+\frac{r-2\,Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,2\,r^2\,Cos^a q.\,Sin\,aq+\frac{r^2}{2^{a-1}}\Big\{\sum_{k+1}^{a}\binom{a}{n}Sin\,\{(2n-s)\,q\}+$$

$$+r\sum_{2k+2}^{a}\binom{a}{n}Sin\,\{(n-s)\,2q\}\Big\}\Big];\ \Big[\begin{array}{c}2s<2a<3s,\\ 2k+1\leqq s<2\,(k+1),\ k=\mathcal{E}\tfrac{1}{2}(s-1)\end{array}\Big];\ \ldots\ldots\ (30_d)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x\frac{(1-r^2)\,Cos\,\{(s-a)\,x\}}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{xdx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,Cos^a q.\,Cos\,aq+\frac{2\,r-(1+r^2)\,Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,Cos^a q.\,Sin\,aq\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[-Cos^a q\,\frac{(1+r^2)\,Sin\,\{(s-a)\,q\}}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}+\frac{2r\,Sin\,aq}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,Cos^a q\Big],\ \Big[2a\leqq s\Big],\ \ldots\ldots\ (31_a)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[-Cos^a q\,\frac{(1+r^2)\,Sin\,\{(s-a)\,q\}}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}+\frac{2r\,Sin\,aq}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,Cos^a q+\frac{1}{2^a}\sum_{k+1}^{a}\binom{a}{n}Sin\,\{(2n-s)\,q\}\Big],$$

$$\Big[\begin{array}{c}s<2a\leqq 2s,\\ k=\mathcal{E}\tfrac{1}{2}s\end{array}\Big],\ \ldots\ldots\ (31_b)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[-Cos^a q\,\frac{(1+r^2)\,Sin\,\{(s-a)\,q\}}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}+\frac{2r\,Sin\,aq}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,Cos^a q+\frac{1}{2^a}\Big\{\sum_{k+1}^{a}\binom{a}{n}Sin\,\{(2n-s)q\}+$$

$$+r\sum_{2k+1}^{a}\binom{a}{n}Sin\,\{(n-s)\,2q\}\Big\}\Big],\ \Big[\begin{array}{c}2s<2a<3s,\\ 2k\leqq s<2k+1,\ k=\mathcal{E}\tfrac{1}{2}s\end{array}\Big],\ \ldots\ldots\ (31_c)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[-Cos^a q\,\frac{(1+r^2)Sin\,\{(s-a)q\}}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}+\frac{2r\,Sin\,aq}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,Cos^a q+\frac{1}{2^a}\Big\{\sum_{k+1}^{a}\binom{a}{n}Sin\,\{(2n-s)q\}+$$

$$+r\sum_{2k+2}^{a}\binom{a}{n}Sin\,\{(n-s)\,2q\}\Big\}\Big].\ \Big[\begin{array}{c}2s<2a<3s,\\ 2k+1\leqq s<2\,(k+1),\ k=\mathcal{E}\tfrac{1}{2}(s-1)\end{array}\Big].\ \ldots\ldots\ (31_d)$$

Stelt men verder in (30_a) en (31_a) $s=2a$, en evenzoo in (30_b) en (31_b) $s=a$, welke vergelijkingen toch voor deze onderstellingen gelden, dan verkrijgt men de vier eenvoudige uitkomsten.

$$\int_0^\infty Cos^a x\,\frac{(1-r^2)\,Cos\,3ax}{1-2r\,Cos\,2ax+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[Cos^a q\,\frac{(1+r^2)\,Sin\,3aq}{1-2r\,Cos\,2aq+r^2}+\frac{r-2\,Cos\,2aq}{1-2r\,Cos\,2aq+r^2}\,2r^2\,Cos^a q.\,Sin\,aq\Big];\ \ldots\ldots\ (32)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x \frac{(1-r^2)\, Cos\, ax}{1-2r\, Cos\, 2ax+r^2} \frac{q dx}{q^2-x^2} = \frac{\pi}{2}\left[-Cos^a q \frac{(1+r^2)\, Sin\, aq}{1-2r\, Cos\, 2aq+r^2} + \frac{2r\, Sin\, aq}{1-2r\, Cos\, 2aq+r^2} Cos^a q\right] =$$

$$= -\frac{\pi}{2} Cos^a q \frac{(1-r)^2\, Sin\, aq}{1-2r\, Cos\, 2aq+r^2}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (33)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x \frac{(1-r^2)\, Cos\, 2ax}{1-2r\, Cos\, ax+r^2} \frac{q dx}{q^2-x^2} = \frac{\pi}{2}\left[Cos^a q \frac{(1+r^2)\, Sin\, 2aq}{1-2r\, Cos\, aq+r^2} +\right.$$

$$\left. + \frac{r-2\, Cos\, aq}{1-2r\, Cos\, aq+r^2} 2r^2\, Cos^a q.\, Sin\, aq + \frac{r^2}{2^{a-1}} \sum_{k-1}^{a} \binom{a}{n} Sin\{(2n-a)q\}\right]; \quad \left[k = \mathcal{E}\, \frac{1}{2} a\right]; \ldots (34)$$

$$\int_0^\infty Cos^a x \frac{1-r^2}{1-2r\, Cos\, ax+r^2} \frac{q dx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[-Cos^a q \frac{(1+r^2)\, Sin\, 0}{1-2r\, Cos\, aq+r^2} + \frac{2r\, Sin\, aq}{1-2r\, Cos\, aq+r^2} Cos^a q + \frac{r}{2^a} \sum_{k+1}^{a} \binom{a}{n} Sin\{(2n-a)q\}\right] =$$

$$= \pi\left[Cos^a q \frac{r\, Sin\, aq}{1-2r\, Cos\, aq+r^2} + \frac{r}{2^{a+1}} \sum_{k+1}^{a} \binom{a}{n} Sin\{(2n-a)q\}\right]. \quad \left[k = \mathcal{E}\, \frac{1}{2} a\right]. \ldots\ldots (35)$$

21. Men kan hier ook de ontwikkelingsvergelijkingen

$$f_3(x) = \frac{u\, Sin\, tx - u^{c+1}\, Sin\{(c+1)tx\} + u^{c+2}\, Sin\, ctx}{1-2u\, Cos\, tx+u^2} = \sum_1^c u^m\, Sin\, mtx,$$

$$f_4(x) = \frac{1-u\, Cos\, tx - u^{c+1}\, Cos\{(c+1)tx\} + u^{c+2}\, Cos\, ctx}{1-2u\, Cos\, tx+u^2} = \sum_0^c u^m\, Cos\, mtx = 1 + \sum_1^c u^m\, Cos\, mtx,$$

bezigen, waarbij steeds $u^2 < 1$ moet zijn. Hier is $C_m = u^m = D_m$ en tevens $D_0 = 1$. Bij de uitkomsten, afgeleid uit onze algemeene herleidingsformulen (XIII) tot (XVIII), (XXIII) en (XXIV), kan men reeds dadelijk door u deelen.

Maar hier behoeven de sommatien $\sum_{k+1}^{c} C_n\, Sin\{(nt-s)q\}$ en $\sum_{k+1}^{c} C_n\, Cos\{(nt-s)q\}$ niet in dien vorm te blijven staan. Wanneer men toch de ontwikkelingen $f_3(q)$ en $f_4(q)$ als functien van c beschouwt, en dus voor de eerste schrijft $\varphi_3(c)$, voor de tweede $\varphi_4(c)$; zoo kan men vooreerst de sinus en de cosinus van $(nt-s)q$ goniometrisch ontbinden, en verkrijgt dan telkens twee afzonderlijke sommatien: deze loopen van $n = k+1$ tot $n = c$, en kunnen derhalve beschouwd worden als het verschil van twee andere sommatien, de eene van 1 tot c, de andere van 1 tot k loopende. Voor beide waarden kan men nu die sommatien uitdrukken, de eerste maal door eene zekere functie φ_3 of φ_4 van c, de tweede maal door dezelfde functie van k. Alzoo heeft men het volgende.

$$\sum_{k+1}^{c} C_n Sin\{(nt-s)q\} = Cos\,qs.\sum_{k+1}^{c} C_n Sin\,ntq - Sin\,qs.\sum_{k+1}^{c} C_n Cos\,ntq = Cos\,qs.\left\{\sum_{1}^{c} C_n Sin\,ntq - \sum_{1}^{k} C_n Sin\,ntq\right\} -$$

$$- Sin\,qs.\left\{\sum_{0}^{c} C_n Cos\,ntq - \sum_{0}^{k} C_n Cos\,ntq\right\} = Cos\,qs.\,\{\varphi_3(c) - \varphi_3(k)\} - Sin\,qs.\{\varphi_4(c) - \varphi_4(k)\};$$

$$\sum_{k+1}^{c} C_n Cos\{(nt-s)q\} = Cos\,qs.\sum_{k+1}^{c} C_n Cos\,ntq + Sin\,qs.\sum_{k+1}^{c} C_n Sin\,ntq = Cos\,qs.\left\{\sum_{0}^{c} C_n Cos\,ntq - \sum_{0}^{k} C_n Cos\,ntq\right\} +$$

$$+ Sin\,qs.\left\{\sum_{1}^{c} C_n Sin\,ntq - \sum_{1}^{k} C_n Sin\,ntq\right\} = Cos\,qs.\{\varphi_4(c) - \varphi_4(k)\} + Sin\,qs.\{\varphi_3(c) - \varphi_3(k)\}.$$

En hierbij doet zich nog verder eene belangrijke vereenvoudiging op: immers, de noemer $1 - 2u\,Cos\,tq + u^2$ hangt noch van k, noch van c af: de termen dus in den teller, die mede van c of k onafhankelijk zijn, dat is $u\,Sin\,tq$ in $\varphi_3(c)$ en $\varphi_3(k)$, en $1 - u\,Cos\,tq$ in $\varphi_4(c)$ en $\varphi_4(k)$ moeten van zelve verdwijnen, zoodra men het verschil der beide sommatien neemt. Een en ander vindt dadelijke toepassing bij de herleiding van de volgende uitkomsten, die men verkrijgt door het gebruik van de algemeene herleidingsformulen (XIII) tot (XXIV) bij de ondergestelde vormen van $f_3(x)$ en $f_4(x)$.

$$\int_0^\infty \frac{Sin\,tx - u^c Sin\{(c+1)tx\} + u^{c+1} Sin\,ctx}{1 - 2u\,Cos\,tx + u^2}\,\frac{Sin\,sx}{1 - 2r\,Cos\,sx + r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2 - x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\,\frac{r - Cos\,qs}{1 - 2r\,Cos\,qs + r^2}\,\frac{Sin\,tq - u^c Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+1} Sin\,ctq}{1 - 2u\,Cos\,tq + u^2},\ \left[ct \leqq s\right], \quad \ldots\ldots (36_a)$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\frac{r - Cos\,qs}{1 - 2r\,Cos\,qs + r^2}\,\frac{Sin\,tq - u^c Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+1} Sin\,ctq}{1 - 2u\,Cos\,tq + u^2} + \sum_{k+1}^{c} u^n Sin\{(nt-s)q\}\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\frac{r - Cos\,qs}{1 - 2r\,Cos\,qs + r^2}\,\frac{Sin\,tq - u^c Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+1} Sin\,ctq}{1 - 2u\,Cos\,tq + u^2} + \right.$$

$$+ Cos\,qs\,\frac{u^k Sin\{(k+1)tq\} - u^{k+1} Sin\,ktq - u^c Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+1} Sin\,ctq}{1 - 2u\,Cos\,tq + u^2} -$$

$$\left. - Sin\,qs\,\frac{u^k Cos\{(k+1)tq\} - u^{k+1} Cos\,ktq - u^c Cos\{(c+1)tq\} + u^{c+1} Cos\,ctq}{1 - 2u\,Cos\,tq + u^2}\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\frac{r - Cos\,qs}{1 - 2r\,Cos\,qs + r^2}\,\frac{Sin\,tq - u^c Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+1} Sin\,ctq}{1 - 2u\,Cos\,tq + u^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{u^k Sin\{(kt+t-s)q\} - u^{k+1} Sin\{(kt-s)q\} - u^c Sin\{(ct+t-s)q\} + u^{c+1} Sin\{(ct-s)q\}}{1 - 2u\,Cos\,tq + u^2}\right], \left[\begin{matrix} s < ct < 2s, \\ k = \mathcal{E}\,\frac{s}{t} \end{matrix}\right], (36_b)$$

[Van nu af aan zal men deze herleiding dadelijk kunnen gebruiken, en nog daaruit afleiden

de waarde $\sum\limits_{2k+1}^{c} u^n Sin\{(nt-2s)q\}$ en $\sum\limits_{2k+2}^{c} u^n Sin\{(nt-2s)q\}$, door in de hier verkregen uitkomst $2k+1$ of $2k+2$ voor $k+1$, en $2s$ voor s in te voeren].

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{Sin\,tq-u^c\,Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+1}\,Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+\frac{u^k\,Sin\{(kt+t-s)q\}-u^{k+1}\,Sin\{(kt-s)q\}-u^c\,Sin\{(ct+t-s)q\}+u^{c+1}\,Sin\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+r\frac{u^{2k+1}\,Sin\{(2kt+t-2s)q\}-u^{2k+2}\,Sin\{(kt-s)2q\}-u^c\,Sin\{(ct+t-2s)q\}+u^{c+1}\,Sin\{(ct-2s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2},$$

$$\Big[\begin{matrix}2s<ct<3s,\\ 2kt\leq 2s<(2k+1)t\end{matrix},\ k=\mathcal{E}\,\frac{s}{t}\Big],\ \ldots\ (36_c)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{Sin\,tq-u^c\,Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+1}\,Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+\frac{u^k\,Sin\{(kt+t-s)q\}-u^{k+1}\,Sin\{(kt-s)q\}-u^c\,Sin\{(ct+t-s)q\}+u^{c+1}\,Sin\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+r\frac{u^{2k+1}\,Sin\{(kt+t-s)2q\}-u^{2k+2}\,Sin\{(2kt+t-2s)q\}-u^c\,Sin\{(ct+t-2s)q\}+u^{c+1}\,Sin\{(ct-2s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2};$$

$$\Big[\begin{matrix}2s<ct<3s,\\ (2k+1)t<2s\leqq(k+1)2t\end{matrix},\ k=\mathcal{E}\left(\frac{s}{t}-\frac{1}{2}\right)\Big];\ \ldots\ (36_d)$$

$$\int_0^\infty \frac{Sin\,tx-u^c\,Sin\{(c+1)tx\}+u^{c+1}\,Sin\,ctx}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\,\frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{x\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{Sin\,tq-u^c\,Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+1}\,Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}-$$

$$-\frac{1}{2}\,\frac{Cos\,tq-u-u^c\,Cos\{(c+1)tq\}+u^{c+1}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],\ [ct<s],\ \ldots\ (37_a)$$

$$=\pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{Sin\,tq-u^c\,Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+1}\,Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}-$$

$$-\frac{1}{2}\,\frac{Cos\,tq-u-u^c\,Cos\{(c+1)tq\}+u^{c+1}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}-\frac{1}{2}ru^{c-1}\Big],\ [ct=s],\ .\ (37_b)$$

$$\int_0^\infty \frac{Sin\,tx - u^c\,Sin\{(c+1)\,tx\} + u^{c+1}\,Sin\,ctx}{1 - 2u\,Cos\,tx + u^2}\;\frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx - r^2}\;\frac{x\,dx}{q^2 - x^2} =$$

$$= \pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs + r^2}\;\frac{Sin\,tq - u^c\,Sin\{(c+1)\,tq\} + u^{c+1}\,Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq + u^2} -$$

$$- \frac{1}{2}\;\frac{Cos\,tq - u - u^c\,Cos\{(c+1)\,tq\} + u^{c+1}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq + u^2} - r\sum_{k+1}^{c} u^n\,Cos\{(nt-s)\,q\}\Big] =$$

$$= \pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\;\frac{Sin\,tq - u^c Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+1} Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2} - \frac{1}{2}\;\frac{Cos\,tq - u - u^c Cos\{(c+1)tq\} + u^{c+1} Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2} -$$

$$- r\,Cos\,qs\;\frac{u^k\,Cos\{(k+1)\,tq\} - u^{k+1}\,Cos\,ktq - u^c\,Cos\{(c+1)\}\,tq + u^{c+1}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq + u^2} -$$

$$- r\,Sin\,qs\;\frac{u^k\,Sin\{(k+1)\,tq\} - u^{k+1}\,Sin\,ktq - u^c\,Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+1}\,Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq + u^2}\Big] =$$

$$= \pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\;\frac{Sin\,tq - u^c Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+1} Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2} - \frac{1}{2}\;\frac{Cos\,tq - u - u^c Cos\{(c+1)tq\} + u^{c+1} Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2} -$$

$$- r\,\frac{u^k Cos\{(kt+t-s)q\} - u^{k+1} Cos\{(kt-s)q\} - u^c Cos\{(ct+t-s)q\} + u^{c+1} Cos\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],\;\left[\begin{array}{c} s < ct < 2s, \\ k = \mathcal{E}\frac{s}{t},\ \text{breuk} \end{array}\right], \quad (37_c)$$

[Ook deze herleiding zal men van nu af dadelijk kunnen toepassen, en ze even als boven kunnen gebruiken bij de sommatiën $\sum\limits_{2k+1}^{c} u^n\,Cos\{(nt-2s)\,q\}$ of $\sum\limits_{2k+2}^{c} u^n\,Cos\{(ns-2s)\,q\}$, indien men slechts $2k+1$ of $2k+2$ voor $k+1$, en $2s$ voor s daarbij in de plaats schrijft].

$$= \pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\;\frac{Sin\,tq - u^c Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+1} Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2} - \frac{1}{2}\;\frac{Cos\,tq - u - u^c Cos\{(c+1)tq\} + u^{c+1} Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2} -$$

$$- \frac{1}{2}\,r u^{k-1} - r\,\frac{u^k Cos\,tq - u^{k+1} - u^c Cos\{(ct+t-s)q\} + u^{c+1} Cos\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],\;\left[\begin{array}{c} s < ct < 2s, \\ k = \mathcal{E}\frac{s}{t},\ \text{geheel} \end{array}\right], \quad (37_d)$$

$$= \pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\;\frac{Sin\,tq - u^c Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+1} Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2} - \frac{1}{2}\;\frac{Cos\,tq - u - u^c Cos\{(c+1)tq\} + u^{c+1} Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2} -$$

$$- \frac{1}{2}\,r^2 u^{c-1} - r\,\frac{u^k Cos\{(kt+t-s)q\} - u^{k+1} Cos\{(kt-s)q\} - u^c Cos\{(t+s)\}q + u^{c+1} Cos\,qs}{1-2u\,Cos\,tq + u^2}\Big],\;\left[\begin{array}{c} ct = 2s, \\ k = \mathcal{E}\frac{s}{t},\ \text{breuk} \end{array}\right], \quad (37_e)$$

$$\int_0^\infty \frac{Sin\,tx - u^c\,Sin\{(c+1)\,tx\} + u^{c+1}\,Sin\,ctx}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\,\frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{xdx}{q^2-x^2} =$$

$$=\pi\left[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{Sin\,tq-u^cSin\{(c+1)tq\}+u^{c+1}Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}-\frac{1}{2}\,\frac{Cos\,tq-u-u^cCos\{(c+1)tq\}+u^{c+1}Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2}(ru^{k-1}+r^2u^{c-1})-r\,\frac{u^kCos\,tq-u^{k+1}-u^cCos\{(t+s)q\}+u^{c+1}Cos\,qs}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\right];\ \left[\begin{array}{c}ct=2s,\\ k=\mathcal{E}\frac{s}{t},\ \text{geheel}\end{array}\right];\ .\ (37_f)$$

$$\int_0^\infty \frac{Sin\,tx - u^c\,Sin\{(c+1)\,tx\} + u^{c+1}\,Sin\,ctx}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\,\frac{(1-r^2)\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{xdx}{q^2-x^2} =$$

$$=\frac{\pi}{2}\left[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{Sin\,tq-u^c\,Sin\{(c+1)\,tq\}+u^{c+1}\,Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}-\right.$$

$$\left.-r\,\frac{Cos\,tq-u-u^c\,Cos\{(c+1)\,tq\}+u^{c+1}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\right],\ [ct<s],\ .\ (38_a)$$

$$=\frac{\pi}{2}\left[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{Sin\,tq-u^c\,Sin\{(c+1)\,tq\}+u^{c+1}\,Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}-\right.$$

$$\left.-r\,\frac{Cos\,tq-u-u^c\,Cos\{(c+1)\,tq\}+u^{c+1}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}-\frac{1+r^2}{2}\,u^{c-1}\right],\ [ct=s],\ .\ .\ .\ (38_b)$$

$$=\frac{\pi}{2}\left[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{Sin\,tq-u^c\,Sin\{(c+1)\,tq\}+u^{c+1}\,Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}-\right.$$

$$\left.-r\,\frac{Cos\,tq-u-u^c\,Cos\{(c+1)\,tq\}+u^{c+1}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}-(1+r^2)\sum_{k+1}^{c}u^n\,Cos\{(nt-s)\,q\}\right]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\left[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{Sin\,tq-u^cSin\{(c+1)tq\}+u^{c+1}Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}-r\,\frac{Cos\,tq-u-u^cCos\{(c+1)tq\}+u^{c+1}Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}-\right.$$

$$\left.-(1+r^2)\,\frac{u^k\,Cos\{(kt+t-s)q\}-u^{k+1}Cos\{(kt-s)q\}-u^cCos\{(ct+t-s)q\}+u^{c+1}Cos\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\right],$$

$$\left[\begin{array}{c}s<ct<2s,\\ k=\mathcal{E}\,\frac{s}{t},\ \text{breuk}\end{array}\right],\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (38_c)$$

$$=\frac{\pi}{2}\left[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{Sin\,tq-u^cSin\{(c+1)tq\}+u^{c+1}Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}-r\,\frac{Cos\,tq-u-u^cCos\{(c+1)tq\}+u^{c+1}Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}-\right.$$

$$\left.-\frac{1+r^2}{2}u^{k-1}-(1+r^2)\,\frac{u^kCos\,tq-u^{k+1}-u^cCos\{(ct+t-s)q\}+u^{c+1}Cos\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\right],\ \left[\begin{array}{c}s<ct<2s,\\ k=\mathcal{E}\frac{s}{t},\ \text{geheel}\end{array}\right],\ .\ (38_d)$$

$$\int_0^\infty \frac{Sin\,tx - u^c\,Sin\{(c+1)\,tx\} + u^{c+1}\,Sin\,ctx}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\,\frac{(1-r^2)\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{xdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{Sin\,tq-u^c Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+1}Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2} - r\,\frac{Cos\,tq-u-u^c\,Cos\{(c-1)tq\}+u^{c+1}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2} -$$

$$-\frac{1}{2}r(1+r^2)\,u^{c-1} - (1+r^2)\,\frac{u^k\,Cos\{(kt+t-s)q\} - u^{k+1}Cos\{(kt-s)q\} - u^c Cos\{(t+s)q\} + u^{c+1} Cos\,qs}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],$$

$$\left[\begin{array}{c} ct = 2s, \\ k = \mathcal{E}\,\frac{s}{t},\ \text{breuk} \end{array}\right]; \;\ldots\ldots\ldots\; (38_e)$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{Sin\,tq-u^c Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+1}Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2} - r\,\frac{Cos\,tq-u-u^c\,Cos\{(c-1)tq\}+u^{c+1}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2} -$$

$$-\frac{1}{2}(1+r^2)(u^{k-1}-ru^{c-1}) - (1+r^2)\,\frac{u^k Cos\,tq - u^{k+1} - u^c\,Cos\{(t+s)q\} - u^{c+1} Cos\,qs}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big];\left[\begin{array}{c} ct = 2s, \\ k = \mathcal{E}\frac{s}{t},\text{geheel} \end{array}\right]; (38_f)$$

$$\int_0^\infty \frac{Sin\,tx - u^c\,Sin\{(c+1)\,tx\} + u^{c+1}\,Sin\,ctx}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\,\frac{Sin\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{xdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_1^c u^{m-1}\,Sin\,mtq.\sum_1^\infty r^{n-1}\Big[Sin\,nqs.\{Ci\,[(ns+mt)\,q] + Ci\,[(ns-mt)\,q]\} -$$

$$- Cos\,nqs.\{Si\,[(ns+mt)\,q] + Si\,[(ns-mt)\,q]\}\Big] -$$

$$- \frac{1}{2}\sum_1^c u^{m-1}\,Cos\,mtq.\sum_1^\infty r^{n-1}\Big[Cos\,nqs.\{Ci\,[(ns+mt)\,q] - Ci\,[(ns-mt)]\,q\} +$$

$$+ Sin\,nqs.\{Si\,[(ns+mt)\,q] - Si\,[(ns-mt)\,q]\}\Big]; \;..\; (39)$$

$$\int_0^\infty \frac{Sin\,tx - u^c\,Sin\{(c+1)\,tx\} + u^{c+1}\,Sin\,ctx}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\,\frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{qdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \sum_1^c u^{m-1}\Big[Sin\,mtq.\,Ci\,(mtq) - Cos\,mtq.\,Si\,(mtq)\Big] +$$

$$+ \sum_1^c u^{m-1}\,Sin\,mtq.\sum_1^\infty r^n\Big[Sin\,nqs.\{Si\,[(ns+mt)\,q] + Si\,[(ns-mt)\,q]\} +$$

$$+ Cos\,nqs.\{Ci\,[(ns+mt)\,q] + Ci\,[(ns-mt)\,q]\}\Big] -$$

$$- \sum_1^c u^{m-1}\,Cos\,mtq.\sum_1^\infty r^n\Big[Cos\,nqs.\{Si\,[(ns+mt)\,q] - Si\,([ns-mt)\,q]\} -$$

$$- Sin\,nqs.\{Ci\,[(ns+mt)\,q] - Ci\,[(ns-mt)\,q]\}\Big]; \;...\; (40)$$

$$\int_0^\infty \frac{Sin\,tu - u^c\,Sin\{(c+1)\,tx\} + u^{c+1}\,Sin\,ctx}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\;\frac{(1-r^2)\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\;\frac{q\,dx}{q^2-x^2} =$$

$$= r\sum_1^c u^{m-1}\Big[Sin\,mtq.\,Ci\,(mtq) - Cos\,mtq.\,Si\,(mtq)\Big] +$$

$$+\frac{1}{2}(1+r^2)\sum_1^c u^{m-1}\,Sin\,mtq.\sum_1^\infty r^{n-1}\Big[Sin\,nqs.\{Si\,[(ns+mt)]\,q + Si\,[(ns-mt)\,q]\} +$$

$$+\,Cos\,nqs.\{Ci\,[(ns+mt)]\,q + Ci\,[(ns-mt)\,q]\}\Big] -$$

$$-\frac{1}{2}(1+r^2)\sum_1^c u^{m-1}Cos\,mtq.\sum_1^\infty r^{n-1}\Big[Cos\,nqs.\{Si\,[(ns+mt)\,q] - Si\,[(ns-mt)\,q]\} -$$

$$-\,Sin\,nqs.\{Ci\,[(ns+mt)\,q] - Ci\,[(ns-mt)\,q]\}\Big]; \quad . \; (41)$$

$$\int_0^\infty \frac{1-u\,Cos\,tx - u^{c+1}\,Cos\{(c+1)\,tx\} + u^{c+2}\,Cos\,ctx}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\;\frac{Sin\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\;\frac{x\,dx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\;\frac{1-u\,Cos\,tq-u^{c+1}\,Cos\{(c+1)\,tq\}+u^{c+2}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],\;\Big[ct<s\Big],\;\ldots\;(42_a)$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\;\frac{1-u\,Cos\,tq-u^{c+1}\,Cos\{(c+1)\,tq\}+u^{c+2}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+\frac{1}{2}u^c\Big],\;\Big[ct=s\Big],\;.\;(42_b)$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\;\frac{1-u\,Cos\,tq-u^{c+1}\,Cos\{(c+1)\,tq\}+u^{c+2}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+\sum_{k+1}^c u^n\,Cos\{(nt-s)\,q\}\Big] =$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\;\frac{1-u\,Cos\,tq-u^{c+1}\,Cos\{(c+1)\,tq\}+u^{c+2}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2} +$$

$$+\frac{u^{k+1}Cos\{(kt+t-s)q\}-u^{k+2}\,Cos\{(kt-s)q\}-u^{c+1}\,Cos\{(ct+t-s)q\}+u^{c+2}Cos\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],$$

$$\left[\begin{array}{c} s<ct<2s, \\ k=\mathcal{E}\,\frac{s}{t},\ \text{breuk}\end{array}\right],\;\ldots\ldots\ldots\;(42_c)$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{r-Cos\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\;\frac{1-u\,Cos\,tq-u^{c+1}\,Cos\{(c+1)\,tq\}+u^{c+2}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+\frac{1}{2}u^k +$$

$$+\frac{u^{k+1}Cos\,tq-u^{k+2}-u^{c+1}Cos\{(ct+t-s)q\}+u^{c+2}Cos\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],\;\left[\begin{array}{c} s<ct<2s, \\ k=\mathcal{E}\,\frac{s}{t},\ \text{geheel}\end{array}\right],\;.\;(42_d)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{1 - u\, Cos\, tx - u^{c+1}\, Cos\{(c+1)tx\} + u^{c+2}\, Cos\, ctx}{1 - 2u\, Cos\, tx + u^2} \frac{Sin\, sx}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2} \frac{x dx}{q^2 - x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{r - Cos\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} \frac{1 - u\, Cos\, tq - u^{c+1}\, Cos\{(c+1)tq\} + u^{c+2}\, Cos\, ctq}{1 - 2u\, Cos\, tq + u^2} + \frac{1}{2} r u^c +$$

$$+ \frac{u^{k+1} Cos\{(kt+t-s)q\} - u^{k+2} Cos\{(kt-s)q\} - u^{c+1} Cos\{(t+s)q\} + u^{c+2} Cos\, q}{1 - 2u\, Cos\, tq + u^2}\Big], \left[\begin{array}{c} ct = 2s, \\ k = \mathcal{E}\frac{s}{t}, \text{ breuk} \end{array}\right], \; (42_e)$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{r - Cos\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} \frac{1 - u\, Cos\, tq - u^{c+1}\, Cos\{(c+1)tq\} + u^{c+2}\, Cos\, ctq}{1 - 2u\, Cos\, tq + u^2} + \frac{1}{2}(u^k + r u^c) +$$

$$+ \frac{u^{k+1}\, Cos\, tq - u^{k+2} - u^{c+1}\, Cos\{(t+s)q\} + u^{c+2}\, Cos\, qs}{1 - 2u\, Cos\, tq + u^2}\Big], \left[\begin{array}{c} ct = 2s, \\ k = \mathcal{E}\frac{s}{t}, \text{ geheel} \end{array}\right]; \; (42_f)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{1 - u\, Cos\, tx - u^{c+1}\, Cos\{(c+1)tx\} + u^{c+2}\, Cos\, ctx}{1 - 2u\, Cos\, tx + u^2} \frac{1 - r^2}{1 - 2r\, Cos\, sx + r^2} \frac{q dx}{q^2 - x^2} =$$

$$= \pi \Big[\frac{r\, Sin\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} \frac{1 - u\, Cos\, tq - u^{c+1}\, Cos\{(c+1)tq\} + u^{c+2}\, Cos\, ctq}{1 - 2u\, Cos\, tq + u^2} +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{u\, Sin\, tq - u^{c+1}\, Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+2}\, Sin\, ctq}{1 - 2u\, Cos\, tq + u^2}\Big], \; [ct \leqq s], \; \ldots\ldots \; (43_a)$$

$$= \Big[\frac{r\, Sin\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} \frac{1 - u\, Cos\, tq - u^{c+1}\, Cos\{(c+1)tq\} + u^{c+2}\, Cos\, ctq}{1 - 2u\, Cos\, tq + u^2} +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{u\, Sin\, tq - u^{c+1}\, Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+2}\, Sin\, ctq}{1 - 2u\, Cos\, tq + u^2} + r \sum_{k+1}^{c} u^n\, Sin\{(nt - s)q\}\Big] =$$

$$= \pi \Big[\frac{r\, Sin\, qs}{1 - 2r\, Cos\, qs + r^2} \frac{1 - u\, Cos\, tq - u^{c+1}\, Cos\{(c+1)tq\} + u^{c+2}\, Cos\, ctq}{1 - 2u\, Cos\, tq + u^2} +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{u\, Sin\, tq - u^{c+1}\, Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+2}\, Sin\, ctq}{1 - 2u\, Cos\, tq + u^2} +$$

$$+ r \frac{u^{k+1}\, Sin\{(kt+t-s)q\} - u^{k+2}\, Sin\{(kt-s)q\} - u^{c+1}\, Sin\{(ct+t-s)q\} + u^{c+2}\, Sin\{(ct-s)q\}}{1 - 2u\, Cos\, tq + u^2}\Big],$$

$$\left[\begin{array}{c} s < ct \leqq 2s, \\ k = \mathcal{E}\frac{s}{t} \end{array}\right], \; \ldots\ldots\ldots \; (43_b)$$

8

$$\int_0^\infty \frac{1-u\,Cos\,tx-u^{c+1}\,Cos\{(c+1)tx\}+u^{c+2}\,Cos\,ctx}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\,\frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{1-u\,Cos\,tq-u^{c+1}Cos\{(c+1)tq\}+u^{c+2}Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+\frac{1}{2}\,\frac{u\,Sin\,tq-u^{c+1}Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+2}Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+r\,\frac{u^{k+1}\,Sin\{(kt+t-s)q\}-u^{k+2}\,Sin\{(kt-s)q\}-u^{c+1}\,Sin\{(ct+t-s)q\}+u^{c+2}\,Sin\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+r^2\,\frac{u^{2k+1}\,Sin\{(2kt+t-2s)q\}-u^{2k+2}\,Sin\{(kt-s)2q\}-u^{c+1}\,Sin\{(ct+t-2s)q\}+u^{c+2}\,Sin\{(ct-2s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],$$

$$\left[\begin{array}{c}2s<ct<3s,\\ 2kt\leqq s<(2k+1)s,\\ k=\mathcal{E}\frac{s}{t}\end{array}\right], \quad \ldots \quad (43_c)$$

$$=\pi\Big[\frac{r\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{1-u\,Cos\,tq-u^{c+1}Cos\{(c+1)tq\}+u^{c+2}Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+\frac{1}{2}\,\frac{u\,Sin\,tq-u^{c+1}Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+2}Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+r\,\frac{u^{k+1}\,Sin\{(kt+t-s)q\}-u^{k+2}\,Sin\{(kt-s)q\}-u^{c+1}\,Sin\{(ct+t-s)q\}+u^{c+2}\,Sin\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+r^2\,\frac{u^{2k+2}Sin\{(kt+t-s)2q\}-u^{2k+3}Sin\{(2kt+t-2s)q\}-u^{c+1}Sin\{(ct+t-2s)q\}+u^{c+2}Sin\{(ct-2s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],$$

$$\left[\begin{array}{c}2s<ct<3s,\\ (2k+1)t\leqq s<(k+1)2t,\ k=\mathcal{E}\frac{s}{t}\end{array}\right]; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (43_d)$$

$$\int_0^\infty \frac{1-u\,Cos\,tx-u^{c+1}\,Cos\{(c+1)tx\}+u^{c+2}\,Cos\,ctx}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\,\frac{(1-r^2)\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{1-u\,Cos\,tq-u^{c+1}\,Cos\{(c+1)tq\}+u^{c+2}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+r\,\frac{u\,Sin\,tq-u^{c+1}\,Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+2}\,Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],\ [ct<s], \quad \ldots\ldots \quad (44_a)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{1-u\,Cos\,tq-u^{c+1}\,Cos\{(c+1)tq\}+u^{c+2}\,Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+r\,\frac{u\,Sin\,tq-u^{c+1}\,Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+2}\,Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+(1+r^2)\sum_{k+1}^{c}u^n\,Sin\,(nt-s)q\}\Big]=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{1-u\,Cos\,tq-u^{c+1}Cos\{(c+1)tq\}+u^{c+2}Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+r\,\frac{u\,Sin\,tq-u^{c+1}Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+2}Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+(1+r^2)\,\frac{u^{k+1}\,Sin\{(kt+t-s)q\}-u^{k+2}\,Sin\{(kt-s)q\}-u^{c+1}\,Sin\{(ct+t-s)q\}+u^{c+2}\,Sin\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],$$

$$\left[\begin{array}{c}s<ct\leqq 2s,\\ k=\mathcal{E}\frac{s}{t}\end{array}\right], \quad \ldots\ldots \quad (44_b)$$

$$\int_0^\infty \frac{1-u\,Cos\,tx-u^{c+1}\,Cos\{(c+1)\,tx\}+u^{c+2}\,Cos\,ctx}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\,\frac{(1-r^2)\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{1-u\,Cos\,tq-u^{c+1}Cos\{(c+1)tq\}+u^{c+2}Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+r\,\frac{u\,Sin\,tq-u^{c+1}\,Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+2}\,Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+(1+r^2)\,\frac{u^{k+1}\,Sin\{(kt+t-s)q\}-u^{k+2}\,Sin\{(kt-s)q\}-u^{c+1}\,Sin\{(ct+t-s)q\}+u^{c+2}\,Sin\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+r(1+r^2)\,\frac{u^{2k+1}Sin\{(2kt+t-2s)q\}-u^{2k+2}Sin\{(kt-s)2q\}-u^{c+1}Sin\{(ct+t-2s)q\}+u^{c+2}Sin\{(ct-2s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],$$

$$\left[\begin{matrix}2s<ct<3s,\\ 2kt<2s\leqq(2k+1)t\end{matrix},\ k=\mathcal{E}\,\frac{s}{t}\right],\ \ldots\ (44_c)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs}{1-2r\,Cos\,qs+r^2}\,\frac{1-u\,Cos\,tq-u^{c+1}Cos\{(c+1)tq\}+u^{c+2}Cos\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+r\,\frac{u\,Sin\,tq-u^{c+1}\,Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+2}Sin\,ctq}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+(1+r^2)\,\frac{u^{k+1}\,Sin\{(kt+t-s)q\}-u^{k+2}\,Sin\{(kt-s)q\}-u^{c+1}\,Sin\{(ct+t-s)q\}+u^{c+2}\,Sin\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+r(1+r^2)\,\frac{u^{2k+2}Sin\{(kt+t-s)2q\}-u^{2k+3}Sin\{(2kt+t-2s)q\}-u^{c+1}Sin\{(ct+t-2s)q\}+u^{c+2}Sin\{(ct-2s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],$$

$$\left[\begin{matrix}2s<ct<3s,\\ (2k+1)\,t\leqq 2s<(k+1)\,2t\end{matrix},\ k=\mathcal{E}\,\frac{s}{t}-\frac{1}{2}\right];\ \ldots\ldots\ (44_d)$$

$$\int_0^\infty \frac{1-u\,Cos\,tx-u^{c+1}\,Cos\{(c+1)\,tx\}+u^{c+2}\,Cos\,ctx}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\,\frac{Sin\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\,\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\sum_1^\infty r^{n-1}\Big[Sin\,nqs.\,Ci\,(nqs)-Cos\,nqs.\,Si\,(nqs)\Big]+$$

$$+\frac{1}{2}\sum_1^c u^m\,Sin\,mtq.\sum_1^\infty r^{n-1}\Big[Sin\,nqs.\{Si\,[(ns+mt)\,q]-Si\,[(ns-mt)\,q]\}+$$

$$+Cos\,nqs.\{Ci\,[(ns+mt)\,q]+Ci\,[(ns-mt)\,q]\}\Big]-$$

$$-\frac{1}{2}\sum_1^c u^m\,Cos\,mtq.\sum_1^\infty r^{n-1}\Big[Cos\,nqs.\,\{Si\,[(ns+mt)\,q]+Si\,[(ns-mt)\,q]\}-$$

$$-Sin\,nqs.\{Ci\,[(ns+mt)\,q]-Ci\,[(ns-mt)\,q]\}\Big];\ .\ (45)$$

$$\int_0^\infty \frac{Cos\,tx - u - u^c\,Cos\{(c+1)\,tx\} + u^{c+1}\,Cos\,ctx}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\;\frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\;\frac{xdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \sum_1^c u^{m-1}\Big[Cos\,mtq.\,Ci\,(mtq) + Sin\,mtq.\,Si\,(mtq)\Big] +$$

$$+ \sum_1^c u^{m-1}\,Sin\,mtq\sum_1^\infty r^n\Big[Sin\,nqs\;\{Ci\,[(ns+mt)\,q] - Ci\,[(ns-mt)\,q]\} -$$

$$- Cos\,nqs.\{Si\,[(ns+mt)\,q] - Si\,[(ns-mt)\,q]\}\Big] +$$

$$+ \sum_1^c u^{m-1}\,Cos\,mtq.\sum_1^\infty r^n\Big[Cos\,nqs.\{Ci\,[(ns+mt)\,q] + Ci\,[(ns-mt)\,q]\} +$$

$$+ Sin\,nqs.\{Si\,[(ns+mt)\,q] + Si\,[(ns-mt)\,q]\}\Big];\;.\;.\;.\;(46)$$

$$\int_0^\infty \frac{Cos\,tx - u - u^c\,Cos\{(c+1)\,tx\} + u^{c+1}\,Cos\,ctx}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\;\frac{(1-r^2)\,Cos\,sx}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\;\frac{xdx}{q^2-x^2} =$$

$$= r\sum_1^c u^{m-1}\Big[Cos\,mtq.\,Ci\,(mtq) + Sin\,mtq.\,Si\,(mtq)\Big] +$$

$$+ \frac{1}{2}(1+r^2)\sum_1^c u^{m-1}\,Sin\,mtq.\sum_1^\infty r^{n-1}\Big[Sin\,nqs.\{Ci\,[(ns+mt)\,q] - Ci\,[(ns-mt)\,q]\} -$$

$$- Cos\,nqs.\;\{Si\,[(ns+mt)\,q] - Si\,[(ns-mt)\,q]\}\Big] +$$

$$+ \frac{1}{2}(1+r^2)\sum_1^c u^{m-1}\,Cos\,mtq.\sum_1^\infty r^{n-1}\Big[Cos\,nqs.\{Ci\,[(ns+mt)\,q] + Ci\,[(ns-mt)\,q]\} +$$

$$+ Sin\,nqs.\;\{Si\,[(ns+mt)\,q] + Si\,[(ns-mt)\,q]\}\Big].\;.\;.\;.\;(47)$$

22. Ook hier kan men door eenvoudige verbinding een aantal nieuwe uitkomsten afleiden. Als voorbeeld zullen wij de som en het verschil nemen van de integralen (36) en (44), die voor de grootste waarde van ct zijn gevonden. Alzoo verkrijgt men.

$$\int_0^\infty \frac{Cos\,sx - u\,Cos\{(s+t)x\} - u^{c+1}\,Cos\{(ct+t+s)x\} + u^{c+2}\,Cos\{(ct+s)x\}}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\;\frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\;\frac{qdx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs - u\,Sin\{(t-s)q\} - u^{c+1}\,Sin\{(ct+t+s)q\} + u^{c+2}\,Sin\{(ct+s)q\} - r^2\big[u\,Sin\{(t+s)q\} -}{(1-2r\,Cos\,tq+u^2)}$$

$$\frac{- u^{c+1}\,Sin\{(ct+t-s)q\} + u^{c+2}\,Sin\{(ct-s)q\}\big] + 2r(r-Cos\,qs)\big[u\,Sin\,tq - u^{c+1}\,Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+2}\,Sin\,ctq\big]}{(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}\Big],$$

$$[ct \leqq s],\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(48_a)$$

$$\int_0^\infty \frac{Cos\, sx - u\, Cos\{(s+t)x\} - u^{c+1} Cos\{(ct+t+s)x\} + u^{c+2} Cos\{(ct+s)x\}}{1-2u\, Cos\, tx + u^2}\, \frac{1-r^2}{1-2r\, Cos\, sx + r^2}\, \frac{q\,dx}{q^2-x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2) Sin\, qs - u Sin\{(t-s)q\} - u^{c+1} Sin\{(ct+t+s)q\} + u^{c+2} Sin\{(ct+s)q\} - r^2 \big[u Sin\{(t+s)q\} - u^{c+1} Sin\{(ct+t-s)q\} +}{(1-2u\, Cos\, tq + u^2)}$$

$$\frac{+\, u^{c+2} Sin\{(ct-s)q\}\big] + 2r(r - Cos\, qs)\big[u\, Sin\, tq - u^{c+1} Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+2} Sin\, ctq\big]}{(1-2r\, Cos\, qs + r^2)} +$$

$$+ 2r^2 \frac{u^{k+1} Sin\{(kt+t-s)q\} - u^{k+2} Sin\{(kt-s)q\} - u^{c+1} Sin\{(ct+t-s)q\} + u^{c+2} Sin\{(ct-s)q\}}{1-2u\, Cos\, tq + u^2}\Big], \left[\begin{matrix} s < ct < 2s, \\ k = \mathcal{E}\frac{s}{t} \end{matrix}\right] \ldots (48_b)$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2) Sin\, qs - u Sin\{(t-s)q\} - u^{c+1} Sin\{(ct+t+s)q\} + u^{c+2} Sin\{(ct+s)q\} - r^2 \big[u Sin\{(t+s)q\} - u^{c+1} Sin\{(ct+t-s)q\} +}{(1-2u\, Cos\, tq + u^2)}$$

$$\frac{+\, u^{c+2} Sin\{(ct-s)q\}\big] + 2r(r - Cos\, qs)\big[u\, Sin\, tq - u^{c+1} Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+2} Sin\, ctq\big]}{(1-2r\, Cos\, qs + r^2)} +$$

$$+ 2r^2 \frac{u^{k+1} Sin\{(kt+t-s)q\} - u^{k+2} Sin\{(kt-s)q\} - u^{c+1} Sin\{(ct+t-s)q\} + u^{c+2} Sin\{(ct-s)q\}}{1-2u\, Cos\, tq + u^2} +$$

$$+ 2r^3 \frac{u^{2k+1} Sin\{(2kt+t-2s)q\} - u^{2k+2} Sin\{(kt-s)2q\} - u^{c+1} Sin\{(ct+t-2s)q\} + u^{c+2} Sin\{(ct-2s)q\}}{1-2u\, Cos\, tq + u^2}\Big],$$

$$\left[\begin{matrix} 2s < ct < 3s, \\ 2kt \leqq s < (2k+1)t \end{matrix}, k = \mathcal{E}\frac{s}{t}\right], \quad \ldots\ldots\ldots (48_c)$$

$$= \frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2) Sin\, qs - u\, Sin\{(t-s)q\} - u^{c+1} Sin\{(ct+t+s)q\} + u^{c+2} Sin\{(ct+s)q\} - r^2 \big[u\, Sin\{(t+s)q\} - u^{c+1} Sin\{(ct+t-s)q\} +}{(1-2u\, Cos\, tq + u^2)}$$

$$\frac{+\, u^{c+2} Sin\{(ct-s)q\}\big] + 2r(r - Cos\, qs)\big[u\, Sin\, tq - u^{c+1} Sin\{(c+1)tq\} + u^{c+2} Sin\, ctq\big]}{(1-2r\, Cos\, qs + r^2)} +$$

$$+ 2r^2 \frac{u^{k+1} Sin\{(kt+t-s)q\} - u^{k+2} Sin\{(kt-s)q\} - u^{c+1} Sin\{(ct+t-s)q\} + u^{c+2} Sin\{(ct-s)q\}}{1-2u\, Cos\, tq + u^2} +$$

$$+ 2r^3 \frac{u^{2k+2} Sin\{(kt+t-s)2q\} - u^{2k+3} Sin\{(2kt+t-2s)q\} - u^{c+1} Sin\{(ct+t-2s)q\} + u^{c+2} Sin\{(ct-2s)q\}}{1-2u\, Cos\, tq + u^2}\Big];$$

$$\left[\begin{matrix} 2s < ct < 3s, \\ (2k+1)t < s \leqq (k+1)2t \end{matrix}, k = \mathcal{E}\frac{s}{t} - \frac{1}{2}\right]; \ldots (48_d)$$

$$\int_0^\infty \frac{Cos\,sx-u\,Cos\{(s-t)x\}-u^{c+1}\,Cos\{(ct+t-s)x\}+u^{c+2}\,Cos\{(ct-s)x\}}{1-2u\,Cos\,tx+u^2}\;\frac{1-r^2}{1-2r\,Cos\,sx+r^2}\;\frac{q\,dx}{q^2-x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{2}\,\frac{(1-r^2)\,Sin\,qs-u\,Sin\{(t+s)q\}+u^{c+1}Sin\{(ct+t-s)q\}-u^{c+2}Sin\{(ct-s)q\}+r^2\big[u\,Sin\{(t-s)q\}-u^{c+1}Sin\{(ct+t+s)q\}+}{(1-2u\,Cos\,tq+u^2)}$$

$$\frac{+u^{c+2}Sin\{(ct+s)q\}\big]+2r(1-r\,Cos\,qs)\big[u\,Sin\,tq-u^{c+1}Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+2}Sin\,ctq\big]}{(1-2r\,Cos\,qs+r^2)},\quad [ct \leqq s], \;\dots\; (49_a)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1-r^2)\,Sin\,qs-u\,Sin\{(t+s)q\}+u^{c+1}Sin\{(ct+t-s)q\}-u^{c+2}Sin\{(ct-s)q\}-r^2\big[u\,Sin\{(t-s)q\}-u^{c+1}Sin\{(ct+t+s)q\}+}{(1-2u\,Cos\,tq+u^2)}$$

$$\frac{+u^{c+2}Sin\{(ct+s)q\}\big]+2r(1-r\,Cos\,qs)\big[u\,Sin\,tq-u^{c+1}Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+2}Sin\,ctq\big]}{(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}+$$

$$+2\,\frac{u^{k+1}Sin\{(kt+t-s)q\}-u^{k+2}Sin\{(kt-s)q\}-u^{c+1}Sin\{(ct+t-s)q\}+u^{c+2}Sin\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],\;\left[\begin{array}{c}s<ct\leqq 2s,\\ k=\mathcal{E}\,\frac{s}{t}\end{array}\right],\;.\,(49_b)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs-u\,Sin\{(t+s)q\}-u^{c+1}Sin\{(ct+t-s)q\}-u^{c+2}Sin\{(ct-s)q\}-r^2\big[u\,Sin\{(t-s)q\}-u^{c+1}Sin\{(ct+t-s)q\}+}{(1-2u\,Cos\,tq+u^2)}$$

$$\frac{+u^{c+2}Sin\{(ct+s)q\}\big]+2r(1-r\,Cos\,qs)\big[u\,Sin\,tq-u^{c+1}Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+2}Sin\,ctq\big]}{(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}+$$

$$+2\,\frac{u^{k+1}Sin\{(kt+t-s)q\}-u^{k+2}Sin\{(kt-s)q\}-u^{c+1}Sin\{(ct+t-s)q\}+u^{c+2}Sin\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+2\,\frac{u^{2k+1}Sin\{(2kt+t-2s)q\}-u^{2k+2}Sin\{(kt-s)2q\}-u^{c+1}Sin\{(ct+t-2s)q\}+u^{c+2}Sin\{(ct-2s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big],$$

$$\left[\begin{array}{c}2s<ct<3s,\\ 2kt\leqq 2s<(2k+1)t\end{array},\;k=\mathcal{E}\,\frac{s}{t}\right],\;\dots\dots\dots\;(49_c)$$

$$=\frac{\pi}{2}\Big[\frac{(1+r^2)\,Sin\,qs-u\,Sin\{(t+s)q\}+u^{c+1}Sin\{(ct+t-s)q\}-u^{c+2}Sin\{(ct-s)q\}-r^2\big[u\,Sin\{(t-s)q\}-u^{c+1}Sin\{(ct+t+s)q\}+}{(1-2u\,Cos\,tq+u^2)}$$

$$\frac{+u^{c+2}Sin\{(ct+s)q\}\big]-2r(1-r\,Cos\,qs)\big[u\,Sin\,tq-u^{c+1}Sin\{(c+1)tq\}+u^{c+2}Sin\,ctq\big]}{(1-2r\,Cos\,qs+r^2)}+$$

$$+2\,\frac{u^{k+1}Sin\{(kt+t-s)q\}-u^{k+2}Sin\{(kt-s)q\}-u^{c+1}Sin\{(ct+t-s)q\}+u^{c+2}Sin\{(ct-s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}+$$

$$+2\,\frac{u^{2k+2}Sin\{(kt+t-s)2q\}-u^{2k+3}Sin\{(2kt+t-2s)q\}-u^{c+1}Sin\{(ct+t-2s)q\}+u^{c+2}Sin\{(ct-2s)q\}}{1-2u\,Cos\,tq+u^2}\Big].$$

$$\left[\begin{array}{c}2s<ct<3s,\\ (2k+1)t<2s\leqq(k+1)2t\end{array},\;k=\mathcal{E}\left(\frac{s}{t}-\frac{1}{2}\right)\right].\;\dots\;(49_d)$$

Ten opzichte van deze bepaalde integralen doen zich twee wijzen voor, om tot eenvoudiger uitkomsten te geraken. Vooreerst stelle men in (48_a) en (49_a), die alleen voor dit bijzondere geval gelden, $t = s$ en verder $u = r$: dan worden de beide noemers in de integraal zelve gelijk, en hetzelfde heeft plaats met de noemers, die in de waarde der bepaalde integralen voorkomen. Men verkrijgt dan de volgende integralen.

$$\int_0^\infty \frac{Cos\, sx - r\, Cos\, 2sx - r^{c+1}\{Cos\,(c+2)sx\} + r^{c+2}\, Cos\{(c+1)sx\}}{(1-2r\, Cos\, sx + r^2)^2}\, \frac{(1-r^2)\, q dx}{q^2 - x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\, \frac{(1+r^2)\, Sin\, qs - r\,.\,0 - r^{c+1} Sin\{(c+2)qs\} + r^{c+2} Sin\{(c+1)qs\} - r^2\left[r\, Sin\, 2qs - r^{c+1}\, Sin\, cqs + r^{c+2}\, Sin\{(c-1)qs\}\right] + 2r(r - Cos\, qs)\left[r\, Sin\, qs - r^{c+1}\, Sin\{(c+1)qs\} + r^{c+2}\, Sin\, cqs\right]}{(1-2r\, Cos\, qs + r^2)^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\, \frac{(1-r^2)(Sin\, qs - r^{c+2}\, Sin\, cqs) + (r^2+r^3)\left[2\, Sin\, qs - Sin\, 2qs - 2r^c\, Sin\{(c+1)qs\} + r^{c+1}\, Sin\, cqs\right] + (r^{c+1} - r^{c+2})\left[r^2\, Sin\{(c-1)qs\} + r\, Sin\{(c+1)qs\} - Sin\{(c+2)\, qs\}\right]}{(1-2r\, Cos\, qs + r^2)^2}; \quad \ldots\ldots (50)$$

$$\int_0^\infty \frac{Cos\, sx - r - r^{c+1}\, Cos\, csx + r^{c+2}\, Cos\{(c-1)\, sx\}}{(1-2r\, Cos\, sx + r^2)^2}\, \frac{(1-r^2)\, q dx}{q^2 - x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\, \frac{(1+r^2) Sin\, qs - r\, Sin\, 2qs + r^{c+1} Sin\, cqs + r^{c+2}\, Sin\{(c-1)qs\} + r^2\left[r\,.\,0 - r^{c+1}\, Sin\{(c+2)qs\} + r^{c+2} Sin\{(c+1)qs\}\right] + 2r(1 - r Cos\, qs)\left[r Sin\, qs - r^{c+1}\, Sin\{(c+1)qs\} + r^{c+2}\, Sin\, cqs\right]}{(1-2r\, Cos\, qs + r^2)^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\, \frac{(1+3r^2)(Sin\, qs - r^{c+1} Sin\, cqs) - (r+r^3)\left[Sin\, 2qs + r^{c+1}\, Sin\{(c-1)qs\}\right] - 2r^{c+2}\, Sin\{(c+1)qs\}}{(1-2r\, Cos\, qs + r^2)^2} \,.(51)$$

Vervolgens stelle men in dezelfde integralen (48_a) en (49_a) wederom $t = s$, maar neme nu $r = -u$; dan wordt het produkt des noemers onder het integraalteeken

$$(1+2u\, Cos\, sx + u^2)(1-2u\, Cos\, sx + u^2) = (1+u^2)^2 - (2u\, Cos\, sx)^2 = 1 - 2u^2\, Cos\, 2sx + u^4:$$

en evenzoo komt er voor het produkt der noemers in de waarde der integralen $1 - 2u^2\, Cos\, 2qs + u^4$. En nu kan men weder gemakshalve r voor u schrijven. Dan komen er de volgende uitkomsten te voorschijn.

$$\int_0^\infty \frac{Cos\, sx - r\, Cos\, 2sx - r^{c+1}\, Cos\{(c+2)\, sx\} + r^{c+2}\, Cos\{(c+1)\, sx\}}{1 - 2r^2\, Cos\, 2sx + r^4}\; \frac{(1-r^2)\, q dx}{q^2 - x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\, \frac{(1+r^2)\, Sin\, qs - r\,.\,0 - r^{c-1}\, Sin\{(c+2)\, qs\} + r^{c+2}\, Sin\{(c+1)\, qs\} + r^2\left[r\, Sin\, 2qs - r^{c+1}\, Sin\, cqs + r^{c+2}\, Sin\{(c-1)\, qs\}\right] + 2r\,(r + Cos\, qs)\left[r\, Sin\, qs - r^{c+1}\, Sin\{(c+1)\, qs\} + r^{c+2}\, Sin\, cqs\right]}{1 - 2r^2\, Cos\, 2qs + r^4} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\, \frac{(1-r^2)\,(Sin\, qs - r^c\, Sin\, cqs) + (r^2 - r^3)\, Sin\left[2qs - r^c\, Sin\{(c-1)\, qs\}\right] + (r^2 + r^3)\left[2\, Sin\, qs - r^{c+1}\, Sin\{(c+2)\, qs\}\right] - (r^{c+2} + r^{c+3})\left[Sin\{(c-1)\, qs\} - r\, Sin\, cqs\right]}{1 - 2r^2\, Cos\, 2qs + r^4}, \quad \ldots (52)$$

$$\int_0^\infty \frac{Cos\, sx - r - r^{c+1}\, Cos\, csx + r^{c+2}\, Cos\{(c-1)\, sx\}}{1 - 2r^2\, Cos\, 2sx + r^4}\; \frac{(1-r^2)\, q dx}{q^2 - x^2} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\, \frac{(1+r^2)\, Sin\, qs - r\, Sin\, 2qs + r^{c+1}\, Sin\, cqs - r^{c+2}\, Sin\{(c-1)\, qs\} + r^2\left[r\,.\,0 + r^{c-1}\, Sin\{(c+2)\, qs\} + r^{c-2}\, Sin\{(c+1)\, qs\}\right] - 2r\,(1 + r\, Cos\, qs)\left[r\, Sin\, qs - r^{c-1}\, Sin\{(c+1)\, qs\} + r^{c-2}\, Sin\, cqs\right]}{1 - 2r^2\, Cos\, 2qs + r^4} +$$

$$= \frac{\pi}{2}\, \frac{(1-r^2)\,(Sin\, qs + r^{c+1}\, Sin\, cqs) - (r + r^3)\left[Sin\, 2qs + r^{c+2}\, Sin\{(c-1)\, qs\}\right]}{1 - 2r^2\, Cos\, 2qs + r^4} \quad \ldots\ldots (53)$$

Met het aanwijzen van den weg, hoe men hier, even als in N°. 20, tot een zeker aantal bijzondere uitkomsten kan geraken, kan hier worden volstaan. De wijze, waarop in deze § verschillende integralen gevonden worden, moge strekken om opmerkzaam te maken op de voorzichtigheid, die men behoort in acht te nemen bij de toepassing der gevonden algemeene herleidingsformulen (XIII) tot (XXIII): geheel overeenkomstig trouwens aan hetgeen daaromtrent in het begin van dit opstel werd aangemerkt.

Te Verbeteren:

Blz.	Reg.	in plaats van:	te lezen:
19	3 v. o.	+ *Ci*	— *Ci*
30	7 v. o.	— *Sin nqs*	+ *Sin nqs*
〃	4 en 1 v. o.	+ *Sin nqs*	— *Sin nqs*
〃	1 v. o.	+ *Ci*	— *Ci*

MÉMOIRE

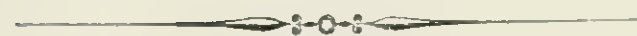
SUR LES

CYPRINOÏDES DE CHINE

PAR

P. BLEEKER.

Publié par l'Académie Royale Néerlandaise des Sciences.



AMSTERDAM,
CHEZ C. G. VAN DER POST.
1871.

MEMOIRE

SUR LES

CYPRINOÏDES DE CHINE

PAR

P. BLEEKER.



Jusqu'au commencement du siècle actuel les Cyprinoïdes de Chine n'existaient presque point pour la science. La seule espèce que l'on savait habiter ce grand empire oriental, était le Dorade de la Chine, le Carassius auratus, espèce introduite en Europe, et dont les variétés et les monstruosités furent indiquées ou décrites dans les ouvrages de Gronovius, de Bloch et de Lacepède, comme des espèces différentes. Il est vrai qu'une seconde espèce, le Cyprinus cantonensis, fut mentionnée par Osbeck, mais on ne saurait la reconnaître d'après l'indication superficielle de ses caractères, et si je la rapporte au Leuciscus idellus Val., ce n'est que sur la formule des nageoires pectorales et de l'anale (P. 21, A. 11) que je ne retrouve, parmi les Cyprinoïdes de Chine actuellement connus, que dans le Leuciscus nommé.

Lacepède, dans le cinquième volume de son Histoire naturelle des Poissons, croyant indiquer, sur des peintures chinoises, sept espèces de Cyprinoïdes, n'a réellement vu que des figures de deux espèces, le Carassius auratus et la Carpe ordinaire de Chine, laquelle, d'après les recherches de M. Günther, ne se distingue pas spécifiquement du Carpio vulgaris Rapp.

Voilà à quoi se bornait, jusqu'en l'an 1802, toute la connaissance acquise par rapport aux espèces de la famille, habitant les eaux douces du céleste empire.

Valenciennes n'en savait pas beaucoup plus que Bloch et Lacepède. Il

ne connaissait d'après nature que le Carassius auratus, dont son Cyprinus lineatus ne paraît être qu'une variété. Toutes les espèces, dont il parle dans le 17me volume de la grande Histoire naturelle des Poissons, ne sont établies que sur des dessins chinois d'une valeur plus ou moins contestable, et les descriptions elles-mêmes, prises sur ces peintures, sont presque toutes trop superficielles et trop succinctes pour qu'on puisse s'imaginer de quelle des espèces actuellement connues il pourrait s'agir. Ce qui cependant fut bien constaté par l'examen des peintures chinoises, c'est que les fleuves de l'empire chinois nourrissent quantité d'espèces de la famille et que la plupart des espèces sont du groupe des Leuciscini. Valenciennes crut reconnaître en tout 21 espèces de Chine, dont 6 Cyprinus, 3 Labeo ou Cirrhina et 12 Leucisci. Ses Cyprinus se réduisent à 2 espèces seulement, les Cyprinus nigro-auratus, rubro-fuscus et viridi-violaceus étant de l'espèce du Carpio vulgaris, et les Cyprinus lineatus, Langsdorfii et auratus de l'espèce du Carassius auratus. Quant aux autres espèces, nonobstant les recherches postérieures de Richardson et de M. Günther, qui ont été à même de consulter les peintures chinoises du British Museum et de les comparer, en partie au moins, à la nature, il reste impossible de les considérer comme bien établies, à l'exception seulement du Leuciscus molitrix (Hypophthalmichthys molitrix Blkr), du Leuciscus idellus et du Leuciscus bramula (Parabramis bramula Blkr).

Comparant les indications des autres espèces de Valenciennes aux matériaux que j'ai eus à ma disposition, je n'ai pu les rapporter non plus positivement à la nature. Le Leuciscus rhomboidalis Val. est probablement de la même espèce que le Parabramis bramula. Ce que Valenciennes (l. c. p. 280) croit être un Labeo ou un Cirrhine pourrait bien ne représenter qu'un Saurogobio. Il se pourrait bien que le Leuciscus chevanella Val. ne se distingue point du Pseudobrama Dumerili et que le Leuciscus jesella Val. ne représente que le Xenocypris tapeinosoma. Cependant tout ici n'est que conjecture. Or, les matériaux étant maintenant plus nombreux, une nouvelle comparaison avec les velins chinois de Paris et de Londres conduirait probablement à des résultats plus positifs.

Quant aux Leuciscus rosetta, fintella, cupreus, aeneus et vandella de Valenciennes, on n'a pas réussi jusqu'ici de les rapprocher d'espèces établies sur nature.

Richardson contribua plus essentiellement à élargir le cadre des espèces.

Bien que travaillant principalement, lui aussi, sur des peintures chinoises, dont cependant il loue la parfaite exécution et l'exactitude, il avait encore à sa disposition les matériaux rassemblés en Chine par M.M. Reeves, père et fils, et ceux déposés aux Musées de la Grande Bretagne.

Dans la Zoologie du Voyage of the Sulphur, Richardson publia la description et la figure de trois espèces de Canton, le Leuciscus hypophthalmus Gr. (Hypophthalmichthys molitrix Blkr), le Leuciscus nobilis Gr. (Hypophthalmichthys nobilis Blkr) et le Leuciscus bambusa Rich. (Elopichthys bambusa Blkr), Dans la même année (1845) parut le Report on the Ichthyology of the seas of China and Japan, du même auteur, où fut indiquée plus positivement que ne l'avait pu faire Valenciennes, la richesse des eaux de Chine en espèces de Cyprini. Outre les espèces mentionnées par Valenciennes, et outre celles décrites dans la Zoologie du Voyage of the Sulphur, Richardson y passe en revue, bien qu'en général d'après des peintures, une vingtaine d'espèces, dont quelques-unes cependant ne sont que nominales.

Les Cyprinus de Chine, dont Richardson cite 13 espèces, se réduisent à 3, qui d'après M. Günther ne sont autres que le Carpio vulgaris, le Carassius auratus et une espèce incertaine, le Carpio fossicola ou le Cyprinus fossicola Gr. Les trois Abramis de Richardson (bramula Val., rhomboidalis Val. et terminalis Rich.) me semblent n'appartenir qu'à une seule espèce, le Parabramis bramula. Quant à ses Leuciscus, en négligeant les espèces prises exclusivement dans l'Histoire naturelle des Poissons, le molitrix et le nobilis sont des Hypophthalmichthys, et le bambusa un Elopichthys, comme il vient d'être noté ci-dessus. Puis, le molitorella, indiqué avant Richardson par Valenciennes, et considéré par M. Günther comme un Labeo, pourrait bien n'être qu'un Gymnostomus; et l'idellus, sur lequel M. Steindachner, croyant avoir affaire à une espèce inédite, a voulu établir son genre Ctenopharyngodon, est en effet un vrai Leuciscus. Restent les Leuciscus recurviceps, hemistictus, machaeroides, acutus, piceus, xanthurus, curriculus, plenus et homospilotus, qu'en partie au moins les recherches postérieures ont permis de rapporter à leurs véritables genres. Le recurviceps est un Culter et le curriculus un Squaliobarbus; l'acutus et le machaeroides sont probablement des Hemiculter; le xanthurus me semble être un Pseudobrama; le homospilotus et le plenus paraissent être des Xenocypris et le piceus et l'hemistictus de vrais Leuciscus, voisins de l'idellus et de l'aethiops.

M. Basilewski dont l'Ichthyographia Chinae borealis, écrite en 1852,

ne fut publiée qu'en l'an 1855, observa sur nature un plus grand nombre d'espèces de Cyprins chinois qu'aucun de ses devanciers. C'est le premier travail sur ce sujet qui est exclusivement fait sur des matériaux positifs. Malheureusement les descriptions de cet auteur sont trop succinctes et trop superficielles, mais les figures qu'il y a ajoutées aident beaucoup à bien reconnaître les espèces qu'il a décrites. Ses Cyprinus chinensis et obesus sont des Carpio vulgaris et ses Carassius pekinensis, coeruleus et discolor, ainsi que ses Cyprinus auratus, macrophthalmus et quadrilobatus, des Carassius auratus. Le Gobio rivularis Bas. est un Pseudogobio, le Leuciscus argenteus Bas. un Xenocypris, le Leuciscus teretiusculus un Squaliobarbus; les Leuciscus tschiliensis et aethiops sont de vrais Leucisci; le Nasus dahuricus est un Elopichthys, le Leptocephalus mongolicus un Chanodichthys, le Cephalus mantschuricus un Hypophthalmichthys. Quant aux espèces restantes, les Abramis pekinensis et mantschuricus sont des Parabramis, et des six espèces de Culter l'alburnus, l'erythropterus et le mongolicus sont de vrais Culter, le pekinensis et l'exiguus des Pseudoculter, et le leucisculus est un Hemiculter.

Plusieurs de ces espèces, dont je donne ci-après la synonymie, ne se trouvent, ni dans les travaux de Richardson, ni dans ceux de Valenciennes.

En l'an 1864, l'Administration du Musée d'Histoire naturelle à Paris, sur l'initiatif de M. A. Aug. Duméril, me confia la détermination de quelques Cyprinoïdes, envoyés de Chine par M. Simon. L'envoi se composait de 15 espèces, dont quelques-unes avaient déjà été indiquées par mes devanciers, mais dont plusieurs étaient nouvelles pour la science. Je déposai le résultat de l'examen de ces poissons dans les Notices sur quelques genres et espèces de Cyprinoïdes de Chine, dont la publication se fit dans le second tome du Nederlandsch Tijdschrift voor de Dierkunde. Le fait le plus intéressant, constaté dans ces Notices, fut l'existence dans les fleuves de Chine d'une espèce de Carpiodes ou de Sclerognathus, que je décrivis sous le nom de Carpiodes asiaticus. Il a été reconnu depuis que le Carassius gibelioides des Notices n'est pas spécifiquement distinct du Carassius auratus, que l'Acanthobrama Simoni est un Xenocypris, que le Gobio heterodon est un Saurogobio, et que le Rasbora teretiuscula est d'un genre que M. Günther a ètabli sous le nom de Squaliobarbus. Puis, l'espèce que j'y ai indiqué sous le nom de Culter erythropterus Bas. me paraît maintenant d'une espèce distincte. Le Leuciscus dubius au contraire, indiqué

comme espèce inédite, doit être rapporté, comme il est prouvé par des individus que j'ai sous les yeux, au Leuciscus aethiops Bas. J'établis encore, outre le genre Parabramis, dont le type est l'Abramis pekinensis Bas., les genres Paracanthobrama et Pseudolaubuca sur des espèces jusqu'alors inédites.

En 1866, M. Steindachner publia des descriptions et des figures prises sur nature de l'Hypophthalmichthys nobilis (Cephalus hypophthalmus Steind.) et du Leuciscus idellus (Ctenopharyngodon laticeps Steind.).

Un an plus tard M. Kner, dans la Zoologie du Novara, ajouta à la faune de Chine quelques espèces nouvelles sav. le Labeo cetopsis Kner, qui me paraît être un Saurogobio; l'Opsarius? elongatus Kner, qui est devenu l'Ochetobius elongatus Günth.; le Culter erythropterus Kner, que je considère d'une espèce distincte que je propose de nommer Culter Kneri; le Pseudoperilampus? ocellatus Kner, qui est le Rhodeus ocellatus Günth.; et le Pseudorasbora parva, espèce qui était déjà connue du Japon. Les autres espèces, énumérées par M. Kner, sont le Carassius Langsdorfii Val. (Carassius auratus Blkr), l'Hypophthalmichthys mandschuricus Kner (= H. nobilis Blkr) le Tylognathus sinensis Kner (= Pseudogobio rivularis Blkr), le Sarcocheilichthys teretiusculus Kner (= Squaliobarbus curriculus Günth.), le Barilius (Opsarius) bambusa Kner (= Elopichthys bambusa Blkr), le Culter pekinensis Kner (= Parabramis pekinensis Blkr), le Culter alburnus Kner (= Culter recurviceps Gthr) et le Culter leucisculus (= Hemiculter leucisculus Blkr?).

M. Günther, dans le septième volume du Catalogue of Fishes, contribua de nouveau aux connaissances acquises, tant par la détermination rigoureuse de plusieurs espèces insuffisamment caractérisées et mal comprises par ses devanciers, que par l'indication et la description de plusieurs espèces inédites. sav. Cirrhina chinensis Günth. (Mrigala sinensis Blkr), Barbus fasciolatus Günth. p. 140 nec Barbus fasciolatus p. 108 (= Puntius (Capoëta) Güntheri Blkr), Aphyocypris chinensis Günth., Xenocypris argentea Günth., Achilognathus imberbis Günth. (= Parachilognathus imberbis Blkr), Rhodeus sinensis Günth. et Aspius spilurus Günth.

Enfin M. Steindachner, dans un article intitulé: »Ueber eine neue Gattung und Art der Cyprinoïden aus China" publié dans les Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften de l'an 1869 (Tom. 60 p. 502), décrivit un Cyprinoïde de Chine sous le nom de Abramocephalus microlepis, espèce qui est manifestement du genre Hypophthalmichthys et voisine de l'Hypophthalmichthys molitrix.

Dans les derniers temps le Musée d'Histoire naturelle à Paris a été enrichi de nouveau par des envois de poissons de Chine faits par M.M. Dabry et l'abbé David. M. A. Aug. Duméril m'ayant invité à examiner aussi les Cyprinoïdes de ces envois, j'ai pu élargir encore la liste, déjà assez longue, des espèces de cette famille qui habitent le Céleste empire. J'y ai trouvé, comme espèces inédites, les suivantes: Puntius (Barbodes) sinensis, Hemibarbus maculatus, Hemibarbus dissimilis, Saurogobio Dumerili, Saurogobio Dabryi, Rhinogobio typus, Sarcochilichthys sinensis, Gymnostomus macrolepis, Acanthorhodeus macropterus, Acanthorhodeus Guichenoti, Acanthorhodeus hypselonotus, Luciobrama typus, Xenocypris macrolepis, Xenocypris tapeinosoma, Xenocypris Davidi, Xenocypris microlepis, Pseudobrama Dumerili, Culter dishaeformis, Culter Dabryi, Culter hypselonotus, Culter oxycephalus, et enfin le Barilius acutipinnis, que M. Guichenot avait déjà nommé et étiquetté Opsariichthys acutipinnis. C'est donc une augmentation de 21 espèces.

L'exposé que je viens de faire prouve la richesse de Chine en espèces de la grande famille des Cyprinoïdes et il fait supposer, eu égard aux recherches encore fort bornées qui ont eu lieu jusqu'ici, que des explorations ultérieures fassent connaître encore beaucoup d'autres espèces.

En attendant il paraît utile de résumer les connaissances acquises. Voici la liste des espèces actuellement connues ou indiquées. Celles qui ne sont décrites que sur des peintures chinoises et dont l'affinité ou la synonymie restent douteuses, sont marquées d'un *.

1. *Carpiodes asiaticus* Blkr, Not. Cypr. Chin. Ned. T. Dierk. II p. 19.
   Syn. Sclerognathus asiaticus Gthr, Cat. Fish. VII p. 25.
   Hab. Sina.

2. *Carpio vulgaris* Rapp., Bodensee-Fische p. 5.
   Syn. specim. sinens. sec. cl. Günther.
   Cyprinus rubro-fuscus Lac., Poiss. V p. 530 tab. 16 fig. 1; Val., Hist. Poiss. XVI p. 54; Rich., Rep. Ichth. Chin. Rep. 15h Meet. Brit. Assoc. p. 288.
   Cyprinus nigro-auratus Lac., Poiss. V p. 547 tab. 16 fig. 2; Val., l. c. XVI p. 53; Rich., l. c. p. 290.
   Cyprinus viridi-violaceus Lac., l. c. V p. 547 tab. 16 fig. 3; Val., l. c. XVI p. 55; Rich., l. c. p. 288.

Cyprinus atrovirens, flammans, acuminatus, sculponeatus Rich., l. c. p. 287—290.
Cyprinus chinensis Basil., Ichth. Chin. bor., Nouv. Mém. Soc. Nat. Moscou X p. 227 tab. 2 fig. 3.
Cyprinus obesus Basil., l. c. p. 228 tab. 1 fig. 2 (et fig. 2 tab. 3 ead. spec.).
Cyprinus hybiscoides Rich., l. c. p. 289.
Hab. Canton, Pekin.

3. *Carpio fossicola* Blkr.
Syn. Cyprinus (?) fossicola (Gray), Rich., l. c. p. 291.
Cyprinus fossicola Günth., Cat. Fish. VII p. 28.
Hab. Canton.

4. *Carassius auratus* Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II Cypr. p. 255.
Synon. speciminum sinensium auctorum.
Cyprinus lineatus Val., Poiss. XVI p. 70?
Cyprinus Langsdorfii Val., l. c. p. 74 sec. icon.; Kner, Zool. Novar. Fisch. p. 346.
Cyprinus gibelioides Cant., Ann. Mag. Nat. Hist. 1842, IX p. 485; Rich., l. c. p. 292.
Cyprinus carassioides (Gray) Rich., l. c. p. 291.
Cyprinus abbreviatus Rich., l. c. p. 292.
Cyprinus auratus L., Rich. l. c. p. 293; Basil. l. c. p. 229 tab. 5 fig. 4.
Carassius pekinensis, coeruleus, discolor Basil., l. c. p. 229 tab. 3 fig. 3, tab. 9 fig. 2.
Cyprinus macrophthalmus Bl., Basil., l. c. p. 230.
Cyprinus quadrilobatus Basil., l. c. p. 230 tab. 5 fig. 5 (et fig. 1, 3).
Carassius gibelioides Blkr, Notic. Cypr. Chin. l. c. p. 19.
Hab. Canton, Ning-po, Shanghai, Macao, Tse-kiang, Yang-tse-kiang flum., Pekin.

5. *Mrigala sinensis* Blkr.
Syn. Cirrhina sinensis Günth., Cat. Fish. VII p. 37.
Hab. Sina.

6. *Gymnostomus (Gymnostomus) macrolepis* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang flum.?

7*. *Gymnostomus? molitorella* Blkr.
Syn. Leuciscus molitorella Val., l. c. XVII p. 267; Rich., Ichth. Chin. l. c. p. 296.
Labeo molitorella Günth., Cat. Fish, VII p. 47.
Hab. Canton.

8. *Saurogobio Dabryi* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang flum.?

9. *Saurogobio Dumerili* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang flum.

10. *Saurogobio? cetopsis* Blkr.
Syn. Labeo cetopsis Kner, Zool. Novar. Fisch. p. 351 tab. 15 fig. 2.
Barbus cetopsis Günth., Cat. Fish. VII p. 155.
Hab. Shanghai.

11. *Saurogobio heterodon* Blkr.
Syn. Gobio heterodon Blkr, Not. Cypr. Chin. l. c. p. 26.
Hab. Sina.

12. *Pseudogobio rivularis* Blkr.
Syn. Gobio rivularis Basil., Ichth. Chin. bor. l c. p. 231.
Gobio sinensis Blkr, Not. Cypr. Chin. l. c. p. 26?
Tylognathus sinensis Kner, l. c. p. 354 tab. 15 fig. 5.
Pseudogobio sinensis Günth., Cat. Fish. VII p. 175.
Hab. Sina boreal., Shanghai.

13. *Rhinogobio typus* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang flum.

14. *Sarcochilichthys sinensis* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang flum.

15. *Rhodeus ocellatus* Günth., Cat. Fish. VII p. 280.
Syn. Pseudoperilampus? ocellatus Kner, Zool. Novar. Fisch. p. 365 tab. 15 fig. 6.
Hab. Shanghai, Yang-tse-kiang fl.

16. *Rhodeus sinensis* Günth., Cat. Fish. VII p. 280.
Hab. Yang-tse-kiang fl.?; Tji-kiang.

17. *Parachilognathus imberbis* Blkr.
Syn. Achilognathus imberbis Günth., Cat. Fish. VII p. 278.
Hab. Yang-tse-kiang fl.

18. *Acanthorhodeus macropterus* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang fl.

19. *Acanthorhodeus Guichenoti* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang fl.

20. *Acanthorhodeus hypselonotus* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang fl.

21*. *Puntius* (*Barbodes*) *deauratus* Blkr.
Syn. Barbus deauratus Val. sec. Rich. Ichth. Chin. l. c. p. 294.
Hab. Canton.

22. *Puntius* (*Barbodes*) *sinensis* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang flum.?

23. *Puntius* (*Capoëta*) *Güntheri* Blkr.
Syn. Barbus fasciolatus Günth., Cat. Fish. VII. p. 140 (nec p. 108).
Hab. Sina.

24. *Hemibarbus maculatus* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang flum.

25 *Hemibarbus dissimilis* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang flum.

26. *Leuciscus aethiops* Bas. l. c. p. 233 tab. 6, fig. 1; Günth., Cat. Fish. VII. p. 212.
Syn. Chanodichthys? aethiops Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II Cypr. p. 282.
Leuciscus dubius Blkr, Notic. Cypr. Chin. l. c. p. 19.
Hab. Yang-tse-kiang flum.; Pekin.

27. *Leuciscus idellus* Val., Poiss. XVII p. 270; Rich., Rep. Ichth. Chin. l. c. p. 257.
Syn. Cyprinus cantonensis Osb., Itin p. 155; Bl. Schn., Syst. posth. p. 447?
Leuciscus tschiliensis Basil., Ichth. Chin. bor. l. c. p. 233.
Rasbora? tschiliensis Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II Cypr. p. 286.
Ctenopharyngodon laticeps Steind., Ichth. Mitth. IX, Verh. zool. bot. Gesellsch. Wien 1866, p. 782, tab. 18, fig. 1—5.
Ctenopharyngodon idellus Günth., Cat. Fish. VII p. 261.
Leuciscus Mertensii Guich., Mus. Paris.
Hab. Yang-tse-kiang fl.; Canton; Sinus Tschiliens.

28*. *Leuciscus fintella* Val., Poiss. XVII p. 265; Rich., Ichth. China l. c. p. 296.
Hab. Sina.

29*. *Leuciscus rosetta* Val., Poiss. XVII p. 265; Rich., Ichth. China l. c p. 295.
Hab. Sina.

30*. *Leuciscus cupreus* Val., Poiss. XVII p. 265; Rich., Ichth. China l. c. p. 300.
Hab. Sina.

31* *Leuciscus aeneus* Val., Poiss. XVII p. 269; Rich., Ichth. Chiua l. c. p. 300.
Hab. Sina.

32*. *Leuciscus vandella* Val., Poiss. XVII p. 270; Rich., Ichth. Chin. l. c. p. 299.
Hab. Canton.

33*. *Leuciscus piceus* Rich., Rep. Ichth. Chin. l. c. p. 298.
Hab. Canton.

34*. *Leuciscus hemistictus* Rich., Ichth. Chin. l. c. p. 296.
Hab. Canton.

35. *Pseudorasbora parva* Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II Cypr. p. 285; Kner, Zool. Novar. Fisch. p. 355; Günth., Cat. Fish. VII p. 186.
Syn. Leuciscus parvus et pusillus Schl., Faun. Jap. Poiss. p. 215, 216, tab. 102 fig. 3, 4.
Pseudorasbora pusilla Blkr, l. c. p. 285.
Opsarius parvus Kner, Zool. Novar. Fisch. tab. 16 fig. 3.
Hab. Shanghai, Tji-kiang.

36. *Luciobrama typus* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang fl.?

37. *Elopichthys bambusa* Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II. Cypr. p. 286; Günth., Cat. Fish. VII p. 320.
Syn. Leuciscus bambusa Rich., Ichth. Voy. Sulphur p. 141, tab. 63 fig. 2; Ichth. Chin. l. c. p. 299.
?Nasus dahuricus Basil., Ichth. Chin. bor. l. c. p. 234, tab. 7 fig. 1.
Elopichthys dauricus Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II Cypr. p. 286.
Barilius (Opsarius) bambusa Kner, Zool. Novar. Fisch. p. 357.
Hab. Canton, Shanghai, Sina borealis.

38. *Aspius spilurus* Günth., Cat. Fish. VII p. 311
Hab. Sina.

39. *Ochetobius elongatus* Günth., Cat. Fish. VII p. 298.
Syn. Opsarius? elongatus Kner, Zool. Novar. Fisch. p. 358, tab. 15 fig. 1.
Hab. Shanghai.

40. *Squaliobarbus curriculus* Günth., Cat. Fish. VII p. 297.
Syn. Leuciscus curriculus Rich., Ichth. Chin. l. c. 299.
Leuciscus teretiuseulus Bas., Ichth. Chin. bor. l. c. p. 232, tab. 4 fig. 1.
Rasbora curricula Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II p. 286.
Rasbora teretiuscula Blkr, Not. Cypr. Chin. l. c. p. 26.
Sarcochilichthys teretiusculus Kner, Zool. Novar. Fisch. p. 356.
Hab. Ningpo, Kiu-kiang-lac.; Yang-tse-kiang flum., Canton; Sina boreal.; Shanghai.

41. *Aphyocypris chinensis* Günth., Cat. Fish. VII p. 201.
Hab. Tji-kiang.

42. *Paracanthabrama Guichenoti* Blkr, Notic. Cyprin. Chin. l. c. p. 23; Günth., Cat. Fish. VII p. 206.
Hab. Sina.

43. *Pseudobrama Dumerili* Blkr.
Syn.* Leuciscus chevanella Val., Poiss. XVII p. 267; Rich., Ichth. Chin. l. c. p. 295??
* Leuciscus xanthurus Rich., Ichth. Chin. l. c. p. 298??
Hab. Yang-tse-kiang flum.?

44. *Xenocypris argentea* Günth., Cat. Fish. VII p. 205.
Hab. Sina?

45. *Xenocypris Simoni* Blkr.
Syn. Acanthobrama Simoni Blkr, Not. Cypr. Chin. l. c. p. 25.
Hab. Sina.

46. *Xenocypris macrolepis* Blkr.
Syn. Leuciscus argenteus Bas., Ichth. Chin. bor. l. c. p. 232?
Hab. Yang-tse-kiang flum.; Pekin.

47. *Xenocypris tapeinosoma* Blkr.
* Syn. Leuciscus jesella Val., Poiss. XVII p. 269; Rich., Ichth. Chin. l. c. p. 298??
Hab. Yang-tse-kiang flum.

48. *Xenocypris Davidi* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang flum.?

49. *Xenocypris microlepis* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang fl.

50* *Xenocypris? plena* Blkr.
Syn. Leuciscus plenus Brouss. Mss. Rich., Ichth. Chin. l. c. p. 299.
Hab. Canton.

51* *Xenocypris? homospilotus* Blkr.
Syn. Leuciscus homospilotus Rich., Ichth. Chin. l. c. p. 300.
Hab. Canton.

52. *Chanodichthys mongolicus* Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II Cypr. p. 400; Günth., Cat. Fish. VII p. 325.
Syn. Leptocephalus mongolicus et mongolensis Basil., Ichth. Chin. bor. l. c. p. 234 tab. 4 fig. 2.
Hab. Sina boreal.

53. *Culter recurviceps* Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II p. 297; Günth., Cat. Fish. VII p. 328.
Syn. Leuciscus recurviceps Rich., Ichth. Chin. l. c. p. 295.
Culter alburnus Bas., Ichth. Chin. bor. l. c. p. 236 tab. 8 fig. 3; Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II p. 296; Kner, Zool. Novar. Fisch. p. 362.
Hab. Canton, Shanghai, Sina boreal.

54. *Culter erythropterus* Bas., Ichth. Chin. bor. l. c. p. 236 tab. 8 fig. 1; Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II Cypr. p. 296.
Hab. Sina boreal.

55. *Culter brevicauda* Günth., Cat. Fish. VII p. 329.
Hab. Yang-tse-kiang flum.

56. *Culter ilishaeformis* Blkr.
Syn. Culter erythropterus Blkr, Not. Cypr. Chin. l. c. p. 27?
Hab. Yang-tse-kiang fl.

57. *Culter Dabryi* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang fl.

58. *Culter hypselonotus* Blkr.
Syn. Culter mongolicus Bas., Ichth. Chin. bor. l. c. p. 237?
Hab. Yang-tse-kiang flum.; Sina bor.

59. *Culter oxycephalus* Blkr.
Hab. Yang-tse-kiang fl.

60. *Culter Kneri* Blkr.
Syn. Culter erythropterus Kner, Zool. Novar. Fisch. p. 360, tab. 14 fig. 4.
Hab. Shanghai.

61. *Pseudoculter pekinensis* Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. I Cypr. p. 282 (nec Kner).
Syn. Culter pekinensis Bas., Ichth. Chin. bor. l. c. p. 237.
Hab. Sina boreal.

62. *Pseudoculter exiguus* Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II. Cypr. p. 282.
Syn. Culter exiguus Bas., Ichth. Chin. bor. l. c. p. 237.
Hab. Sina borealis.

63. *Parabramis bramula* Blkr.
Syn. Leuciscus bramula Val., Poiss. XVII p. 266.
Leuciscus rhomboidalis Val., ibid. p. 59 ?
Abramis bramula Rich., Ichth. Chin. l. c. p. 294.
Abramis rhomboidalis Rich., ibid. p. 294?
Abramis terminalis Rich., ibid. p. 294 ?
Abramis mantschuricus Bas., Ichth. Chin. bor. l. c. p. 239?
Rohtee bramula Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II Cypr. p. 281.
Chanodichthys bramula Günth., Cat. Fish. VII p. 327.
Chanodichthys terminalis Günth., ibid. p. 327?
Hab. Yang-tse-kiang flum., Canton, Sina borealis.

64. *Parabramis pekinensis* Blkr, Not. Cypr. Chin. l. c. p. 22.
Syn. Abramis pekinensis Bas., Ichth. Chin. bor. l. c. p. 239 tab. 6 fig. 2.
Acanthobrama pekinensis Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II p. 289, 399.
Culter pekinensis Kner, Zool. Novar. Fisch. p. 360 tab. 14 fig. 3.
Chanodichthys pekinensis Günth., Cat. Fish. VII p. 327.
Hab. Yang-tse-kiang fl., Sina borealis, Shanghai.

65. *Hemiculter leucisculus* Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II Cypr. p. 401.
Syn.* Leuciscus acutus Brouss. Mss.; Rich., Ichth. Chin. l. c. p. 297? Günth., Cat. Fish. VII p. 329?
Leuciscus acutirostris Gr., Cat. Brit. Mus.
Culter leucisculus Bas., Ichth. Chin. bor. l. c. p. 238.
Culter leucisculus Kner, Zool. Novar. Fisch. p. 362?
Chanodichthys leucisculus Günth., Cat. Fish. VII p. 327.
Hab. Yang-tse-kiang flum., Sina boreal.

66* *Hemiculter? machaeroides* Blkr.
Syn. Leuciscus machaeroides Rich., Ichth. China l. c. p. 297; Günth., Cat. Fish. VII p. 330.
Hab. Canton.

67. *Barilius* (*Barilius*) *acutipinnis* Blkr.
Syn. Opsariichthys acutipinnis Guich.
Hab. Yang-tse-kiang fl.

68. *Pseudolaubuca sinensis* Blkr, Not. Cypr. Chin. l. c. p. 29; Günth., Cat. Fish. VII p. 339.
Hab. Sina.

69. *Hypophthalmichthys molitrix* Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II p. 283; Günth., Cat. Fish. VII p. 298.
Syn. Leuciscus molitrix Val., Poiss. XVII p. 268; Rich., Ichth. Chin. l. c. p. 295.
Leuciscus hypophthalmus Gray, Rich., Ichth. Voy. Sulph. p. 139 tab. 63 fig. 1.
Cephalus mantschuricus Bas., Ichth. Chin. bor. l. c. p. 235 tab. 7 fig. 3.

Hypopthalmichthys mantschuricus Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II Cypr. p. 283.
Hypophthalmichthys Dabryi Guich., Mus. Paris.
Hab. Yang-tse-kiang flum., Sina boreal.

70. *Hypophthalmichthys nobilis* Blkr, Ichth. Arch. ind. Prodr. II Cypr. p. 283; Günth., Cat. Fish. VII p. 299.
Syn. Leuciscus nobilis Gray, Rich., Ichth. Sulph. p. 140 tab. 63 fig. 3; Ichth. Chin. l. c. p. 295.
Cephalus hypophthalmus Steind., Verh. zoöl. bot. Ges. Wien 1866, p. 383 tab. 4.
Hypophthalmichthys mandschuricus Kner, Zool. Nov. Fisch. p. 350.
Hypophthalmichthys Simoni Guich., Mus. Paris.
Hab. Yang-tse-kiang flum., Shanghai.

71. *Hypophthalmichthys microlepis* Blkr.
Syn. Abramocephalus microlepis Steind., Ichth. Notiz. IX Sitz. ber. Kias. Akad. Wissensch. 1869 Bd. LX p. 302.
Hab. Sina.

Bien qu'il soit probable qu'on ne connaît pas jusqu'ici la moitié des espèces de Cyprinoïdes de Chine, celles qui font partie de la science sont déjà assez nombreuses pour qu'on puisse se former une idée des traits les plus caractéristiques de la faune cyprinologique de ce grand empire. C'est une faune qui se distingue par toutes ses espèces de celle de l'Asie méridionale et de l'Inde archipélagique, et ce ne sont pas seulement les espèces qui sont distinctes, mais aussi presque tous les genres. L'on ne retrouve dans l'Asie méridionale et l'Inde archipélagique que les genres Mrigala, Gymnostomus, Barilius et Puntius. La faune cyprinologique de Chine porte manifestement un cachet septentrional. Les Carpionini et les Leuciscini y prédominent, et ces derniers montrent même une grande analogie avec ceux de l'Europe, quoiqu'ils se distinguent généralement par la dentition et par l'épine osseuse de la nageoire dorsale. Il est démontré maintenant que la faune cyprinologique du Japon partage, quant aux types génériques, de celle de l'Amérique et de Chine. Les Pseudopérilampes du Japon représentent les Acanthorhodeus de Chine. Le Japon a de commun avec la Chine, comme aussi avec tout l'ancien monde septentrional, les genres Carpio et Carassius, et l'on

retrouve en Chine les genres Parachilognathus, Pseudorasbora, Pseudogobio, Hemibarbus et Sarcochilichthys, que l'on ne savait habiter, jusqu'à il y quelques années, que les eaux douces du Japon. La présence dans les fleuves de Chine, de Catostomini, que l'on savait du reste déjà habiter la Sibérie orientale, indique un lien de plus entre la faune d'eau douce des deux grands continents.

Les genres qui semblent être propres à la Chine sont les Saurogobio, Rhinogobio, Acanthorhodeus, Squaliobarbus, Ochetobius, Elopichthys, Aphyocypris, Paracanthobrama, Luciobrama, Xenocypris, Pseudobrama, Chanodichthys, Culter, Pseudoculter, Hemiculter, Parabramis, Pseudolaubuca et Hypophthalmichthys.

Je ne traite pas, dans ce mémoire, des Cobitioïdes, qui, pour moi, forment une famille distincte des Cyprinoïdes. Je note seulement que la Chine doit être assez riche en espèces de Loches. Il est vrai que jusqu'ici il n'y a introduites dans la science que cinq espèces, sav.: Misgurnus anguillicaudatus Günth. (= Cobitis anguillicaudata, bifurcata et pectoralis McCl. = Cob. psammismus Rich. = Cobitis decemcirrhosus Basil.), Misgurnus dichachrous Günth., Misgurnus polynema Günth., Nemachilus nudus Blkr et Oreonectes platycephalus Günth., mais à ces espèces j'ai pu ajouter encore le Botia elongata Blkr, dont j'ai présenté le description et la figure à l'Académie royale des Sciences à Amsterdam, tandis que les envois de MM. Dabry et l'abbé David contiennent encore quelques autres espèces, que M. Guichenot à déjà indiquées sous les noms de Parabotia rubrilabris, fasciolatus et taeniops, de Paramisgurnus Dabryanus, de Misgurnus maculatus et spilurus et de Cobitis poecilopleura et macrostigma, espèces qui, en partie au moins, sont inédites et que probablement M. Guichenot ne tardera pas à publier.

Puntius (*Barbodes*) *sinensis* Blkr. Tab. III fig. 2.

Punt. (Barbod.) corpore oblongo compresso, altitudine 5 circ. in ejus longitudine absque -, $5\frac{5}{6}$ circiter in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{3}{5}$ circ. in ejus altitudine; capite acutiusculo $4\frac{2}{3}$ circ. in longitudine corporis absque -, 5 circiter in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{4}$ circiter -, latitudine capitis $1\frac{1}{4}$ ad $1\frac{1}{3}$ in ejus longitudine; oculis diametro $5\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis, $1\frac{3}{5}$ circ. in ca-

11

pitis parte postoculari, diametro $1\frac{1}{2}$ circ. distantibus; membrana palpebrali iridis marginem externum tantum tegente; fronte inter oculos convexiuscula; rostro oculo non vel vix longiore; naribus ante pupillae partem superiorem perforatis, posterioribus anterioribus majoribus valvula claudendis; osse suborbitali anteriore irregulariter quadrangulari marginibus antero-superiore et postero-inferiore concavis, margine antero-inferiore longiore convexo; ossibus suborbitalibus 2° et 3° humillimis multo longioribus quam latis; maxilla superiore verticaliter deorsum protractili, vix ante oculum desinente, $3\frac{1}{3}$ circ. in longitudine capitis; maxilla inferiore maxilla superiore breviore, plana symphysi non hamata; labiis mediocribus; sulco infralabiali non usque ad symphysin producto; cirris gracilibus supramaxillaribus quam rostralibus longioribus oculo vix brevioribus; operculo minus duplo altiore quam lato margine inferiore rectiusculo; apertura branchiali sub praeoperculi parte posteriore desinente; dentibus pharyngealibus triseriatis subuncinato-contusoriis 2.3.5/5.3.2; osse scapulari obtuse rotundato; linea dorsali angulata; ventre post ventrales non carinato; cauda parte libera aeque longa ac postice alta; squamis parte libera et parte basali longitudinaliter striatis, 32 in linea laterali, 8 vel 9 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 5 ($4\frac{1}{2}$) dorsalem inter et lineam lateralem, 12 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; squamis gulo-ventralibus longitudinaliter pluriseriatis postrorsum magnitudine accrescentibus; linea laterali leviter curvata ventralibus sat multo magis quam dorsali approximata, singulis squamis tubulo simplice mediam squamam attingente notata; pinna dorsali apici rostri paulo magis quam basi pinnae caudalis approximata, basi vagina squamosa inclusa, corpore non multo minus duplo humiliore, aeque alta circiter ac basi longa, angulis acuta, vix emarginata, radio postico radio 1° non multo breviore, spina 3ª mediocri valida capite absque rostro non breviore postice inferne edentula medio denticulis minimis scabra; pinnis pectoralibus acutis capite paulo brevioribus ventrales non attingentibus; ventralibus sub media pinna dorsali insertis pectoralibus non brevioribus analem non attingentibus; anali mox post anum incipiente, basi squamosa, dorsali duplo breviore sed non humiliore, plus duplo altiore quam basi longa, acuta, non emarginata, radio simplice 3° gracili cartilagineo; caudali lobis acutis $4\frac{1}{4}$ circ. in longitudine corporis; colore corpore superne olivaceo, inferne argenteo; squamis dorso lateribusque singulis basi vittula subsemilunari transversa violascente; iride flava; pinnis roseis vel flavescentibus membrana fusco plus minusve arenatis.

B. 3. D. 3/9 vel 3/10. P. 1/16. V. 2/9. A. 3/5 vel 3/6. C. 9/17/7 lat. brev. incl.
Hab. Yang-tse-kiang flum.?
Longitudo speciminis unici 255'''.

Rem. Je ne retrouve pas cette espèce dans les auteurs. Elle me paraît être fort voisine du Puntius (Barbodes) carnaticus Day, mais celui-ci a les yeux plus petits, le museau plus long et de 25 à 29 écailles dans la ligne latérale. Le sinensis a la forme de la dorsale et de l'anale assez caractéristique, mais les descriptions du carnaticus ne parlant de ces nageoires que fort superficiellement, je ne saurais rien décider par rapport aux différences qui pourraient exister entre les nageoires des deux espèces. Du reste les descriptions de M. Day et de M. Günther rendent fort différemment les caractères du carnaticus et font plutôt penser à des espèces distinctes. En tout cas il est peu probable qu'une espèce des Bowani et Segoor se retrouvât dans les fleuves septentrionaux de la Chine.

L'espèce actuelle mérite aussi d'être comparée au Barbus deauratus Val. de Cochinchine. On ne connaît cette espèce que par la description peu détaillée de la grande Histoire naturelle des Poissons, où il est dit qu'il y a 29 écailles le long du côté, que le rayon de la nageoire dorsale est grêle et que le museau est obtus.

Richardson cite le deauratus aussi de Canton, mais seulement d'après un dessin, où le dos du poisson est dit être marqué de six ou sept grandes taches brunâtres. Cette espèce pourraît donc bien être, elle aussi, distincte du deauratus, mais dans la notice de Richardsou il n'est parlé que des couleurs, sans aucuns autres détails. Cette notice indique toutefois que la Chine méridionale aussi nourrit au moins une espèce de Puntius du sous-genre Barbodes.

Hemibarbus maculatus Blkr. Tab. IV, fig. 3.

Hemibarb. corpore oblongo compresso, altitudine $4\frac{1}{4}$ ad 4 in ejus longitudine absque -, 5 et paulo ad 5 in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $1\frac{4}{5}$ ad $1\frac{5}{6}$ in ejus altitudine; capite subconico acutiusculo, 4 circ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1 circ. -, latitudine capitis 2 fere in ejus longitudine; oculis diametro $3\frac{1}{2}$ ad 4 in

longitudine capitis, diametro $1\frac{3}{4}$ ad $1\frac{1}{2}$ in capitis parte postoculari, diametro 1 circ. distantibus; membrana palpebrali iridem minima parte tantum tegente; fronte inter oculos planiuscula; rostro conico convexiusculo paulo prominente oculo longiore; naribus ante pupillae partem superiorem perforatis, posterioribus quam anterioribus majoribus valvula claudendis; osse suborbitali anteriore irregulariter pentagono apice antrorsum spectante, multo minus duplo longiore quam alto, dimidio inferiore crista longitudinali elevata undulata; osse suborbitali 2° elevato aeque alto circ. ac longo medio crista longitudinali elevata undulata; osse suborbitali 3° quam 2° multo graciliore antice quam postice multo latiore crista longitudinali elevata undulata percurso; maxilla superiore ante oculum desinente, $3\frac{1}{4}$ ad $3\frac{1}{3}$ in longitudine capitis, verticaliter deorsum protractili; maxilla inferiore plana symphysi non hamata, ramis horizontalibus medio depressis ore clauso margine interno recto contiguis; labiis teretibus, inferiore postice membranaceo; sulco infralabiali symphysin fere attingente; rictu infero ore clauso formam ferri equini referente; cirris gracilibus oculo brevioribus; praeoperculo obtuse rotundato, limbo marginem externum inter et internum depresso; operculo minus duplo altiore quam lato, margine inferiore rectiusculo vel concaviusculo; apertura branchiali non usque sub oculo producta; dentibus pharyngealibus triseriatis 1.3.5/5.3.1, serie longiore 5 subuncinato-cochleariformibus, ceteris omnibus conicis obtusis vel obtusiusculis; osse scapulari triangulari apice rotundato; linea dorsali angulata; dorso carnoso non carinato; ventre post ventrales non carinato; squamis parte libera radiatim striatis, 48 in linea laterali, 11 in serie transversali spinam dorsalem inter et lineam lateralem; squamis 14 vel 15 in serie longitudinali occiput inter et spinam dorsalem; squamis gulo-ventralibus longitudinaliter pluriseriatis postrorsum magnitudine accrescentibus; linea laterali antice declivi tunc rectiuscula, singulis squamis tubulo brevi simplice notata; pinna dorsali basi alepidota, corpore non vel vix humiliore, multo altiore quam basi longa, acuta, vix emarginata, spina valida laevi capite non vel vix breviore; pinnis pectoralibus lineae ventrali approximatis acutis capite absque rostro longioribus ventrales non attingentibus; ventralibus sub media dorsali insertis, obtuse rotundatis, pectoralibus brevioribus; anali mox post anum incipiente, basi vagina squamosa humili inclusa, acuta, non emarginata, dorsali multo humiliore et breviore, radio simplice tertio cartilagineo; caudali profunde incisa lobis acutis subaequalibus 5 circiter in longitudine totius corporis; colore corpore superne roseo-viridi

vel olivascente, inferne argenteo; iride flavescente; pinnis roseis; dorso, lateribus pinnisque dorsali et caudali maculis sparsis parvis irregularibus nigris, dorsalibus ceteris majoribus.

B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/17 vel 1/18. V. 2/8. A. 3/6 vel 3/7. C. 6/17/6. lat. brev. incl.

Hab. Yang-tse-kiang flum.

Longitude 2 speciminum 265‴ et 315‴.

Rem. Cette espèce se fait reconnaître au premier coup d'oeil par les taches irrégulières et noires du dos, des flancs et des nageoires dorsale et caudale. Sa physionomie générale du reste est celle du Hemibarbus barbus du Japon, mais elle a l'épine dorsale relativement plus longue et beaucoup plus robuste et un nombre moindre de rangées longitudinales d'écailles au-dessus de la ligne latérale.

Hemibarbus dissimilis Blkr, Tab. VI fig. 1.

Hemibarb. corpore oblongo compresso, altitudine $3\frac{1}{3}$ ad $3\frac{2}{5}$ in ejus longitudine absque -, $4\frac{1}{5}$ ad $4\frac{1}{4}$ in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{2}{3}$ ad $2\frac{1}{2}$ in ejus altitudine; capite subconico acutiusculo $4\frac{4}{5}$ circ. in longitudine corporis absque-, 6 circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{2}{5}$ ad $1\frac{1}{2}$ -, latitudine capitis 2 fere ad $1\frac{3}{4}$ in ejus longitudine; oculis diametro 4 circ. in longitudine capitis, diametro 2 circ. in capitis parte postoculari, diametro 1 et paulo distantibus, membrana palpebrali iridem minima parte tantum tegente; fronte inter oculos planiuscula; rostro conico apice truncatiusculo paulo prominente, oculo non longiore; naribus ante oculi partem superiorem perforatis posterioribus quam anterioribus majoribus valvula claudendis; osse suborbitali anteriore pentagono altiore quam longo, apice sursum spectante; osse suborbitali 2° irregulariter quadrangulari antice quam postice altiore; osse suborbitali 3° valde gracili plus triplo longiore quam lato; maxilla superiore verticaliter deorsum protractili vix ante oculum desinente, 4 ad $3\frac{3}{4}$ in longitudine capitis; maxilla inferiore plana symphysi non hamata, ramis horizontalibus medio non depressis oro clauso postice et antice convergentibus; labiis teretibus, inferiore postice membranaceo; sulco infralabiali circa symphysin continuo; rictu infero ore clauso formam ferri equini referente; cirris gracilibus oculo non vel vix longioribus; praeoperculo obtuse rotundato limbo marginem externum inter

et internum vix depresso; operculo minus duplo altiore quam lato, margine inferiore convexiusculo vel rectiusculo; apertura branchiali sub praeoperculi parte posteriore desinente; dentibus pharyngealibus triseriatis vel biseriatis 1.2.5 5.2.1 vel 1.3.5/5.3.1 vel 4.5 5.4, serie longiore 3 subuncinato-contusoriis ceteris conicis vel conico-clavatis corona obtusis; osse scapulari triangulari apice obtuse rotundato; linea dorsali angulata; dorso obtuse carinato, abdomine non carinato; squamis parte libera longitudinaliter striatis, 48 circ. in linea laterali, 13 in serie transversali spinam dorsalem inter et pinnam ventralem quarum 8 spinam dorsalem inter et lineam lateralem, 15 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; squamis gulo-ventralibus longitudinaliter pluriseriatis postrorsum magnitudine paulo accrescentibus; linea laterali antice declivi porro rectiuscula, singulis squamis tubulo simplice nōtata; pinna dorsali medio apicem rostri inter et basin caudalis sita, basi alepidota, corpore non vel vix humiliore, multo altiore quam basi longa, acuta, emarginata, spina 1ª minima, spina 2ª gracili spina 3ª plus duplo breviore, spina 3ª sat valida laevi capite longiore; pinnis pectorälibus lineae ventrali approximatis, acutis, capite paulo brevioribus, ventrales non attingentibus; pinnis ventralibus sub dimidio dorsalis posteriore insertis, acutis vel acutiusculis, pectoralibus non brevioribus, anum non attingentibus; anali tota fere ejus longitudine post anum incipiente, basi vagina squamosa humili inclusa, dorsali multo breviore et humiliore, duplo circiter altiore quam basi longa, acuta non emarginata, radio simplice 3° gracili cartilagineo; caudali profunde incisa lobis acutis $4\frac{1}{3}$ ad $4\frac{1}{2}$ in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridi, inferne argenteo; iride flava; maculis corpore pinnisve nullis; pinnis roseis vel flavescentibus, dorsali superne et caudali postice nigro marginatis.

B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/13 vel 1/14. V. 2/7. A. 3/6 vel 3/7. C. 7/17/7 lat. brev. incl.

Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).

Longitude 3 speciminum 180‴, 181‴ et 197‴.

Rem. L'espèce actuelle se distingue tant de l'Hemibarbus barbus que de l'Hemibarbus maculatus par la forme des sousorbitaires, par le museau tronqué, et par la position de l'orifice anal bien en avant de l'anale. Je trouve d'autres différences encore dans les proportions de la hauteur du corps, de la tête et des yeux; dans la dentition; dans la formule des rangees

d'écailles, etc. L'espèce rappelle, par sa physionomie générale, les espèces du sousgenre Siaja (Cyclochilichthys), dont cependant elle n'a ni la dorsale à gaîne squammeuse, ni l'épine dorsale dentelée, ni la dentition. Plusieurs des ichthyologistes modernes y verront probablement un type générique distinct.

Pseudogobio rivularis Blkr, Tab. VIII fig. 1.

Pseudogob. corpore elongato compresso, altitudine 4½ circ. in ejus longitudine absque-, 5½ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis 1⅓ circ. in ejus altitudine; capite 3¾ circ. in longitudine corporis absque-, 4½ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1⅖ circ.-, latitudine capitis 1½ circ. in ejus longitudine; oculis lineae frontali approximatis oblique sursum spectantibus, diametro 4 et paulo in longitudine capitis, diametro 1⅓ ad 1¼ in capitis parte postoculari, diametro 1 circ. distantibus; linea rostro-frontali apice rostri truncata, apicem inter et nares concava, regione nasali convexa; linea interoculari rectiuscula; naribus ante medium oculum perforatis, posterioribus valvula claudendis; rostro oculo longiore, paulo ante os prominente, apice truncato; osse suborbitali anteriore sat longe ab orbita distante, pentagono, aeque alto circiter ac lato, apice sursum spectante; osse suborbitali 2° irregulariter quadrangulari vix longiore quam lato postice quam antice humiliore; osse suborbitali 3° triangulari duplo circ. longiore quam antice lato apice postrorsum spectante; maxilla superiore maxilla inferiore longiore, mediocriter deorsum protractili, ante oculum desinente, 3½ ad 3⅓ in longitudine capitis; maxilla inferiore symphysi tuberculo brevi; labiis superiore mediocri, inferiore lato pendulo; cirris supramaxillaribus carnosis oculo brevioribus; operculo minus duplo altiore quam lato, margine inferiore rectiusculo; apertura branchiali sub praeoperculi margine posteriore desinente; dentibus pharyngealibus uniseriatis subuncinato-compressoriis 4/4 vel 3/3; osse scapulari gracillimo; squamis parte libera longitudinaliter striatis, 33 vel 56 in linea laterali, 11 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 6 dorsalem inter et lineam lateralem, 12 vel 13 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; regione gulo-ventrali inferne alepidota; ano basi ventralium multo magis quam anali approximato; pinna dorsali basi pinnae caudalis sat multo magis quam apici rostri approximata, corpore non humiliore, paulo altiore quam basi longa, obtuse rotundata, radiis simplicibus gracillimis; pectoralibus acutiuscule rotundatis capite vix

brevioribus, ventrales non attingentibus, radio 1° simplice cartilagineo incrassato; ventralibus sub dimidio pinnae dorsalis posteriore insertis, obtusiuscule rotundatis, analem non attingentibus; anali dorsali multo humiliore et duplo circ. breviore, duplo altiore quam basi longa, obtusa, rotundata; caudali semilunariter emarginata lobis rotundatis $5\frac{2}{3}$ ad $5\frac{3}{4}$ in longitudine totius corporis; colore corpore superne olivaceo, inferne albido; squamis dorso lateribusque singulis basi macula quadratiuscula fuscescente; capite punctis fuscis variegato; operculo nitente-aureo; iride flava superne fusca; cauda media basi pinnae caudalis macula fusca punctiformi; pinnis rubris, dorsali et caudali singulis radiis maculis fuscis 4 vel 5 dorsali totidem series longitudinales, caudali totidem series transversas efficientibus; pectoralibus apice fuscis.

B. 5. D. 2/7 vel 2/8. P. 1/11. V. 2/7. A. 2/5 vel 2/6. C. 6/17/6 lat. brev. incl.

Syn. *Gobio rivularis* Bas., Ichth. Chin. bor. N. Mém. Sc. Nat. Mosc. X p. 231.
Tylognathus sinensis Kner, Zool. Novara Fisch. p. 554, tab. 15 fig. 5.
Pseudogobio sinensis Günth., Cat. Fish. VII p. 175.

Hab. Yang-tse-kiang flum.?

Longitudo speciminis descripti 175‴.

Rem. L'individu que j'ai sous les yeux n'est que quelques millimètres plus grand que celui figuré par M. Kner. La description de M. Kner va très bien à mon individu, où cependant les rangées des taches de la dorsale et de la caudale sont plus nombreuses. Quant à la figure citée, elle rend inexactement la forme des nageoires qui toutes sont arrondies. Les écailles aussi y sont représentées trop grandes ou en trop petit nombre, la tête y est trop petite, et on n'y voit pas du tout les os sousorbitaires.

L'espèce est éminemment reconnaissable par la grosse tête, par la dépression entre le museau et le front, par la forme des nageoires et par l'épaisseur du premier rayon simple de la pectorale.

Je ne doute guère qu'elle ne soit identique avec le Gobio rivularis, décrit par M. Basilewski dans les termes suivants: » Caput oblongum apice acuto, nucha lata et plana. Os edentulum suctorium in utroque angulo parvulo cirro barbatum; oculi flavescentes ad nucham remoti. Corpus breve, cylindricum, postrorsum valde constrictum, parvulis squamis tectum, argenteum, supra fusco-viridescens, ad latera fusco punctatum. Pinnae griseae, nullis radiis osseis; dorsalis brevis 9-radiata, fusco maculata, in medio corporis et ante

abdominales posita. Pinnae pectorales 11-radiatae; abdominales 9-radiatae; analis 6-radiata; caudalis angusta, elongata, integra, fusco maculata. Vesica aërea brevis biloba."

SAUROGOBIO Blkr.

Corpus elongatum fusiforme, squamis mediocribus vestitum. Rostrum conicum prominens. Rictus inferus parvus horizontalis ore clauso formam ferri equini referens. Os intermaxillare acie acuta longe ante os supramaxillare desinens. Maxilla inferior plana, symphysi subhamata. Cirri 2 supramaxillares. Os suborbitale anterius orbitam attingens. Labium inferius non lobatum. Apertura branchialis mediocris non usque sub oculo producta. Regio thoracogularis inferne medio alepidota. Anus paulo post basin ventralium perforatus. Pinnae, dorsalis in 3^a corporis parte anteriore ante ventrales incipiens, brevis, anacantha; analis brevis. Dentes pharyngeales uniseriati 4/4 corona obtusa vel truncatiuscula.

Rem. Le genre remarquable que je viens de proposer est voisin des genres Pseudogobio et Sarcochilichthys, mais il se distingue éminemment de tous les deux par l'allongement extraordinaire du corps, et par la position avancée de la dorsale qui se trouve entièrement dans la moitié antérieure du corps même sans y comprendre la caudale. Du reste il approche plus du Pseudogobio que du Sarcochilichthys, mais on ne saurait pas confondre les deux genres, même en ne considérant pas la forme générale du corps, puisque dans le Pseudogobio le sousorbitaire antérieur se trouve éloigné de l'orbite, que la mâchoire inférienre n'y présente point de tubercule symphysial, que l'intermaxillaire ne s'arrête point bien en avant du supramaxíllaire, qu'au contraire la lèvre inférieure est trilobée, que les dents pharyngiennes sont grêles et pointues, etc.

Saurogobio Dumerili Blkr, Tab. I fig. 1.

Saurogob. corpore elongato antice subcylindrico, altitudine $8\frac{1}{3}$ circ. in ejus longitudine absque-, $9\frac{2}{3}$ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $1\frac{1}{5}$ circ. in ejus altitudine; capite acutiusculo convexo $6\frac{3}{5}$ circ. in longitudine corporis absque-, $7\frac{3}{5}$ circ. in longitudine corporis

cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{4}{5}$ circ.-, latitudine capitis $1\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine; oculis diametro 4 et paulo in longitudine capitis, 2 circ. in capitis parte postoculari, diametro $1\frac{1}{2}$ circ. distantibus; naribus ante oculi partem superiorem perforatis, posterioribus anterioribus multo majoribus; rostro acutiusculo convexo oculo paulo longiore, ante os prominente; osse suborbitali anteriore securiformi manubrio orbitam attingente acie convexa deorsum spectante; osse suborbitali 2° subpentagono osse 1° multo minore apice sursum spectante; osse suborbitali 3° gracili plus duplo longiore quam lato; maxilla superiore maxilla inferiore longiore, ante oculum desinente, 4 circ. in longitudine capitis, non protractili; osse intermàxillari acie acuta sat longe ante os supramàxillare desinente; maxilla inferiore brevi symphysi subhamata ramis ore clauso postrorsum divergentibus; labiis gracilibus tenuibus, inferiore non lobato; cirris oculo non vel vix brevioribus basi rigidis; operculo paulo altiore quam lato margine inferiore rectiusculo; dentibus pharyngealibus uniseriatis 5/4, clavatis ex parte corona convexa laevi ex parte corona plana vel concava laevi; osse scapulari triangulari obtuse rotundato; regione thoraco-gulari inferne medio tantum alepidota; squamis parte libera longitudinaliter multistriatis 55 circ. in linea laterali, 10 circ. in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 5 dorsalem inter et lineam lateralem, 16 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; squamis facie ventrali in series 3 ad 5 longitudinales dispositis; linea laterali recta singulis squamis tubulo simplice notatà; ano paulo post basin ventralium perforato; cauda parte postanali plus duplo longiore quam postice alta; pinna dorsali capiti plus duplo magis quam basi caudalis approximata, medio ventralibus opposita, basi alepidota, corpore paulo altiore, paulo altiore quam basi longa, acuta, non emarginata, radio simplice 2° gracili capite non vel vix longiore; pectoralibus horizontaliter insertis basi lineae ventrali approximatis, acutiuscule rotundatis, capite non vel vix brevioribus ventrales non attingentibus; ventralibus obtusiuscule rotundatis pectoralibus brevioribus plus earum longitudine ante pinnam analem desinentibus; anali caudali duplo magis quam dorsali approximata, dorsali breviore et humiliore, vix altiore quam basi longa, acuta, emarginata; caudali basi squamosa mediocriter incisa lobis acutis $7\frac{1}{2}$ circ. in longitudine corporis; colore corpore superne viridi marginibus squamarum profundiore, inferne argenteo; iride flavescente; pinnis roseis vel flavescentibus, paribus fusco plus minusve arenatis.

B. 3. D. 2/7 vel 2/8. P. 1/15 vel 1/16. V. 1/7. A. 3/6 vel 3/7. C. 6/16/6 lat. brev. incl.
Hab. Yang-tse-kiang flum.?
Longitudo speciminis descripti 283‴.

Rem. J'ai décrit, ou plutôt indiqué, dans les Notices sur quelques genres et espèces de Cyprinoïdes de Chine (Ned. Tijdschr. Dierk. II p. 26) une espèce de Chine sous le nom de Gobio heterodon, qui probablement appartient, elle aussi, au genre Saurogobio, et qui présente la même forme des dents, la même formule des écailles et des nageoires verticales, etc. Le mauvais état de l'individu que j'ai eu sous les yeux (qui doit maintenant se trouver au Musée de Paris) fut la cause que je n'en ai pas donné une description plus détaillée, mais d'après ce que j'ai pu constater, le Gobio ou le Saurogobio heterodon doit être bien différent de l'espèce actuelle, ayant le corps moins allongé, la tête relativement plus longue, les yeux plus petits, les barbillons plus longs, l'anale située au milieu entre la dorsale et la caudale, etc.

Valenciennes (Hist. nat. des Poissons XVI p. 280) indique, d'après un dessin chinois, une espèce qu'il croit pouvoir rapporter à ses Cirrhines ou à ses Labéons, et qu'il caractérise comme ayant deux barbillons, le museau saillant au-devant de la bouche, une dorsale haute de l'avant, des écailles de moyenne grandeur avec des points noirs à leur base, etc. Il se pourrait bien que ce dessin n'indiquât qu'un Saurogobio de l'espèce actuelle.

Saurogobio Dabryi Blkr, Tab. V fig. 1.

Saurogob. corpore elongato antice cylindraceo aeque lato ac alto, postice compresso, altitudine 9 circ. in ejus longitudine absque-, $10\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; capite obtusiusculo convexo 5 circ. in longitudine corporis absque-, 6 fere in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine et latitudine capitis $1\frac{4}{5}$ circ. in ejus longitudine; oculis diametro 5 circ. in longitudine capitis, $1\frac{1}{3}$ ad $1\frac{1}{4}$ in capitis parte postoculari, multo minus diametro 1 distantibus; naribus ante medium oculum perforatis posterioribus anterioribus majoribus valvula claudendis; rostro obtuso convexo oculo breviore, ante os prominente; osse suborbitali anteriore oblique triangulari apice sursum spectante, margine anteriore concavo, margine inferiore convexo;

osse suborbitali 2° oblique quadrangulari minus duplo longiore quam lato antice quam postice multo altiore; osse suborbitali 5° gracili plus quadruplo longiore quam lato; maxilla superiore maxîlla inferiore longiore, ante oculum desinente, 4 circ. in longitudine capitis, non protractili; osse intermaxillari acie acuta sat longe ante os supramaxillare desinente; maxilla inferiore brevi symphysi tuberculo parvo, ramis ore clauso parallelis; labiis gracilibus tenuibus, inferiore non lobato; cirris oculo minus duplo brevioribus basi rigidiusculis; operculo sat multo sed minus duplo altiore quam lato, margine inferiore rectiusculo; apertura branchiali sub operculo desinente; dentibus pharyngealibus uniseriatis 5/4, compressiusculis, corona truncatiuscula; osse scapulari obtuse rotundato; regione gulo-ventrali inferne usque post basin pectoralium alepidota; squamis parte libera striis longitudinalibus conspicuis nullis, 45 circ. in linea laterali, 7 vel 8 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 4 dorsalem inter et lineam lateralem, 12 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; squamis facie ventrali paulo ante pinnas ventrales longitudinaliter quinqueseriatis; linea laterali antice declivi porro rectiuscula, singulis squamis tubulo simplice notata; ano paulo post basin ventralium perforato; cauda parte libera plus duplo longiore quam postice alta; pinna dorsali capiti plus duplo magis quam basi caudalis approximata, dimidio posteriore ventralibus opposita, basi alepidota, corpore duplo circiter altiore, sat multo altiore quam basi longa, acuta, non vel vix emarginata, radio simplice 2° gracili capite vix longiore; pinnis pectoralibus horizontaliter insertis basi lineae ventrali approximatis, acutiuscule rotundatis, capite paulo brevioribus, ventrales non attingentibus; ventralibus obtuse rotundatis pectoralibus paulo brevioribus, tota earum longitudine ante analem desinentibus; anali caudali duplo magis quam dorsali approximata, dorsali breviore et humiliore, altiore quam basi longa, acuta, emarginata; caudali basi squamosa mediocriter incisa lobis acutiuscule rotundatis 6 circ. in longitudine corporis; colore corpore superne olivascente marginibus squamarum profundiore, inferne albida; lateribus inferne vitta longitudinali argentea; mediis lateribus maculis elongatis 4 vel 5 fusco-violaceis uniseriatis vittae argenteae approximatis; pinnis flavescentibus vel roseis.

B. 5. D. 2/7 vel 2/8. P. 1/15. V. 1/7. A. 3/6 vel 4/7. C. 7/16/7 lat. brev. incl.

Hab. Yang-tse-kiang flum.?

Longitudo speciminis descripti 118‴.

Rem. L'espèce actuelle, dont je n'ai sous les yeux qu'un individu du jeune âge, se distingue surtout de l'espèce précédente par ses écailles, dont le nombre, pris des rangées longitudinales et transversales, est de beaucoup inférieur à celui du Saurogobio Dumerili. Du reste les différences sont encore assez nombreuses; mais il est possible qu'en partie au moins elles ne fussent attribuables qu'à l'âge. Ceci regarde surtout les proportions du corps, de la tête et des yeux.

Rhinogobio Blkr.

Corpus elongatum compressum squamis mediocribus vestitum. Caput acutum rostro conico longe ante os prominente. Rictus inferus parvus horizontalis ore clauso semilunaris. Os intermaxillare normale. Cirri 2, supramaxillares. Maxilla inferior plana acie tumida truncata. Os suborbitale anterius valde elongatum orbitam attingens. Apertura branchialis sub oculo desinens. Labium inferius breve longe a symphysi desinens. Regio thoracogularis ubique microlepidota. Anus paulo post basin ventralium perforatus. Pinnae, dorsalis antice in 2^a tertia corporis parte sita ante ventrales incipiens brevis anacantha, analis brevis. Dentes pharyngeales biseriati 2.4/4.2 vel 2.5/5.2.

Rem. Le genre Rhinogobio tient le milieu entre les genres Pseudogobio et Saurogobio. Il est parfaitement bien caractérisé par l'allongement du museau et de l'os sousorbitaire antérieur, par l'épaisseur de la mâchoire inférieure, par l'écaillure de la région thoraco-gulaire inférieure, par les dents pharyngiennes à double rangée, etc.

Rhinogobio typus Blkr, Tab. III fig. 1.

Rhinogob. corpore elongato compresso, altitudine $6\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine absque-, 8 circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $1\frac{1}{3}$ circ. in ejus altitudine; capite valde acuto, $4\frac{1}{2}$ circ. in longitudine corporis absque-, $5\frac{1}{2}$ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine et latitudine capitis 2 fere in ejus longitudine; linea rostro-occipitali convexa; fronte inter oculos depressiuscula; oculis diametro $5\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis, diametro 1 et paulo in capitis parte postoculari, minus

diametro 1 distantibus; membrana palpebrali iridem superne et inferne majore parte, antice et postice iridis marginem externum tantum tegente; naribus ante medium oculum perforatis, posterioribus valvula semiclaudendis; rostro acuto, conico, oculo longiore, valde ante os prominente, apice infra oculum sito; osse suborbitali anteriore valde elongato, plus quadruplo longiore quam lato, antice et medio quam postice latiore, antice acutiuscule rotundato, margine antero-inferiore convexo; ossibus suborbitalibus 2° et 3° gracillimis plus triplo longioribus quam latis; rictu ore clauso semilunari, ore aperto ovali; maxilla superiore verticaliter deorsum vix protractili, ante oculum desinente, 4 circ. in longitudine capitis; labiis mediocribus superiore cum inferioris margine anteriore continuo; sulco postlabiali utroque latere simplice longitudinaliter marginem oris versus directo; cirris mediocribus oculo vix brevioribus; operculo multo minus duplo altiore quam longo, margine inferiore concaviusculo; dentibus pharyngealibus biseriatis subuncinato-compressoriis 2.4/4.2 vel 2.5/5.2 serie longiore ex parte facie masticatoria concaviuscula; osse scapulari triangulari apice rotundato; ventre nullibi carinato; cauda parte libera plus duplo longiore quam postice alta; ano basi ventralium magis quam anali approximato; squamis parte libera longitudinaliter striatis, 50 circ. in linea laterali, 12 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 6 dorsalem inter et lineam lateralem, 16 vel 17 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; pinna dorsali apici rostri paulo magis quam basi caudalis approximata, basi alepidota, corpore paulo altiore, minus duplo altiore quam basi longa, acuta, leviter emarginata, radiis simplicibus gracilibus flexilibus; pinnis pectoralibus subhorizontaliter insertis lineae ventrali approximatis, acutis, capite paulo brevioribus, ventrales non attingentibus; ventralibus dimidio dorsalis posteriori oppositis, acutis, pectoralibus brevioribus, analem non attingentibus; anali dorsali breviore et humiliore, minus duplo altiore quam basi longa, acuta, leviter emarginata; caudali lobis acutis $5\frac{1}{2}$ circ. in longitudine totius corporis; colore corpore superne olivascente, inferne argenteo; rostro fuscescente; iride flavescente; pinnis roseis vel flavescentibus.

B. 3. D. 3/8 vel 3/9. P. 1/15. V. 2/7. A. 3/6 vel 3/6. C. 7/17/7 lat. brev. incl.

Hab. Yang-tse-kiang fl.?

Longitudo speciminis descripti 175'''.

Sarcochilichthys sinensis Blkr, Tab. IV fig. 2.

Sarcoch. corpore oblongo compresso, altitudine $3\frac{3}{4}$ ad $3\frac{1}{3}$ in ejus longitudine absque-, $4\frac{3}{5}$ ad $4\frac{1}{4}$ in ejus longitudine cum pinna caudali; capite obtuso convexo 4 et paulo ad $5\frac{1}{3}$ in longitudine corporis absque-, 5 et paulo ad $6\frac{3}{4}$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{2}{5}$ ad 1 et paulo-, latitudine capitis 2 ad $1\frac{1}{2}$ in ejus longitudine; oculis diametro $3\frac{1}{2}$ ad 3 et paulo in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{2}$ ad 1 et paulo in capitis parte postoculari, diametro 1 ad $1\frac{1}{2}$ distantibus, membrana palpebrali iridis marginem externum tantum tegente; linea rostro-dorsali rostro et nucha convexa fronte et occipite rectiuscula; linea interoculari convexa; naribus ante oculi partem superiorem perforatis posterioribus valvula claudendis; rostro obtuso truncatiusculo oculo breviore, paulo prominente; osse suborbitali anteriore irregulariter pentagono, vix altiore quam lato, apice sursum spectante; osse suborbitali 2° triangulari apice postrorsum spectante duplo circ. longiore quam antice alto; ossibus suborbitalibus 3° et 4° marginem praeoperculi non attingentibus gracilibus oculi diametro quadruplo ad plus quadruplo gracilioribus; maxilla superiore maxilla inferiore longiore verticaliter deorsum protractili, ante oculum desinente, 4 ad 5 in longitudine capitis; labiis carnosis laevibus; rictu ore aperto ovali oculo multo minore; operculo non striato latitudine $1\frac{2}{3}$ circ. in ejus altitudine, margine inferiore rectiusculo; isthmo interbranchiali oculi diametro vix graciliore; dentibus pharyngealibus uniseriatis 5/5 quarum 3.3 subuncinato-cochleariformibus facie masticatoria oblonga sat profunda, ceteris conicis obtusiusculis facie masticatoria nulla; osse scapulari triangulari obtuso; ventre inferne antice plano post pinnas ventrales rotundato non carinato; dorso sat elevato convexo; squamis parte libera radiatim striatis parte basali non striatis, 40 vel 41 in linea laterali, 11 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 6 ($5\frac{1}{2}$) dorsalem inter et lineam lateralem, 14 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; squamis gulo-ventralibus inferioribus longitudinaliter 5-seriatis serie media postrorsum magnitudine accrescentibus; linea laterali recta antice tantum declivi, singulis squamis tubulo simplice mediam squamam superante notata; ano anali magis quam basi ventralium approximato; pinna dorsali medio circ. apicem rostri inter et basin pinnae caudalis sita, corpore non ad paulo humiliore, minus duplo altiore quam basi longa, acuta, leviter emarginata, radio simplice 3° gracili

capite longïore; pinnis pectoralibus acutis capite vix vel non brevioribus ventrales non attingentibus; ventralibus sub media dorsali insertis pectoralibus brevioribus, acutiuscule rotundatis, analem non attingentibus; anali dorsali breviore et humiliore, duplo circiter altiore quam basi longa, acuta, emarginata; caudali profunde incisa lobis acutiusculis $4\frac{1}{2}$ ad $4\frac{2}{3}$ in longitudine corporis; colore corpore superne olivascente, inferne albido; iride flavescente; dorso lateribusque maculis magnis irregularibus vel nebulis fuscis variis; pinnis roseis vel flavescentibus, plagis fuscis variis.

B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/14. V. 2/7. A. 3/6 vel 3/7. C 9/17/9 lat. brev. incl.

Hab. Yang-tse-kiang flum?

Longitudo 5 speciminum 92‴ ad 152‴.

Rem. Le Sarcochilichthys de Chine se distingue de celui du Japon, dont il est toutefois fort voisin, par des formes plus trapues, par la tête qui est notablement plus courte, par ses couleurs, par une rangée longitudinale d'écailles de moins entre la dorsale et la ligne latérale, etc.

M. Günther réunit le genre Sarcochilichthys au genre Pseudogobio. Cependant les espèces des deux genres présentent une physionomie fort différente, et puis encore le Pseudogobio a le sousorbitaire antérieur éloigné de l'orbite, la région thoraco-gulaire inférieure sans écailles, des barbillons, etc. On sait du reste que M. Günther comprend en général les genres dans un sens beaucoup plus étendu que la plupart des ichthyologistes modernes. On pourra donc éviter toute discussion en laissant au temps de juger les opinions divergentes, qui divisent actuellement le camp des naturalistes

Gymnostomus (*Gymnostomus*) *macrolepis* Blkr, Tab. VIII fig. 2.

Gymnost. corpore elongato compresso, altitudine 5 circ. in ejus longitudine absque-, $6\frac{2}{5}$ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $1\frac{3}{4}$ circ. in ejus altitudine; capite obtusiusculo convexo $4\frac{2}{3}$ circ. in longitudine corporis absque-, 6 fere in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{2}{5}$ circ., latitudine capitis 2 fere in ejus longitudine; linea rostro-occipitali convexa; oculis diametro 4 fere in longitudine capitis, diametro $1\frac{2}{3}$ circ. in capitis parte postoculari, plus diametro 1 distantibus; linea interoculari convexa; rostro obtuso convexo, paulo ante os prominente,

oculo paulo longiore; naribus ante oculi partem superiorem perforatis; osse suborbitali 1° orbitam attingente, pentagono, apice sursum spectante; osse suborbitali 2° triangulari apice postrorsum spectante; osse suborbitali 3° triplo circiter longiore quam lato margine inferiore convexo; maxilla superiore verticaliter deorsum mediocriter protractili acie tenui, vix ante oculum desinente, $3\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis; maxilla inferiore maxilla superiore breviore, plana, symphysi non hamata acie obtusa cartilagineo-carnosa, ramis ore clauso post symphysin distantibus; rictu ore clauso semilunari ore aperto quadrangulari; labiis tenuibus, inferiore brevissimo; operculo laevi multo minus duplo altiore quam lato margine inferiore rectiusculo; apertura branchiali sub praeoperculi margine posteriore desinente; dentibus pharyngealibus triseriatis subuncinato-contusoriis 2.2.4/4.2.2; osse scapulari obtuse rotundato; squamis parte libera longitudinaliter striatis, 50 circ. in linea laterali, 14 vel 15 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 8 lineam lateralem inter et pinnam dorsalem, 22 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; squamis regione gulo-ventrali inferne parvis multiseriatis; linea laterali rectiuscula per media latera decurrente, singulis squamis tubulo simplice notata; dorso humili carnoso; ventre inferne plano; cauda parte libera multo longiore quam postice alta; pinna dorsali basi pinnae caudalis magis quam apici rostri approximata, medio ventralibus opposita, basi alepidota, corpore altiore, multo minus duplo altiore quam basi longa, acuta, emarginata, radio simplice 3° cartilagineo gracili capite non vel vix longiore; pinnis pectoralibus subhorizontaliter insertis, acutis, capite vix brevioribus, ventrales non attingentibus; ventralibus acutis pectoralibus paulo brevioribus analem non attingentibus; anali mox post anum incipiente, basi alepidota, dorsali multo breviore sed vix humiliore, plus duplo altiore quam basi longa acuta, non emarginata, radio simplice 3° gracili; caudali valde profunde incisa lobis acutis $4\frac{1}{2}$ circiter in longitudine totius corporis; colore corpore superne coerulescente-viridi, inferne argenteo; dorso lateribusque singulis squamis basi vittula semilunari violascente; iride flavescente; pinnis roseis vel flavescentibus.

B. 3. D. 3/8 vel 3/9. P. 1/16 vel 1/17. V. 2/9. A. 3/5 vel 3/6. C. 6/17/6 lat. brev. incl.

Hab. Yang-tse-kiang flum.?

Longitudo speciminis descripti 189'''.

Rem. L'espèce actuelle est suffisamment caractérisée par les formules de l'écaillure, par l'absence de barbillons, par l'insertion des rayons simples de la dorsale en avant des ventrales, etc.

Rhodeus ocellatus Günth., Cat. Fish. VII p. 280; Tab. VI fig. 3.

Rhod. corpore oblongo compresso, altitudine $2\frac{1}{4}$ circ. in ejus longitudine absque-, $2\frac{4}{5}$ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $3\frac{1}{2}$ circ. in ejus altitudine; capite obtuso 4 fere in longitudine corporis absque-, $4\frac{3}{4}$ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1 et paulo, latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis diametro 3 circ. in longitudine capitis, diametro 1 et paulo in capitis parte postoculari, diametro 1 circ. distantibus, membrana palpebrali iridis marginem externum tantum tegente; linea rostro-dorsali rostro et nucha convexa, rostrum inter et nucham rectiuscula; linea interoculari convexa; naribus ante oculi partem superiorem perforatis, posterioribus anterioribus majoribus valvula claudendis; rostro obtuso convexo oculo breviore non ante os prominente, superne verruculoso; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante angulis anteriore et posteriore rotundatis; osse suborbitali 2° gracili plus duplo longiore quam lato; osse suborbitali 3° osse suborbitali 2° multo latiore margine inferiore valde convexo; maxilla superiore vix ante maxillam inferiorem prominente, oblique antrorsum protractili, ante oculum desinente, 4 circ. in longitudine capitis; maxilla inferiore cochleariformi symphysi tuberculo nullo; rictu parvo obliquo; cirris nullis; labiis mediocribus; sulco infralabiali symphysin subattingente; operculo laevi minus duplo altiore quam longo margine inferiore convexiusculo; apertura branchiali usque sub oculo producta; dentibus pharyngealibus uniseriatis 5/5, compressis, leviter uncinatis, margine interno pluricrenulatis; osse scapulari obtuse rotundato; squamis trunco postice parte libera multo altioribus quam latis subradiatim striatis, 33 vel 34 in serie longitudinali aperturam branchialem inter et pinnam caudalem, 11 vel 12 in serie transversali dorsalem inter et ventralem, 12 vel 13 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali squamis 3 vel 4 anterioribus tantum conspicua; ano medio circ. ventrales inter et analem perforato; pinna dorsali basi caudalis duplo circ. magis quam apici rostri approximata, radio postico radio anali medio circ. opposito, radiis simplicibus medio circ. apicem rostri inter et basin pinnae caudalis insertis, basi 3,

circiter in longitudine corporis absque pinna caudali, minus duplo longiore quam alta, corpore plus duplo humiliore, antice quam postice duplo fere altiore, acutiuscula, non vel vix emarginata, radio simplice 3° gracili cartilagineo capite breviore; pinnis pectoralibus acutis capite brevioribus, ventrales attingentibus; ventralibus paulo ante pinnam dorsalem insertis pectoralibus brevioribus, analem subattingentibus; anali sub medio dorsalis circ. incipiente, dorsali non vel vix breviore et paulo humiliore, paulo longiore quam antice alta, acuta, leviter emarginata, radio simplice 3° gracili cartilagineo; caudali profunde incisa lobis acutiusculis 5 circ. in longitudine totius corporis; colore corpore superne olivaceo, inferne argenteo; iride flavescente; squamis dorso lateribusque singulis basi macula oblonga transversa fusca; cauda media longitudine vitta coerulea subcutanea; pinnis roseis vel flavescentibus; dorsali fusco variegata.

B. 3. D. 3/11 vel 3/12. P. 1/11 vel 1/12. V. 2/6 vel 2/7. A. 3/10 vel 3/11. C. 5/17/5 lat. brev. incl.

Syn. *Pseudoperilampus ? ocellatus* Kner, Reise Novara Fisch. p. 365, tab. 15 fig. 6.

Hab. Yang-tse-kiang flum. ?

Longitudo speciminis descripti 37‴.

Rem. Le petit individu que j'ai devant moi appartient sans aucun doute à l'espèce citée. Il se trouve dans un état parfait de conservation excepté seulement la dorsale et l'anale dont quelques rayons ont plus ou moins souffert. L'individu décrit et figuré par M. Kner est presque du double plus grand que celui du Musée de Paris.

M. Günther a rangé l'espèce parmi les Rhodeus, où cependant elle ne pourrait pas prendre place, d'après la diagnose du genre formulée par M. Günther lui-même, à cause de sa dentition (dents à bord denticulé). Le fait est, que les genres des groupes des Daniones et des Acheilognathini (les Rhodeina et les Danionina de M. Günther) seront à reconstruire, dès que leurs espèces, qui sont assez nombreuses, seront mieux connues.

Rhodeus sinensis Günth., Cat. Fish. VII p. 280.

Rhod. corpore oblongo compresso, altitudine $2\frac{2}{3}$ circ. in ejus longitudine absque-, $3\frac{1}{3}$ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{2}{3}$ circ. in ejus altitudine; capite obtusiusculo, 3^3 in longitudine corporis absque-,

$4\frac{3}{4}$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1 et paulo, latitudine capitis 2 fere in ejus longitudine; oculis diametro 3 et paulo in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{3}$ circ. in capitis parte postoculari, diametro 1 et paulo distantibus, membrana palpebrali iridis marginem externum tantum tegente; linea rostro-dorsali rostro et nucha convexa rostrum et nucham inter rectiuscula; linea interoculari convexa; naribus ante oculi partem superiorem perforatis posterioribus anterioribus majoribus valvula claudendis; rostro obtuso convexo oculo breviore, non ante os prominente, superne verruculoso; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante, angulis anteriore et posteriore rotundatis; osse suborbitali 2° gracili duplo fere longiore quam lato; osse suborbitali 3° osse suborbitali 2° triplo circ. latiore margine inferiore valde convexo; maxilla superiore vix ante maxillam inferiorem prominente, oblique antrorsum protractili, ante oculum desinente, $3\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis; maxilla inferiore cochleariformi symphysi tuberculo nullo; rictu parvo obliquo; cirris nullis; labiis mediocribus; sulco infralabiali symphysin subattingente; operculo laevi minus duplo altiore quam lato margine inferiore convexiusculo; apertura branchiali usque sub oculo producto; dentibus pharyngealibus uniseriatis 5/5 compressis leviter uncinatis, margine interno non conspicue crenulatis; osse scapulari obtuse rotundato; squamis parte libera radiatim striatis, lateribus 34 vel 35 in serie longitudinali, 9 vel 10 in serie transversali initium pinnae dorsalis inter et ventralem, 14 vel 15 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali squamis 3 vel 4 anterioribus tantum conspicua singulis squamis tubulo simplice notata; ano medio basin ventralium inter et analem perforato; pinna dorsali basi pinnae caudalis minus duplo magis quam apici rostri approximata, radio postico radio anali medio circ. opposita, radiis simplicibus medio circiter apicem rostri inter et basin pinnae caudalis insertis, basi plus quam 4 in longitudine corporis absque pinna caudali, paulo tantum longiore quam alta, corpore duplo circ. humiliore, antice quam postice multo minus duplo altiore, acutiuscula, non vel vix emarginata, radio simplice 3° basi osseo apice gracili flexili capite breviore; pinnis pectoralibus acutis capite brevioribus ventrales subattingentibus; ventralibus ante dorsalem insertis acutiusculis pectoralibus non vel vix brevioribus analem attingentibus; anali sub medio pinnae dorsalis incipiente dorsali non multo breviore et non multo humiliore, paulo longiore quam antice alta, acuta, non emarginata, radio 3° simplice toto fere osseo sed sat gracili; caudali profunde incisa lobis acutis

$4\frac{3}{4}$ circ. in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridi, inferne argenteo; iride flavescente; cauda media longitudine vitta profunde coerulea quasi subcutanea; pinnis roseis vel flavescentibus, dorsali et caudali sat dense fusco arenatis, anali inferne nigro marginata.

B. 3. D. 3/9 vel 3/10. P. 1/10? V. 2/7. A. 3/11 vel 3/12. C. 5/17/5 lat. brev. incl.

Hab. Yang-tse-kiang flum?

Longitudo 2 speciminum 41‴ et 48‴.

Rem. Les dents, dans cette espèce, ne sont pas denticulées comme dans le Rhodeus ocellatus. Comme M. Günther l'a dejà observé elle est fort voisine du Rhodeus amarus.

Parachilognathus imberbis Blkr., Tab. IV fig. 1.

Parachilogn. corpore oblongo compresso, altitudine $2\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine absque-, $3\frac{1}{4}$ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis 3 circ. in ejus altitudine; capite obtusiusculo 4 circ. in longitudine corporis absque-, $5\frac{1}{3}$ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1 et paulo-, latitudine capitis 2 fere in ejus longitudine; oculis diametro $2\frac{2}{3}$ circ. in longitudine capitis, diametro 1 et paulo in capitis parte postoculari, diametro 1 circiter distantibus, membrana palpebrali iridis marginem externum tantum tegente; linea rostro-dorsali rostro et nucha convexa, rostrum et nucham inter rectiuscula; linea interoculari convexa; naribus ante oculi partem superiorem perforatis, posterioribus anterioribus majoribus valvula claudendis; rostro obtuso convexo oculo breviore, non ante os prominente, superne verruculoso; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante, angulis anteriore et posteriore rotundatis; osse suborbitali 2° gracili plus duplo longiore quam lato; osse suborbitali 3° osse suborbitali 2° multo latiore plus duplo longiore quam lato margine inferiore convexo; maxilla superiore vix ante maxillam inferiorem prominente, oblique antrorsum sat protractili, ante oculum desinente, 4 fere in longitudine capitis; maxilla inferiore cochleariformi symphysi tuberculo nullo; rictu parvo obliquo; cirris nullis; labiis mediocribus; sulco infralabiali symphysin attingente; operculo laevi duplo fere altiore quam lato margine inferiore convexo; apertura branchiali usque sub oculo producta; dentibus pharyngealibus uniseriatis 5/5

compressis leviter uncinatis, margine interno pluricrenulatis; osse scapulari obtuse rotundato; squamis parte libera longitudinaliter striatis, 35 circ. in linea laterali, 11 circ. in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 6 circ. dorsalem inter et lineam lateralem, 14 vel 15 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali vix curvata ventralibus paulo magis quam dorsalis initio approximata, singulis squamis tubulo simplice notata; ano medio pinnas ventrales inter et analem perforato; pinna dorsali basi caudalis paulo plus duplo magis quam apici rostri approximata, radio postico radiis analibus subposticis opposita, radiis simplicibus medio circiter apicem rostri inter et basin caudalis insertis, basi 3 et paulo in longitudine corporis absque pinna caudali, multo minus duplo longiore quam alta, corpore duplo fere humiliore, antice quam postice duplo circiter altiore, acutiuscula, non vel vix emarginata, radio simplice 3° gracili capite paulo breviore; pinnis pectoralibus acutis, capite paulo brevioribus, ventrales attingentibus; ventralibus paulo ante dorsalem insertis, acutis, pectoralibus paulo brevioribus, analem attingentibus; anali sub medio pinnae dorsalis incipiente, capite breviore, dorsali multo breviore sed vix humiliore, aeque alta circ. ac basi longa, acuta, emarginata, radio simplice 3° gracili, radio dorsali simplice 3° vix breviore; caudali profunde incisa lobis acutis 4 circ. in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridi, inferne albido; iride flavescente; pinnis roseis vel flavescentibus, dorsali et anali radiis fusco variegatis, caudali fusco arenata; cauda media longitudine vitta subcutanea coerulea.

B. 3. D. 3/13 vel 3/14. P. 1/13. V. 2/7. A. 3/10 vel 3/11. C. 6/17/6 lat. brev. incl.

Syn. *Achilognathus imberbis* Günth., Cat. Fish. VII p. 278?

Hab. Yang-tse-kiang fl.?

Longitudo speciminis descripti 70‴.

Rem. L'individu que j'ai sous les yeux va assez bien à la description de l'Achilognathus imberbis de M. Günther. Il se pourrait bien que les petites différences, par rapport à la formule des nageoires (selon M. Günther D. 12. A. 12) et aux proportions de la hauteur du corps, des yeux, etc. soient à attribuer à des nuances individuelles ou de sexe.

Acanthorhodeus Blkr.

Corpus oblongum valde compressum squamis magnis vestitum. Caput obtusum ore antico, maxillis brevibus, labiis gracilibus, cirris supramaxillaribus rudimentariis vel nullis. Os suborbitale anterius pentagonum apice sursum spectans. Apertura branchialis usque sub oculo producta. Pinnae dorsalis et analis elongatae spina ossea laevi armatae, analis vix post dorsalem producta. Linea lateralis rectiuscula. Dentes pharyngeales uniseriati uncinati serrati.

Rem. Le genre Acanthorhodeus, voisin des genres Rhodeus, Achilognathus, Parachilognathus et Pseudoperilampus, se distingue par la dorsale et par l'anale, qui sont armeés d'une épine lisse assez forte. Par ses écailles il est voisin des Rhodeus, des Achilognathus et des Parachilognathus, mais dans aucune des espèces de ces genres ni la dorsale ni l'anale ont pris un tel développement. Les formules de la dorsale et de l'anale sont dans les Achilognathus D. 11 à 12 et A. 11 à 13; dans les Parachilognathus D. 15 à 16 et A. 12 à 13; et dans les Rhodeus entre D. 12 à 14 et A. 12 à 14, tandis qu'elles varient, dans les espèces d'Acanthorhodeus entre D. 17 à 21 et A. 15 à 16.

Le Pseudoperilampus approche, par le nombre des rayons, le plus de l'Acanthorhodeus bien que la formule ne soit que de D. 14 et A. 14, mais il en diffère bien autrement par sa tête pointue et par ses petites écailles, dont on compte environ 65 sur une rangée longitudinale.

Je trouve, dans l'envoi de M. Dabry, trois espèces du genre actuel qui se distinguent, entre autres, par les caractères suivants.

I. D. 3/17 ou 3/18. Deux barbillons.

a. Hauteur du corps $2\frac{1}{2}$ fois-, tête 5 fois dans la longueur du corps sans la caudale. Ecailles au nombre de 35 sur une rangée longitudinale. A. 3/12 ou 3/13.

Acanthorhodeus macropterus Blkr.

b. Hauteur du corps 2 fois-, tête $4\frac{1}{2}$ fois dans la longueur du corps sans la caudale. Ecailles au nombre de 38 à 40 dans la ligne latérale. A. 3/13 ou 3/14.

Acanthorhodeus Guichenoti Blkr.

II. D. 3/14 ou 3/15. Point de barbillons.

a. Hauteur du corps $1\frac{3}{4}$ fois-, tête 4 fois dans la longueur du corps sans la caudale. Ecailles au nombre de 30 dans la ligne latérale. A. 3/12 ou 3/13.

Acanthorhodeus hypselonotus Blkr.

Acanthorhodeus macropterus Blkr, Tab. II fig. 2.

Acanthorhod. corpore oblongo compresso, altitudine $2\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine absque-, 3 et paulo in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis 3 et paulo in ejus altitudine; capite obtusiusculo 5 fere in longitudine corporis absque-, 6 et paulo in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis vix plus quam 1-, latitudine capitis $1\frac{3}{4}$ circ. in ejus longitudine; oculis diametro 3 circ. in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{3}$ ad $1\frac{1}{4}$ in capitis parte postoculari, plus diametro 1 distantibus; linea rostro-dorsali rostro et nucha convexa, rostrum et nucham inter concaviuscula; linea interoculari convexa; naribus ante oculi partem superiorem perforatis, posterioribus anterioribus majoribus valvula subclaudendis; rostro obtuso convexo, apice ante oculi partem inferiorem sito, oculo breviore, non ante os prominente, antice superne verruculoso; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante, angulis anteriore et posteriore rotundatis; osse suborbitali 2° quadrangulari duplo circ. longiore quam lato; osse suborbitali 3° osse suborbitali 2° multo latiore minus duplo longiore quam lato margine inferiore valde convexo; maxilla superiore vix ante maxillam inferiorem prominente, mediocriter oblique antrorsum protractili, ante oculum desinente, 4 fere in longitudine capitis; maxilla inferiore cochleariformi symphysi tuberculo nullo; rictu parvo obliquo; cirro supramaxillari brevi parum conspicuo; labiis mediocribus; sulco infralabiali symphysin attingente; operculo laevi duplo fere altiore quam lato margine inferiore convexo; dentibus pharyngealibus uniseriatis 5/5 compressis leviter uncinatis margine interno pluricrenulatis; osse scapulari obtuse rotundato; dorso elevato angulato; cauda parte libera paulo longiore quam alta; squamis lateribus 35 circ. in serie

longitudinali, 13 circ. in serie transversali spinam dorsalem inter et pinnam ventralem, 15 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali..? ano medio pinnas ventrales inter et analem perforato; pinna dorsali basi caudalis triplo magis quam apici rostri approximata, radio postico radiis analibus subposticis opposito, spinis medio circiter apicem rostri inter et basin caudalis insertis, basi $2\frac{2}{3}$ ad $2\frac{3}{4}$ in longitudine corporis absque pinna caudali, duplo circiter longiore quam alta, corpore duplo circiter humiliore, antice quam postice duplo circiter altiore, obtusa, non vel vix emarginata, spina 1ª vix conspicua, spina 2ª gracili spina 3ª minus duplo breviore, spina 3ª ossea valida capite absque rostro non vel vix breviore; pinnis pectoralibus acutis capite absque rostro non vel vix brevioribus ventrales non attingentibus; ventralibus paulo ante dorsalem insertis, acutiusculis, pectoralibus non brevioribus, analem fere attingentibus; anali sub medio pinnae dorsalis incipiente, capite longiore, dorsali non vel vix humiliore, sat multo longiore quam antice alta, acuta, vix emarginata, spina 1ª minima, spina 2ª gracili spina 3ª non valde multo breviore, spina 3ª ossea valida spina dorsali 3ª non breviore; pinna caudali lobis acutis $4\frac{2}{3}$ ad $4\frac{3}{4}$ in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridescente, inferne argenteo; iride flavescente; pinnis roseis, dorsali et anali radiis fuscescente variegatis.

B. 3. D. 3/17 vel 3/18. P. 1/13. V. 2/7. A. 3/12 vel 3/13. C. 1/17/1 absque lat. brev.

Hab. Yang-tse-kiang flum.?

Longitudo speciminis descripti 128‴.

Rem. Des trois espèces d'Acanthorhodeus, envoyées de Chine par M. Dabry, le macropterus a le corps le plus allongé, le profil le moins courbé et la ligne rostro-nuchale le moins concave. L'unique individu qui est à ma disposition, a perdu toutes ses écailles mais on peut fort bien les compter par les vestiges. Je ne puis plus rien voir de la ligne latérale, mais les autres espèces l'ayant bien marquée et complète, il est probable qu'elle se trouve, dans le macropterus, tracée de la même manière.

Acanthorhodeus Guichenoti Blkr, Tab. XIII fig. 2.

Acanthorhod. corpore oblongo compresso, altitudine 2 circ. in ejus longitudine absque-, $2\frac{3}{5}$ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine

corporis $3\frac{3}{4}$ circ. in ejus altitudine; capite acutiusculo $4\frac{1}{2}$ circ. in longitudine corporis absque-, $5\frac{1}{2}$ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1 et paulo-, latitudine capitis 2 fere in ejus longitudine; oculis diametro $5\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{2}$ circ. in capitis parte postoculari, diametro $1\frac{1}{4}$ circ. distantibus; linea rostro-dorsali rostrum inter et nucham concava; linea interoculari convexa; naribus ante oculi partem superiorem perforatis, posterioribus anterioribus majoribus valvula claudendis; rostro convexiusculo apice ante medium oculum sito, oculo non breviore, non ante os prominente, superne verruculoso; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante angulis anteriore et posteriore rotundatis; osse suborbitali 2° quadrangulari, minus duplo longiore quam lato; osse suborbitali 3° osse suborbitali 2° multo latiore, duplo circ. longiore quam lato margine inferiore valde convexo; maxilla superiore vix ante maxillam inferiorem prominente, mediocriter deorsum protractili, ante oculum desinente, 4 fere in longitudine capitis; maxilla inferiore cochleariformi symphysi tuberculo nullo; rictu parvo obliquo; cirro supramaxillari brevi parum conspicuo; labiis mediocribus; sulco infralabiali symphysin attingente; operculo laevi duplo fere altiore quam lato, margine inferiore convexo; dentibus pharyngealibus uniseriatis 5/5 compressis leviter uncinatis margine interno pluricrenulatis; osse scapulari obtuse rotundato; dorso valde elevato subangulato; cauda parte libera paulo longiore quam alta; squamis parte libera radiatim striatis striis parum conspicuis; squamis 38 ad 40 in linea laterali, 13 vel 14 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem, 15 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali parum curvata, pinnae ventrali conspicue magis quam dorsali approximata, singulis squamis tubulo simplice notata; ano medio pinnas ventrales inter et analem perforata; pinna dorsali basi caudalis triplo magis quam apici rostri approximata, radio postico radiis analibus subposticis opposito, spinis medio circ. apicem rostri inter et basin caudalis insertis, basi $2\frac{2}{3}$ circ. in longitudine corporis absque pinna caudali, duplo fere longiore quam alta, corpore duplo circiter humiliore, antice quam postice minus duplo altiore, obtusa, convexa, spina 1ª vix conspicua, spina 2ª gracili spina 3ª minus duplo breviore, spina 3ª sat valida capite absque rostro vix breviore; pectoralibus acutis capite absque rostro non brevioribus ventrales non attingentibus; ventralibus paulo ante dorsalem insertis pectoralibus non brevioribus analem fere attingentibus; anali sub medio pinnae dorsalis incipiente, capite longiore, dorsali

vix humiliore, multo longiore quam antice alta, acuta, non vel vix emarginata, spina 1ª minima, spina 2ª gracili spina 3ª non valde multo breviore, spina 3ª valida spina dorsali 3ª non breviore; caudali lobis acutis, 5 circ. in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridescente, inferne argenteo; iride flavescente; pinnis roseis dorsali et anali radiis fuscescente variegatis.

B. 3. D. 3/17 vel 3/18. P. 1/12. V. 2/7. A. 3/13 vel 3/14. C. 1/13/1 et lat. brev.

Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).

Longitudo speciminis descripti 138‴.

Rem. L'unique individu qui m'a été envoyé de Paris portait l'étiquette, Perilampus ocellatus Kner. Il est cependant d'une espèce fort distincte, un vrai Acanthorhodeus, qui a de commun avec l'Acanthorhodeus macropterus une dorsale à 17 ou 18 rayons divisés, mais qui s'en distingue par son dos beaucoup plus élevé, par son profil qui est beaucoup plus concave, par des proportions différentes de la hauteur du corps et de la longueur de la tête, par les écailles qui sont plus nombreuses, par l'anale qui est soutenue par un rayon de plus, etc.

Acanthorhodeus hypselonotus Blkr, Tab. XI, fig. 2.

Acanthorhod. corpore oblongo compresso, altitudine $1\frac{3}{4}$ circ. in ejus longitudine absque-, $2\frac{1}{3}$ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $4\frac{1}{2}$ circ. in ejus altitudine; capite obtusiusculo 4 circ. in longitudine corporis absque-, 5 et paulo in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1 et paulo-, latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis diametro 3 fere in longitudine capitis, diametro 1 et paulo in capitis parte postoculari, diametro 1 et paulo distantibus; linea rostro-dorsali rostrum et dorsum inter valde concava; linea interoculari convexa; naribus ante oculi partem superiorem perforatis posterioribus anterioribus majoribus valvula claudendis; rostro obtuso convexo, apice ante pupillae partem inferiorem sito, oculo breviore, non ante os prominente, verruculis conspicuis nullis; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante; osse suborbitali 2º quadrangulari plus duplo altiore quam lato; osse suborbitali 3º osse suborbitali 2º multo latiore duplo circ. longiore quam lato margine in-

feriore valde convexo; maxilla superiore vix ante maxillam inferiorem prominente, mediocriter deorsum protractili, ante oculum desinente, 4 circ. in longitudine capitis; maxilla inferiore cochleariformi symphysi tuberculo nullo; rictu parvo obliquo; cirris non conspicuis; labiis mediocribus; sulco infralabiali symphysin attingente; operculo laevi, duplo circ. altiore quam lato margine inferiore convexo; dentibus pharyngealibus uniseriatis 5 5 compressis leviter uncinatis margine interno pluricrenulatis; osse scapulari obtuse rotundato; dorso valde elevato angulato; cauda parte libera paulo longiore quam alta; squamis non conspicue striatis parte libera duplo circ. altioribus quam latis, 30 circ. in linea laterali, 13 in serie transversali dorsalem inter et ventralem quarum 7 dorsalem inter et lineam lateralem, 15 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali parum curvata, pinnae ventrali non multo magis quam spinae dorsali approximata, singulis squamis tubulo simplice notata; ano medio pinnas ventrales inter et analem perforato; pinna dorsali basi caudalis triplo magis quam apici rostri approximata, radio postico radiis analibus subposticis opposito, spinis medio circ. frontem inter et basin caudalis insertis, basi $2\frac{3}{4}$ circ. in longitudine corporis absque pinna caudali, minus duplo longiore quam alta, corpore sat multo plus duplo humiliore, antice quam postice duplo circ. altiore, obtusa, convexa, spina 1ª vix conspicua, spina 2ª gracili spina 3ª minus duplo breviore, spina 3ª sat valida capite absque rostro non breviore; pectoralibus acutis capite paulo brevioribus ventrales attingentibus; ventralibus paulo ante dorsalem insertis pectoralibus non brevioribus, acutis, analem attingentibus; anali paulo ante medium dorsalis incipiente, capite longiore, dorsali humiliore, multo longiore quam antice alta, acuta, leviter emarginata, spina 1ª minima, spina 2ª gracili spina 3ª minus duplo breviore, spina 3ª valida spina dorsi 3ª non vel vix breviore; caudali lobis acutis 4 et paulo in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridi, inferne argenteo; iride flavescente; pinnis flavis vel roseis, dorsali et anali radiis fuscescente variegatis, anali inferne nigro leviter marginata.

B. 3. D. 3/14 vel 3/15. P. 1/11 vel 1/12. V. 2/7. A. 3/12 vel 3/13. C. 1/17/1 et lat. brev.

Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).

Longitudo speciminis descripti 78‴.

Rem. Cette espèce est fort distincte des deux précédentes, tant par la

forme du corps que par les formules des nageoires et des écailles. Elle a le corps plus raccourci et le dos plus élevé, et je n'y compte que 30 écailles dans la ligne latérale et que 14 ou 15 rayons divisés à la dorsale. Je n'y puis pas trouver non plus des barbillons supramaxillaires.

Leuciscus aethiops Basil., Ichthyogr. Chin. boreal. Nouv. Mém. Soc. Nat. Mosc. X p. 233 tab. 6 fig. 1. Tab. XIV, fig. 1.

Leucisc. corpore subelongato compresso, altitudine 4 circiter in ejus longitudine absque-, 5 fere ad $4\frac{4}{5}$ in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $1\frac{2}{3}$ ad $1\frac{3}{4}$ in ejus altitudine; capite acuto depressiusculo 4 ad $4\frac{1}{5}$ in longitudine corporis absque-, 5 ad $5\frac{1}{4}$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{3}$ circiter-, latitudine capitis $1\frac{3}{4}$ ad $1\frac{2}{3}$ in ejus longitudine; linea rostro-nuchali declivi rectiuscula; linea interoculari convexa; oculis diametro $3\frac{1}{2}$ ad $4\frac{1}{2}$ in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{2}$ ad $2\frac{1}{4}$ in capitis parte postoculari, diametro 1 et paulo ad 2 distantibus; rostro acuto depresso oculo junioribus breviore, aetate provectis vix vel non longiore; naribus ante oculi partem superiorem perforatis, posterioribus anterioribus majoribus valvula claudendis; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante; ossibus suborbitalibus 2° et 3° gracilibus, plus triplo longioribus quam latis; maxilla superiore maxilla inferiore paulo longiore, oblique antrorsum mediocriter protractili, sub oculi margine anteriore desinente, $5\frac{1}{3}$ ad $5\frac{1}{2}$ in longitudine capitis; maxilla inferiore humili symphysi tuberculo nullo, ramis post symphysin divergentibus et postice convergentibus; labiis mediocribus; sulco infralabiali symphysin subattingente; operculo radiatim rugoso scabro, latitudine $1\frac{1}{3}$ ad $1\frac{1}{4}$ in ejus altitudine, margine inferiore rectiusculo vel concaviusculo; dentibus pharyngealibus ossibus validis latis insertis uniseriatis 4 5 vel 4 3 vel 5 2, molaribus, corona obtusa laevi planiuscula vel rotundata; osse scapulari obtuse rotundato; cauda parte libera non ad paulo longiore quam alta; ventre post pinnas ventrales non carinato; squamis parte libera et parte basali radiatim striatis, 42 in linea laterali, 11 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 6 dorsalem inter et lineam lateralem, 16 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali parum curvata ventrali paulo magis quam dorsali approximata, singulis squamis tubulo simplice notata; pinna dorsali basi caudalis multo magis quam apici rostri approximata, radio 1° basi

caudalis quam rostri apici paulo tantum propiore, corpore juvenilibus non aetate provectis non multo humiliore, multo sed multo minus duplo altiore quam basi longa, acuta vel obtusiuscula, non emarginata, radio simplice 3º gracili; pectoralibus capite absque rostro non vel vix brevioribus, acutiusculis vel obtusiusculis, ventrales non attingentibus; ventralibus radiis dorsalibus fissis anterioribus oppositis pectoralibus paulo brevioribus, acutiusculis vel obtusiusculis, analem non attingentibus; anali mox post anum incipiente, dorsali vix breviore et paulo humiliore, acuta, non emarginata; caudali lobis acutiusculis vel obtusiusculis $4\frac{3}{4}$ ad 5 in longitudine totius corporis; colore corpore superne violascente-olivaceo, basi squamarum profundiore, inferne flavescente vel albido; iride flavescente vel aurea; pinnis omnibus violascente-nigris.

B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/17. V. 2/8. A. 3/8 vel 3/9. C. 6/17/6 lat. brev. incl.

Syn. *Chanodichthys ? aethiops* Blkr, Ichth. Arch. Ind. Prodr. II Cypr. p. 282.
Leuciscus dubius Blkr, Notic. Cyprin. Chin. Ned. Tijdschr. Dierk. II p. 19.

Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).

Longitudo 4 speciminum 115‴ ad 330‴.

Rem. Cette espèce n'était connue jusqu'ici que par la description et par la figure qu'en a publiées M. Basilewski. Cette description est fort insuffisante, mais la figure fait assez bien reconnaître l'espèce, bien qu'elle représente la tête trop petite, le corps un peu trop élevé, les écailles un peu trop nombreuses, les yeux trop petits, etc. L'espèce est fort voisine, dans son port et dans la pluralité de ses caractères, du Leuciscus idellus, mais elle s'en fait distinguer aisément par la tête qui est beaucoup moins large et par les nageoires qui toutes sont noires. Le principal caractère par lequel l'aethiops se distingue se trouve dans la dentition, dans les fortes molaires unisériales implantées sur des os très-forts et très-larges, caractère auquel on ne manquera pas dans l'avenir d'attribuer une valeur plus que spécifique.

Les individus de cette espèce m'ont été envoyés sous le nom de Leuciscus dubius Blkr. M. Guichenot a fait cette détermination en les comparant à l'individu, ayant fait partie d'un envoi antérieur du Muséum d'Histoire naturelle du Jardin des Plantes et que j'ai indiqué en 1864, dans le mémoire cité, sans en donner une description, vu son mauvais état de conservation. Je suis bien certain maintenant qu'il ne s'agit ici que d'une espèce établie déjà par M. Basilewski.

Leuciscus idellus Val., Hist. nat. Poiss. XVII p. 270; Richards., Rep. Ichth. Chin. Rep. 15 meet. Brit. assoc. p. 297. Tab. X, fig. 2.

Leucisc. corpore subelongato compresso, altitudine 4 circ. in ejus longitudine absque-, 5 fere in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $1\frac{2}{3}$ circ. in ejus altitudine; capite acuto depresso 4 circ. in longitudine corporis absque-, 5 circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine et latitudine capitis $1\frac{3}{5}$ circ. in ejus longitudine; linea rostro-nuchali declivi rectiuscula; linea interoculari convexa; oculis diametro $4\frac{3}{4}$ circ. in longitudine capitis, diametro $2\frac{1}{2}$ circ. in capitis parte postoculari, diametris $2\frac{2}{3}$ circ. distantibus; rostro acuto depresso, oculo paulo longiore, apice ante medium oculum sito; naribus facie rostri superiore perforatis sursum spectantibus posterioribus anterioribus majoribus valvula claudendis; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante; ossibus suborbitalibus 2° et 3° gracilibus plus triplo longioribus quam latis; maxilla superiore maxilla inferiore paulo longiore, oblique antrorsum mediocriter protractili, paulo ante oculum desinente, $3\frac{3}{4}$ circ. in longitudine capitis; maxilla inferiore humili, symphysi tuberculo nullo, ramis post symphysin distantibus parallelis; labiis mediocribus; sulco infralabiali symphysin subattingente; operculo subradiatim striato, latitudine $1\frac{1}{4}$ circ. in ejus altitudine, margine inferiore convexiusculo; dentibus pharyngealibus biseriatis 1.4 4.2 vel 1.4 4.1 compressis apice curvatis facie masticatoria utroque latere pluricrenulata sulco medio lineari; osse scapulari obtuse rotundato; cauda parte libera aeque alta circ. ac longa; squamis parte libera et parte basali subradiatim striatis, 40 circ. in linea laterali, 15 in serie transversali dorsalem inter et ventralem quarum 7 dorsalem inter et lineam lateralem, 18 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali parum curvata ventrali paulo magis quam dorsali approximata, singulis squamis tubulo simplice notata; ventre post pinnas ventrales non carinato; pinna dorsali basi caudalis multo magis quam apici rostri approximata, radio 1° medio circiter basin caudalis inter et oculum inserta, corpore multo humiliore, multo minus duplo altiore quam basi longa, acuta, convexiuscula, radio simplice 3° gracili; pinnis pectoralibus acutiusculis capitis parte postoculari vix longioribus; ventralibus radiis dorsalis fissis anterioribus oppositis, capitis parte postoculari vix longioribus, obtusiusculis, analem non attingentibus; anali mox post anum incipiente dorsali paulo breviore et humiliore, acuta, non emarginata; pinna caudali lobis

acutiusculis 5 circ. in longitudine totius corporis; colore corpore superne profunde olivaceo, inferne argenteo; squamis dorso lateribusque singulis basi vittula transversa subsemilunari fusca; iride flavescente-aurea; pinnis roseis vel aurantiacis, imparibus fusco dense arenatis.

B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/20. V. 2/8. A. 3/8 vel 3/9. C. 8/17/8 lat. brev. incl.

Syn. *Cyprinus cantonensis* Osb. Itin. p. 155, Bl. Schn., Syst. posth. p. 447?
Able idelle Val., Hist. nat. Poiss. XVII p. 270.
Leuciscus tschiliensis Basil., Ichth. Chin. bor. Nouv. Mém. Soc. Nat. Mosc. X p. 233.
Rasbora? tschiliensis Blkr., Ichth. Arch. Ind. Prodr. II Cypr. p. 286.
Ctenopharyngodon laticeps Steind., Ichth. Mittheil. IX, Verh. zool.-bot. Ges. Wien 1866 p. 782 tab. 18 fig. 1-5.
Ctenopharyngodon idellus Günth., Cat. Fish. VII p. 261.
Leuciscus Mertensii Guich., Mus. Paris.

Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).

Longitudo speciminis descripti 250'''.

Rem. Si l'on adopte le genre Leuciscus dans le sens Güntherien, l'espèce actuelle ne s'en laisse point séparer. Elle en a tous les caractères. M. Steindachner l'a érigée en genre distinct sous le nom de Ctenopharyngodon, à cause de la surface dentelée ou crénelée des dents pharyngiennes, caractère cependant qu'on retrouve dans le Leuciscus erythrophthalmus et dans d'autres espèces des genres Scardinius, Leucos et Squalius de quelques auteurs, et qui ne semble point justifier, à lui seul, l'établissement d'un genre distinct. L'idellus me paraît assez voisin du Leuciscus cephalus Flem. (Squalius dobula Heck. Kner).

Je trouve, parmi les poissons envoyés par M. Dabry, un second individu de l'idellus, plus petit que celui sur lequel la description a été prise, mais qui est si mal conservé qu'on n'y saurait presque pas reconnaître l'espèce que par la largeur du front et par la dentition.

Squaliobarbus curriculus Günth., Cat. Fish. VII p. 297. Tab. XIII fig. 3.

Squaliob. corpore elongato compresso dorso valde carnoso humili, altitudine $4\frac{3}{4}$ ad 4 et paulo in ejus longitudine absque-, $5\frac{1}{5}$ ad 5 et paulo in ejus

longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $1\frac{3}{5}$ ad $1\frac{4}{5}$ in ejus altitudine; capite acutiusculo 5 circ. in longitudine corporis absque-, 6 ad 6 et paulo in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{3}{5}$ ad $1\frac{1}{2}$-, latitudine capitis $1\frac{3}{5}$ circiter in ejus longitudine; linea rostro-nuchali declivi rectiuscula rostro tantum convexiuscula; oculis diametro $4\frac{2}{5}$ ad $4\frac{1}{2}$ in longitudine capitis, diametro $2\frac{1}{3}$ circ. in capitis parte postoculari, diametris 2 circ. distantibus; rostro convexiusculo oculo vix longiore, apice ante medium oculum desinente; naribus ante oculi partem superiorem perforatis, posterioribus anterioribus multo majoribus; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante; ossibus suborbitalibus 2° et 3° duplo circ. longioribus quam latis, 3° quam 2° multo latiore margine inferiore valde convexo; osse postorbitali oculi diametro non multo graciliore; cirris minimis parum conspicuis, rostralibus interdum deficientibus; maxilla superiore verticaliter deorsum mediocriter protractili, vix ante oculum desinente, $3\frac{2}{5}$ circ. in longitudine capitis; maxilla inferiore maxilla superiore breviore humili depressa non curvata, symphysi tuberculo nullo, ramis post symphysin valde distantibus; labiis gracilibus; sulco infralabiali symphysin fere attingente; operculo vix vel leviter subradiatim rugoso, latitudine $1\frac{1}{3}$ circ. in ejus altitudine, margine inferiore rectiusculo; apertura branchiali sub praeoperculi parte posteriore desinente; dentibus pharyngealibus triseriatis 2.3.5/4.3.2 vel 2.4.5/4.4.2, vel 2.3.4/4.3.2 compressis subuncinatis facie masticatoria plâniusculâ oblongâ; peritoneo nigro; vesica natatoria bipartita; squamis parte libera subradiatim striatis, 44 vel 45 in linea laterali, 10 in serie transversali dorsalem inter et ventralem quarum 7 ($6\frac{1}{2}$) dorsalem inter et lineam lateralem, 15 vel 16 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali sat curvata, ventrali multo magis quam dorsali approximata, singulis squamis tubulo simplice notata; cauda parte libera non multo longiore quam postice alta; pinna dorsali radio 1° medio circiter apicem rostri inter et basin pinnae caudalis inserta et basi ventralis oppositâ; pinna dorsali corpore multo humiliore, sat multo altiore quam basi longa, acuta, leviter vel non emarginata; pinnis pectoralibus acutis capite paulo brevioribus longe ante ventrales desinentibus; ventralibus obtusiusculis pectoralibus brevioribus longe ante analem desinentibus; anali mox post anum incipiente, dorsali breviore et humiliore, acuta, vix emarginata; caudali lobis acutis 5 ad $5\frac{1}{2}$ in longitudine totius corporis; colore corpore superne olivaceo, inferne argenteo; iride rubra vel flava; squamis dorso lateribusque singulis basi macula

oblonga transversa fusca vel nigricante; pinnis roseis vel flavescentibus, fusco plus minusve arenatis.

B. 5. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/14 vel 1/15 vel 1/16. V. 2/8. A. 3/7 vel 3/8. C. 5/17/5 lat. brev. incl.

Syn. *Leuciscus curriculus* Rich., Report ichth. China in Rep. 15h meet. Brit Assoc. p. 299?

Leuciscus teretiusculus Bas., Ichth. Chin. bor. Nouv. Mem. Soc. Nat. Mosc. X p. 232, Tab. 4 fig. 1.

Rasbora curricula Blkr, Ichth. Arch. Ind. Prodr. II Cypr. p. 286.

Rasbora teretiuscula Blkr, ibid., Notic. Cyprin. Chine, Ned. T. Dierk. II p. 26.

Sarcocheilichthys teretiusculus Kner, Zool. Novara, Fisch. p. 356.

Hab. Ning-po (Simon); Yang-tse-kiang flum. (Dabry); Kiu-kiang lac. (David).

Longitudo 2 speciminum 318''' et 404'''.

Rem. L'individu de 404''' est originaire de Ning-po, celui de 318''' du Yang-tse-kiang. L'envoi du Muséum de Paris contient en outre cinq individus d'une longueur de 150''' à 170''', pêchés dans le lac Kiu-kiang, mais très-mal conservés.

L'espèce est voisine des Rasbora, genre auquel j'ai cru autrefois devoir la rapporter. M. Günther depuis l'a érigée en genre distinct et c'est en effet un type distinct du Rasbora, tant par l'écaillure, que par la forme du museau et de la mâchoire inférieure, par l'insertion de la dorsale au dessus des ventrales, etc. Dans l'individu de Ning-po, je trouve tous les barbillons, mais dans celui du Yang-tse-kiang ceux du museau manquent absolument. Ceux du lac Kiu-kiang sont trop mal conservés pour qu'on puisse constater leur absence ou leur présence. Les barbillons n'étant que rudimentaires et point constants, ne sont ici que d'une valeur diagnostique secondaire.

Luciobrama Blkr.

Corpus valde elongatum compressum microlepidotum. Caput valde elongatum, acutum. Rictus magnus obliquus. Maxilla inferior prominens. Labia simplicia. Cirri nulli. Venter antice planus non carinatus, squamosus. Linea lateralis parum curvata. Pinna dorsalis ventrales inter et analem sita,

brevis, anacantha. Pinna analis brevis. Apertura branchialis ampla. Dentes pharyngeales uniseriati aciculares laeves 4/4. Vesica natatoria biloba.

Rem. Le genre Luciobrama présente, dans le grand groupe des Leuciscini, un type des plus remarquables par l'allongement extraordinaire de la tête et du tronc. Il est du reste voisin du genre Aspius, dont il se distingue cependant encore par la forme et par la formule des dents et par les fort-petites écailles.

Luciobrama typus Blkr., Tab. I fig. 2.

Luciobr. corpore valde elongato compresso, altitudine 7¼ circiter in ejus longitudine absque-, 8½ circiter in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis 2 fere in ejus altitudine; capite valde acuto 3 et paulo in longitudine corporis absque-, 4¼ circiter in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 3 fere-, latitudine capitis 4½ circiter in ejus longitudine; capite postice quam ad oculos duplo altiore; oculis postice in capitis tertia parte anteriore sitis, diametro 10 ad 11 in longitudine totius capitis, diametro 7 ad 7½ in capitis parte postoculari, diametro 1½ circ. distantibus, membrana palpebrali iridem minore parte tegente; linea rostro-occipitali convaviusculâ; nâribus ânte oculi marginem superiorem perforatis, posterioribus quàm ânterioribus multo majoribus; rostro àcuto, cum maxillâ superiore oculo duplo circiter longiore, apice ante oculi partem superiorem sito; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante; osse suborbitali 2° subtetragono longiore quam alto; osse suborbitali 3° elongato longiore quam alto postice acute producto; maxilla superiore vix protractili, sub oculi parte anteriore desinente, 4½ circ. in longitudine capitis; maxilla inferiore ore clauso valde ante maxillam superiorem prominente symphysi subhamata; labiis mediocribus; sulco infralabiali symphysin subattingente; rictu valde obliquo; praeoperculo obtuse rotundato limbo latissimo inferne transversim rugoso; operculo laevi latiore quam alto margine inferiore rectiusculo vel convexiusculo; apertura branchiali medio circiter oculum inter et operculi angulum posteriorem desinente; dentibus pharyngealibus ossibus valde gracilibus insertis uniseriatis acicularibus vix curvatis 4/4; osse scapulari inferne rectangulo; squamis plus quam 120 in linea laterali, 80 circiter in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali parum curvata

lineae ventrali paulo magis quam lineae dorsali approximata, singulis squamis tubulo simplice notata; dorso humili rectiusculo valde carnoso; ventre inferne antice plano postice carinato; cauda parte liberâ longiore quam postice alta; pinna dorsali basi pinnae caudalis plus duplo magis quam oculo approximata, medio circiter analem inter et ventrales sita, corpore vix humiliore, altiore quam basi longa, acuta, vix emarginata, radio 2° simplice gracili cartilagineo; pectoralibus capite absque rostro duplo circiter brevioribus, acutis; ventralibus pectoralibus non vel vix brevioribus, longe ante analem desinentibus; anali mox post anum incipiente, dorsali paulo longiore vel non altiore, acuta, leviter emarginata; caudali profunde incisa lobis (ex parte abruptis) 6? circ. in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridi, inferne argenteo, iride flavescente; pinnis flavescentibus vel roseis.
B. 3. D. 2/8 vel 2/9. P. 1/16. V. 1/9. A. 3/11 vel 3/12. C. 7/17/7 lat. brev. incl.
Hab. Yang-tse-kiang flum.?
Longitudo speciminis descripti 285‴ absque-, 330‴ circ. cum pinna caudali.

XENOCYPRIS Günth.

Corpus oblongum compressum squamis mediocribus vel parvis vestitum. Caput breve. Rictus parvus subhorizontalis. Maxilla inferior non prominens. Labia simplicia. Cirri nulli. Venter ante ventrales non carinatus. Pinna dorsalis brevis ventralibus opposita spina valida edentula armata. Linea lateralis parum curvata. Pinna analis longitudine dorsali subaequalis, pluriradiata. Apertura branchialis ampla. Dentes pharyngeales triseriati compressi 2.3.7 7.3.2 vel 2.3.7 6.3.2 vel 2.3.6 6.3.2. Vesica natatoria bipartita.

Rem. Le genre Xenocypris me paraît le plus voisin du genre Acanthobrama Heck., où cependant la dorsale est implantée en arrière des ventrales, et où l'anale est plus allongée et soutenue par un plus grand nombre de rayons. La formule des dents pharyngiennes, dans l'Acanthobrama, est en outre fort différente et = 5/5. Le nombre de 6 ou 7 dents dans l'une des rangées dans le genre actuel, est tout-à-fait caractéristique.

J'ai trouvé, dans les envois de Chine, quatre espèces de ce genre, qui se font aisément reconnaître par les caractères suivants.

1. Ecailles au nombre de 50 dans la ligne latérale. Hauteur du corps

4 fois dans sa longueur sans la caudale.

a. Tête $4\frac{1}{2}$ fois dans la longueur du corps sans la caudale. 8 rangées longitudinales d'écailles entre la dorsale et la ligne latérale.

Xenocypris macrolepis Blkr.

b. Tête 4 fois dans la longueur du corps sans la caudale. 7 rangées longitudinales d'écailles entre la dorsale et la ligne latérale.

Xenocypris tapeinosoma Blkr.

2. Ecailles au nombre de 65 dans la ligne latérale. Hauteur du corps $5\frac{2}{3}$ fois dans sa longueur sans la caudale. Tête 5 fois dans la longueur du corps sans la caudale. 10 ou 11 rangées longitudinales d'écailles entre la dorsale et la ligne latérale.

Xenocypris Davidi Blkr.

3. Ecailles au nombre de 76 dans la ligne latérale. Hauteur du corps $5\frac{1}{5}$ fois dans sa longueur sans la caudale. Tête 5 fois dans la longueur du corps sans la caudale. 15 rangées longitudinales d'écailles entre la dorsale et la ligne latérale.

Xenocypris microlepis Blkr.

Xenocypris macrolepis Blkr. Tab. V fig. 2.

Xenocypr. corpore oblongo compresso altitudine 4 circ. in ejus longitudine absque-, 5 circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{1}{4}$ circ. in ejus altitudine; capite acuto $4\frac{1}{2}$ circ. in longitudine corporis absque-, $5\frac{3}{4}$ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{3}$ circ.-, latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis subposteris diametro 3 et paulo in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{4}$ circ. in capitis parte postoculari, diametro 1 et paulo distantibus; lineis rostro-nuchali rectiuscula; linea interoculari convexa; rostro acutiusculo oculo breviore, apice ante medium oculum sito; naribus ante oculi partem superiorem perforatis, posterioribus

anterioribus multo majoribus; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante; osse suborbitali 2° longiore quam lato; osse suborbitali 3° quam 2° multo latiore margine inferiore convexo; maxilla superiore maxilla inferiore paulo longiore, gracili, verticaliter deorsum protractili, longe ante oculum desinente, 4 ad $4\frac{1}{2}$ in longitudine capitis; maxilla inferiore plana symphysi subhamata; labiis, superiore gracili, inferiore medioeri symphysin attingente; operculo laevi minus duplo altiore quam lato, margine inferiore convexiusculo; apertura branchiali sub praeoperculi parte posteriore desinente; dentibus pharyngealibus triseriatis 1.3.6.6.3.1 vel 2.3.6.6.3.2, serie longiore compressis acutis facie masticatoria lineari; osse scapulari triangulari acutiuscule rotundato; dorso angulato; ventre inferne plano nullibi carinato; squamis parte libera leviter subradiatim striatis, 50 circ. in linea laterali, 15 circ. in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 8 lineam lateralem inter et spinam dorsalem, 20 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali antice declivi porro rectiuscula, pinnae ventrali non valde multo magis quam dorsali approximata; pinna dorsali basi caudalis paulo magis quam apici rostri approximata, radiis fissis anterioribus ventralibus opposita, longe ante analem desinente, corpore paulo humiliore, minus duplo altiore quam basi longa, acuta, spina 1ª vix conspicua, spina 2ª gracili spina 3ª duplo circ. breviore, spina 3ª valida capite breviore; pinnis pectoralibns acutis capite paulo brevioribus sat longe ante ventrales desinentibus; ventralibus acutis, pectoralibus paulo brevioribus longe ante analem desinentibus; anali mox post anum incipiente, dorsali breviore, paulo breviore quam antice alta, acuta, emarginata; caudali lobis acutis $4\frac{2}{3}$ circ. in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridescente, inferne argenteo; iride flavescente; pinnis roseis vel flavescentibus.
B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/13. V. 2/8. A. 3/9 vel 3/10. C. 1/17/1 et lat. brevior.

Syn. *Leuciscus argenteus* Bas., Ichth. Chin. bor. N. Mém. Mosc. X p. 232?
Hab. Yang-tse-kiang flum.?
Longitudo speciminis descripti 148‴.

Rem. Cette espèce se fait aisément reconnaître par les huit rangées longitudinales d'écailles entre la ligne latérale et la nageoire dorsale. Fort voisine de l'espèce suivante, elle s'en distingue principalement par le caractère susdit, ainsi que par la tête qui est plus petite et relativement plus haute.

Xenocypris tapeinosoma Blkr, Tab. XI fig. 1.

Xenoc. corpore oblongo compresso altitudine 4 circ. in ejus longitudine absque-, 5 et paulo in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis 2 et paulo in ejus altitudine; capite acutiusculo 4 circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{2}$ circ.-, latitudine capitis 2 et paulo in ejus longitudine; oculis superis diametro 5 circ. in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{3}$ circ. in capitis parte postoculari, diametro 1 circ. distantibus; linea rostro-nuchali fronte et occipite declivi rectiuscula; linea interoculari convexa; rostro acutiusculo convexo oculo breviore apice ante pupillae partem inferiorem sito; naribus ante oculi partem superiorem perforatis posterioribus anterioribus majoribus; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante; osse suborbitali 2° gracili plus duplo longiore quam lato; osse suborbitali 3° quam 2° multo latiore margine inferiore convexo; maxilla superiore maxilla inferiore paulo longiore, gracili, verticaliter deorsum protractili, ante oculum desinente, 4 circ. in longitudine capitis; maxilla inferiore plana; labiis, superiore gracili, inferiore mediocri symphysin attingente; operculo laevi, latitudine $1\frac{1}{2}$ circ. in ejus altitudine, margine inferiore convexo; apertura branchiali sub praeoperculi parte posteriore desinente; dentibus pharyngealibus triseriatis 1.3.6 4.3.1 serie longiore compressis acutis facie masticatoria lineari; osse scapulari triangulari acutiuscule rotundato; dorso humili leviter angulato; ventre inferne plano nullibi carinato; squamis parte libera leviter subradiatim striatis, 50 circ. in linea laterali, 12 vel 13 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 7 lineam lateralem inter et spinam dorsalem, 20 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali antice declivi porro rectiuscula, ventrali non valde multo magis quam dorsali approximata; pinna dorsali basi caudalis paulo magis quam apici rostri approximata radiis fissis anterioribus ventralibus opposita, longe ante analem desinente, corpore paulo humillore, minus duplo altiore quam basi longa, acuta, non emarginata, spina 1ª rudimentaria, spina 2ª gracili, spina 3ª duplo breviore, spina 3ª medtocri capite paulo breviore; pinnis pectoralibus acutis capite brevioribus sat longe ante ventrales desinentibus; ventralibus acutis pectoralibus brevioribus longe ante analem desinentibus; anali mox post anum incipiente dorsali paulo breviore, paulo breviore quam antice alta, acuta, emarginata;

caudali lobis acutis 5 fere in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridi, inferne argenteo; iride flava; pinnis flavescentibus vel roseis.
B. 2. D. 2/7 vel 2/8. P. 1/13 vel 1/14. V. 2/8. A. 3/9 vel 3/10. C. 1/17/1 et lat. brev.
Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).
Longitudo speciminis descripti 115'''.

Rem. Cette espèce est fort voisine du Xenocypris macrolepis tant par les formes générales que par les écailles et par la formule des nageoires. Elle se distingue cependant essentiellement par la tête, qui est plus grande, et par un nombre moindre de rangées longitudinales d'écailles. La 3e épine dorsale est aussi plus faible, les yeux sont plus haut placés, etc.

Le Leuciscus jesella Val., établi sur un dessin chinois, pourrait bien être de l'espèce actuelle.

Xenocypris Davidi Blkr, Tab. VI fig. 4.

Xenocypr. corpore oblongo compresso, altitudine $2\frac{2}{3}$ circ. in ejus longitudine absque-, $4\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{3}{4}$ circ. in ejus altitudine; capite acuto 5 circ. in longitudine corporis absque-, $6\frac{1}{3}$ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; laltitudine capitis $1\frac{1}{2}$ circ.-, latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis subposteris diametro $5\frac{1}{3}$ ad $5\frac{1}{4}$ in longitudine capitis, diametro $1\frac{3}{5}$ circ. in capitis parte postoculari, diametro $1\frac{1}{4}$ circ. distantibus; linea rostro-dorsali rostro et dorso convexiuscula, rostrum inter et nucham rectiuscula; linea interoculari convexa; rostro acutiusculo, oculo breviore, apice ante medium oculum sito; naribus ante oculi partem superiorem perforatis, posterioribus quam anterioribus multo majoribus; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectants; osse suborbitali 2° longiore quam lato; osse suborbitali 3° quam 2° multo latiore margine inferiore convexo; maxilla superiore maxilla inferiore paulo longiore, gracili, verticaliter deorsum protractili, longe ante oculum desinente, $4\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis; maxilla inferiore plana acie acuta symphysi subhamata; labiis, superiore gracili, inferiore mediocri symphysin attingente; operculo laevi, minus duplo altiore quam lato, margine inferiore convexo; apertura branchiali sub praeoperculi parte posteriore desinente; dentibus pharyngealibus triseriatis 2.5.7 7.5.2, gracilibus compressis acutis

facie masticatoria lineari; osse scapulari triangulari acutiuscule rotundato; dorso elevato angulato; ventre inferne plano nullibi carinato; squamis parte libera radiatim striatis, 65 circ. in linea laterali, 21 circ. in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 11 vel 12 lineam lateralem inter et pinnam dorsalem, 30 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali antice declivi porro rectiuscula ventrali sat multo magis quam dorsali approximata; pinna dorsali basi caudalis paulo magis quam apici rostri approximata radiis fissis anterioribus ventralibus opposita, longe ante analem desinente, corpore sat multo humiliore, duplo circ. altiore quam basi longa, acuta, spina 1ª vix conspicua, spina 2ª gracili spina 3ª duplo circ. breviore, spina 3ª valida capite vix breviore; pinnis pectoralibus acutis capite paulo brevioribus longe ante ventrales desinentibus; ventralibus acutis pectoralibus vix brevioribus longe ante analem desinentibus; anali mox post anum incipiente, dorsali non vel vix longiore, non vel vix longiore quam antice alta, acuta, emarginata; caudali lobis acutis $4\frac{2}{3}$? circ. in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridescente, inferne argenteo; iride flavescente; pinnis roseis vel flavescentibus. Vesica natatoria biloba.

B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/14 vel 1/15. V. 2/8. A. 3/11 vel 3/12. C. 8/17/8 vel 7/17/7 lat. brev. incl.

Hab. Yang-tse-kiang flum.?

Longitudo speciminis unici 211‴ circ.

Rem. Dans mes »Notices sur quelques genres et espèces de Cyprinoïdes de Chine" j'ai fait mention d'une espèce, sous le nom d'Acanthobrama Simoni (Ned. Tijdschr. Dierk. II p. 25), que je n'ai pas pu décrire vu le mauvais état de conservation de l'individu que j'avais à ma disposition, mais dont j'ai indiqué l'affinité probable. J'y trouvai les dents pharyngiennes minces et allongées, disposées sur une simple rangée et au nombre de six, la dorsale opposée aux ventrales, l'anale de médiocre longueur et à 11 rayons divisés, environ 50 écailles dans la ligne latérale, la tête mesurant $4\frac{3}{4}$ fois sans la longueur du corps sans la caudale et la hauteur du corps environ $3\frac{1}{2}$ fois dans cette même longueur. L'individu doit se trouver aux galeries du Muséum de Paris. Les dents pharyngiennes des rangées internes dans les espèces du genre étant fort caduques, il me paraît probable qu'elles puissent y avoir existé. La différence entre le Simoni et l'espèce actuelle resterait cependant pour le

nombre des écailles, et cette différence est trop grande pour qu'on puisse penser à l'identité spécifique des individus. La formule de 50 écailles dans la ligne latérale du Simoni le fait approcher plutôt du macrolepis et du tapeinosoma, où cependant le corps est plus allongé.

M. Günther a établi le genre Xenocypris sur une espèce qu'il a brièvement décrite sous le nom de Xenocypris argenteâ, et il pense que mon Acanthobrama Simoni d'autrefois pût bien être de la même espèce que son Xenocypris argentea. Cette espèce cependant a le corps plus allongé que les quatre espéces que je viens de décrire, sa hauteur mesurant 5 fois dans la longueur sans la caudale, et le Simoni lui-aussi a le corps beaucoup plus trapu que l'argentea. L'espèce de M. Günther est du reste plus voisine des Xenocypris macrolepis et tapeinosoma, que de l'espèce actuelle, tant par les formes que par les écailles. Dans l'argentea le nombre des écailles dans la ligne latérale, selon M. Günther, est de 54, et celui des écaillcs sur une rangée transversale de 17, nombres qui sont supérieurs à ceux du microlepis et du tapeinosoma. Maintenant qu'il est bien démontré, que la Chine nourrit plusieurs espèces du genre, l'argentea et le Simoni me paraissent devoir figurer, au moins provisoirement, comme deux espèces distinctes, dont la place naturelle est entre le tapeinosoma et le Davidi.

Le Davidi est parfaitement bien caractérisé, parmi ses congénères, par les 65 écailles dans la ligne latérale et par les 10 à 11 rangées longitudinales d'écailles entre la dorsale et la ligne latérale.

Xenocypris microlepis Blkr, Tab. IX.

Xenocypr. corpore oblongo compresso, altitudine $3\frac{1}{5}$ circ. in ejus longitudine absque-, 4 circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{3}{4}$ circ. in ejus altitudine; capite acuto 5 circ. in longitudine corporis absque-, $6\frac{1}{3}$ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{4}$ ad $1\frac{1}{3}$-, latitùdine capitis $1\frac{3}{4}$ circ. in ejus longitudine; oculis subposteris, diametro $3\frac{3}{4}$ circ. in longitudine capitis, diàmetro 2 fere in capitis parte postoculari, diametro $1\frac{1}{2}$ circ. distantibus; linea rostro-dorsali rostro et dorso convexa, rostrum inter et nucham rectiuscula; linea interoculari convexa; rostro acutiuscule rotundato paulo ante maxillam superiorem prominente, oculo non vel vix breviore, apice ante medium oculum sito; naribus ante oculi partem superiorem perforatis posterioribus anterioribus

multo majoribus ; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante ; osse suborbitali 2° longiore quam lato ; osse suborbitali 3° quam 2° multo latiore margine inferiore valde convexo ; maxilla superiore maxilla inferiore paulo longiore, gracili, verticaliter deorsum protractili, longe ante oculum desinente $4\frac{2}{3}$ circ. in longitudine capitis ; maxilla inferiore plana aciè acuta symphysi subhamata ; labiis gracilibus, inferiore symphysin attingente ; operculo leviter radiatim rugoso minus duplo altiore quàm lato margine inferiore convexiusculo ; apertura branchiali sub praeoperculi parte posteriore desinente ; dentibus pharyngealibus triseriatis 2.3.7 6.3.2 gracilibus compressis acutis facie masticatoria lineari ; osse scapulari triangulari acutiuscule rotundato ; dorso valde elevato angulato ; ventre inferne plano, post ventrales valde obtuse carinato ; squamis parte libera subradiatim leviter striatis, 76 circ. in linea laterali, 24 circ. in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 15 lineam lateralem inter et dorsalem, 32 vel 33 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem ; linea laterali mediocriter curvata, ventrali sat multo magis quam dorsali approximata ; pinna dorsali basi caudalis paulo magis quam apici rostri approximata, radiis fissis anterioribus ventralibus opposita, longe ante analem desinente, corpore non multo humiliore, duplo circ. altiore quam basi longa, acuta, spina 1a vix conspicua, spina 2a gracili spina 3a duplo circ. breviore, spina 3a valida capite sat multo longiore ; pinnis pectoralibus acutis capite non multo brevioribus longe ante ventrales desinentibus ; ventralibus acutis pectoralibus non vel vix brevioribus longe ante analem desinentibus ; anali mox post anum incipiente dorsali non longiore, non vel vix longiore quam antice alta, acuta, emarginata ; caudali lobis acutis $4\frac{2}{3}$ circ. ? in longitudine totius corporis ; colore corpore superne viridi, inferne argenteo ; iride flavescente ; pinnis roseis vel flavescentibus ; vesica aërea bipartita.

B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/17. V. 2/8. A. 3/11 vel 3/12. C. 8/17/8 vel 7/17/7 lat. brev. incl.

Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).

Longitudo speciminis descripti 328'''.

Rem. Cette espèce rappelle, par sa physionomie, l'Alose commune. Elle a le corps plus haut et les écailles notablement plus nombreuses encore que le Xenocypris Davidi. L'épine dorsale aussi est plus longue et plus forte que dans les autres espèces du genre.

PSEUDOBRAMA Blkr.

Corpus oblongum compressum squamis magnis vestitum. Caput breve rostro obtuso. Rictus parvus. Maxilla inferior non prominens. Cirri nulli. Venter planus non carinatus. Linea lateralis rectiuscula. Apertura branchialis ampla. Pinna dorsalis brevis paulo post ventrales inserta spina valida edentula armata. Pinna analis brevis pluriradiata dorsali longitudine subaequalis. Dentes pharyngeales uniseriati compressi 6/6.

Ce genre est extrêmement voisin du genre Xenocypris. Il ne s'en distingue que par la formule des dents pharyngiennes, par les grandes écailles et par l'insertion des ventrales en avant de la dorsale. C'est un type intermédiaire entre le Xenocypris et l'Acanthobrama. Quant à la dentition, je n'ai pas pu découvrir, dans les deux individus de l'espèce type que j'ai à ma disposition, de vestiges de rangées internes. Je considère le genre comme pas trop bien établi. Si l'on n'attache point de valeur générique ni à la formule des dents ni à l'insertion des ventrales en avant de la dorsale, il est manifeste que le genre doit rentrer dans le Xenocypris. L'espèce type serait donc, parmi ses congénères, celle qui a les écailles les plus grandes ou les moins nombreuses, et la seule où la dorsale commence en arrière des ventrales.

Pseudobrama Dumerili Blkr, Tab. VII fig. 1.

Pseudobram. corpore oblongo compresso, altitudine $3\frac{2}{3}$ ad $3\frac{1}{2}$ in ejus longitudine absque-, $4\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{1}{2}$ circ. in ejus altitudine; capite obtusiusculo $4\frac{3}{5}$ ad $4\frac{2}{3}$ in longitudine corporis absque-, $5\frac{3}{4}$ ad 6 et paulo in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{4}$ ad $1\frac{1}{3}$-, latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis superis diametro $3\frac{1}{3}$ circ. in longitudine capitis, diametro $1\frac{3}{5}$ ad $1\frac{1}{2}$ in capitis parte postoculari, paulo plus diametro 1 distantibus; linea rostro-dorsali rostro et post nucham convexa, frontem inter et regionem postnuchalem concaviuscula; linea interoculari convexa; rostro oculo breviore obtuso convexo apice vix infra medium oculum sito; naribus ante oculi partem superiorem perforatis, posterioribus anterioribus multo majoribus; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante; osse suborbitali 2° longiore

quam lato; osse suborbitali 3° quam 2° multo latiore margine inferiore convexo; maxilla superiore maxilla inferiore paulo longiore, gracili, verticaliter deorsum protractili, ante oculum desinente, $4\frac{1}{2}$ ad 5 in longitudine capitis; maxilla inferiore plana symphysi tuberculo parvo; labiis tenuibus; operculo laevi non multo altiore quam lato margine inferiore convexiusculo vel rectiusculo; apertura branchiali sub praeoperculi parte posteriore desinente; dentibus pharyngealibus uniseriatis 6 6 gracilibus compressis acutis facie masticatoria lineari; osse scapulari triangulari apice acutiuscule rotundato; dorso elevato angulato; ventre ante pinnas ventrales plano, post ventrales obtuse carinato; squamis parte libera longitudinaliter striatis, 40 circ. in linea laterali, 14 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 8 lineam lateralem inter et spinam dorsalem, 18 ad 20 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; regione gulo-ventrali squamis pluriseriatis; linea laterali antice declivi porro rectiuscula pinnae ventrali multo magis quam pinnae dorsali approximata, singulis squamis tubulo simplice notata; pinna dorsali basi caudalis non multo magis quam apici rostri approximata, vix post basin ventralium incipiente et longe ante analem desinente, corpore humiliore, minus duplo altiore quam basi longa, acuta, leviter emarginata, spina 1ª rudimentaria, spina 2ª gracili spina 3ª duplo circiter breviore, spina 3ª valida capite non vel vix breviore; pinnis pectoralibus acutis capite non multo brevioribus ventrales non attingentibus; ventralibus acutis pectoralibus non vel paulo brevioribus analem non attingentibus; anali mox post anum incipiente, dorsali non longiore, antice paulo altiore quam basi longa, acuta, emarginata; caudali lobis acutis $4\frac{1}{2}$ circ. in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridi, inferne argenteo; iride flavescente; pinnis roseis vel flavescentibus.

B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/14. V. 2/8. A. 3/10 vel 3/11. C. 7/17/7 lat. brev. incl.

Hab. Yang-tse-kiang flum.?

Longitudo 2 speciminum 116‴ et 160‴.

Rem. Le Pseudobrama Dumerili mérite d'être comparé au dessin du Recueil du Muséum de Paris, sur lequel Valenciennes a établi le Leuciscus chevanella. Il me paraît possible que le chevanella pourrait bien être de la même espèce que celle qui fait le sujet de cet article. Je fais la même observation par rapport au Leuciscus xanthurus Rich., qui lui-aussi pour-

rait bien être établi sur une figure, prise sur un individu de l'espèce actuelle.

Chanodichthys mongolicus Blkr, Ichth. Arch. Prodr. II. Cypr. p. 400; Günth., Cat. Fish. VII p. 325; - Tab. II fig. 3.

Chanod. corpore elongato compresso, altitudine $4\frac{1}{2}$ ad $4\frac{1}{3}$ in ejus longitudine absque-, $5\frac{2}{3}$ ad $5\frac{1}{3}$ in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{1}{3}$ ad 2 et paulo in ejus altitudine; capite acuto $4\frac{1}{3}$ ad $4\frac{1}{4}$ in longitudine corporis absque-, $5\frac{2}{5}$ ad $5\frac{1}{5}$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{2}{3}$ circ.-, latitudine capitis $2\frac{1}{2}$ ad 2 et paulo in ejus longitudine; oculis diametro 4 ad 6 in longitudine capitis, 2 ad 3 in capitis parte postoculari, diametro 1 ad 2 fere distantibus; linea interoculari convexa; linea rostro-nuchali rectiuscula vel concaviuscula; rostro acuto apice ante oculi partem superiorem sito, juvenilibus oculo non longiore, aetate provectis oculo conspicue longiore; naribus ante oculi marginem superiorem perforatis, posterioribus anterioribus multo majoribus; osse suborbitali anteriore irregulariter pentagono apice sursum spectante; ossibus suborbitalibus ceteris gracilibus multo longioribus quam latis; maxilla superiore sub oculi margine anteriore vel vix ante oculum desinente, oblique antrorsum parum protractili, 3 circiter in longitudine capitis; maxilla inferiore ore clauso ante maxillam superiorem prominente, symphysi leviter sursum curvata sed non hamata; labiis gracilibus; sulco infralabiali symphysin subattingente; rictu valde obliquo sursum spectante; operculo non rugoso, multo minus duplo altiore quam lato, margine inferiore rectiusculo; apertura branchiali usque sub medio oculo producta; dentibus pharyngealibus triseriatis uncinato-compressoriis 2.3.5/5.3.2 vel 1.3.5/5.3.1; osse scapulari obtuse rotundato; ventre plano, post pinnas ventrales non carinato; vesica natatoria bipartita parte posteriore parte anteriore duplo longiore; squamis parte libera radiatim striatis, parte basali non striatis, 78 circ. in linea laterali, 22 in serie transversali spinam dorsalem inter et ventralem quarum 13 vel 14 dorsalem inter et lineam lateralem, 45 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; squamis gulo-ventralibus numerosis postrorsum magnitudine vix accrescentibus; linea laterali mediocriter curvata, ventrali multo magis quam dorsali approximata, singulis squamis tubulo simplice notata; pinna dorsali basi pinnae caudalis magis

quam rostri apici approximata, vix post ventrales incipiente et longe ante analem desinente, corpore non ad non multo humiliore, duplo ad plus duplo altiore quam basi longa, acuta, vix emarginatâ, spina 1ª gracili spina 2ª minus duplo breviore, spina 2ª valida capite absque rostro paulo longiore; pinnis pectoralibus lineae ventrali approximatis, acutis, capite absque rostro non longioribus, ventrales non attingentibus; ventralibus acutis, pectoralibus non vel paulo tantum brevioribus analem non attingentibus; anali dorsali duplo vel duplo fere longiore, capite non multo breviore, minus duplo longiore quam antice alta, acuta, emarginata; caudali lobis acutis subaequalibus 5 circ. in longitudine corporis; colore corpore superne viridi, inferne argenteo; rostro superne violascente; iride flava; pinnis flavescentibus vel roseis.

B. 3. D. 2/7 vel 2/8. P. 1/14 vel 1/15. V. 2/8. A. 2/19 vel 2/20 ad 2/21 vel 2/22. C. 5/17/5 lat. brev. incl.

Syn. *Leptocephalus mongolicus* Basil., Ichthyogr. Chin. boreal. Nouv. Mém. Soc. Nat. Mosc. X p. 234.

Leptocephalus mongolensis Basil. Ibid. Tab. 4 fig. 2.

Hab. Yang-tse-kiang flum.

Longitudo 3 speciminum 175‴, 190‴ et 440‴.

Rem. Le Muséum du Jardin des Plantes possède déjà un individu de cette espèce, dont j'ai dit quelques mots dans mes »Notices sur quelques genres et espèces de Cyprinoïdes de Chine" (Ned. Tijdschr. Dierk. II p. 23). Les trois individus du récent envoi m'ont mis à même d'en donner une description détaillée, qui complète celle qu'on doit à M. Basilewski. La figure publiée par cet auteur, sans être mauvaise, ne rend point exactement ni la forme des nageoires, ni celle de la mâchoire inférieure.

CULTER Basil.

Corpus oblongum vel elongatum compressum squamis parvis vestitum. Caput acutum. Rictus mediocris vel magnus obliquus. Maxilla inferior prominens. Labium inferius circa marginem maxillae inferne liberum. Os suborbitale anterius pentagonum apice sursum spectans. Oculi subposteri vel posteri. Apertura branchialis usque sub oculo producta. Linea lateralis parum curvata. Venter ante pinnas ventrales planus, post ventrales valde com-

pressus carinatus. Pinna dorsalis brevis post ventrales inserta, basi alepidota, spinis 2 osseis edentulis armata, spina posteriore magna valida. Pinna analis elongata multiradiata. Dentes pharyngeales triseriati compressorii 2.4.4 5.4.2 vel 2.4.5 4.3.2, vel 2 4.5 4.4.2, vel 2.4.4 5.2.1, vel 2.3.5 4.4.2. Vesica aërea tripartita.

Rem. Le genre Culter est fort voisin du genre Chanodichthys, mais il s'en distingue essentiellement par l'abdomen qui est fort comprimé et forme une carène assez mince, par la lèvre inférieure qui entoure toute la partie libre de la mâchoire et dont le sillon se continue autour de la symphyse, par la vessie aërienne qui est trilobée, et par la position des yeux non au-dessus mais en arrière de la fente de la bouche.

Lorsque je publiai, il y a déjà plus de cinq ans, les »Notices sur quelques genres et espèces de Cyprinoïdes de Chine" (Ned. Tijdschr. Dierk. II p. 18) je ne connaissais, d'après nature, du genre Culter qu'une seule espèce, dont un individu mal conservé m'avait été envoyé par l'Administration du Muséum d'Histoire naturelle à Paris. Cet individu me mît à même de mieux définir le genre, que je ne l'avais pu faire d'après la description et les figures publiées par M. Basilewski, dans son Ichthyographia Chinae borealis. J'assignai sa place près des Osteobramae et je pus indiquer que dans le Culter le ventre n'est pas du tout comprimé en lame de couteau, comme dans les Chelae, mais aplati et arrondi en dessous. J'avais pu y ajouter que sous cette expression je n'entendis que la partie du ventre au devant des nageoires ventrales, puisque l'abdomen, la partie postventrale du ventre, dans les espèces du genre, est très comprimée et carénée, quoique toutefois nullement en lame de couteau comme dans les genres des Smiliogastrini.

Je rapportai l'individu, qui avait été soumis à mon examen, à l'espèce du Culter erythropterus Bas., mais le mauvais état de conservation n'ayant pas permis de le décrire, et ne l'ayant plus à ma disposition, je ne saurais décider si en effet il soit à rapporter à l'erythropterus ou bien à l'ilishaeformis, espèce qui, elle-aussi, doit être voisine de l'erythropterus et dont la description va suivre.

Les figures de Culter de M. Basilewski me paraissent passablement correctes. Le dessinateur a manifestement tenu compte des caractères des

mâchoires, de l'écaillure, des nageoires et même des rayons osseux de la dorsale. L'erythropterus Bas. appartient sans doute aux espèces du genre à 80 ou plus de 80 écailles dans la ligne laterale et l'alburnus à celles où ces écailles ne dépassent par le nombre de 70. Il y a donc lieu de les adopter comme espèces assez bien établies, ce qui ne se pourrait par dire des espèces dont M. Basilewski n'a publié que des descriptions.

Richardson, avant M. Basilewski, avait fait connaître une espèce de Culter sous le nom de Leuciscus recurviceps, mais sa description n'étant faite que sur un dessin chinois qui n'a pas été publié, la valeur de cette espèce reste contestable. M. Günther l'a inserite comme synonyme de l'espèce qu'il a décrite sous le nom de Culter recurviceps, et à laquelle il rapporte aussi le Culter alburnus Basil. et, bien qu'à tort, le Culter erythropterus Kner

M. Günther ne décrit que deux espèces de Culter, le Culter recurviceps et le Culter brevicauda. Il ne considère les Culter erythropterus Bas. et le Culter mongolicus Bas. que comme des espèces douteuses.

Je dois remarquer que, des six espèces de Culter, indiquées par M. Basilewski, les trois premières seulement sont de vrais Culter, que le Culter pekinensis et le Culter exiguus, espèces à abdomen non comprimé et convexe et à vessie natatoire bilobée, sont des Pseudoculter, et que le Culter leucisculus est un Hemiculter. Des quatre espèces de Culter, décrites par M. Kner dans la Zoologie du Novara deux n'appartiennent pas non plus au genre, le Culter leucisculus étant un Hemiculter et le Culter pekinensis un Parabramis. Le Culter alburnus Kner paraît être de la même espèce que le Culter alburnus Bas. et le Culter erythropterus Kner est d'une espèce distincte du Culter erythropterus Bas. qu'on pourrait désigner sous le nom de Culter Kneri.

J'ai maintenant devant moi cinq espèces de Culter, toutes originaires du fleuve Yang-tse-kiang, et envoyées au Muséum d'Histoire naturelle de Paris par M. Dabry. Je ne retrouve parmi ces espèces que le Culter brevicauda Günth.

Il y a donc au moins sept espèces de Culter connues. La huitième, le Culter mongolicus Bas., n'étant indiquée que par quelques phrases insignifiantes, reste douteuse. On ne saurait même pas dire à quel groupe d'espèces il soit à rapporter.

Les cinq espèces faisant partie de l'envoi du Muséum de Paris, sont aisément à distinguer par les caractéres suivants.

I. Mâchoire inférieure fort élevée et fortement tronquée antérieurement. Dos peu élevé. Fente de la bouche presque vesticale. Tête $5\frac{1}{3}$ fois dans la longueur totale.

a. Ecailles dans la ligne latérale au nombre de 80, sur une rangée transversale entre la dorsale et la ligne latérale au nombre de 15. Hauteur du corps 6 fois dans la longueur totale. Epine dorsale de la longueur de la tête. Anale plus courte que la tête à formule 3/21 à 3/23. Partie libre de la queue plus longue que haute.

Culter ilishaeformis Blkr.

b. Ecailles au nombre de 65 à 70 dans la ligne latérale et au nombre de 12 sur une rangée transversale entre la dorsale et la ligne latérale. Hauteur du corps 5 fois dans la longueur totale. Partie libre de la queue aussi haute ou plus haute que longue. Epine dorsale plus courte que la tête. Anale plus longue que la tête à formule 3/28 ou 3/29.

Culter brevicauda Günth.

II. Mâchoire inférieure peu élevée et très-faiblement tronquée antérieurement. Profil du dos fortement courbé. Fente de la bouche tenant le milieu entre la direction verticale et l'horizontale. Ecailles au nombre de 65 à 70 dans la ligne latérale et au nombre de 11 ou 12 sur une rangée transversale entre l'épine dorsale et la ligne latérale.

a. Hauteur du corps $5\frac{1}{3}$ fois dans la longueur totale. Partie libre de la queue presque pas plus longue que haute. A. 3/28 ou 3/29.

Culter Dabryi Blkr.

b. Hauteur du corps 5 fois dans la longueur totale. Partie libre de la queue beaucoup plus longue que haute. A. 3/25 ou 3/26.

Culter hypselonotus Blkr.

c. Hauteur du corps 4 fois dans la longueur totale. Partie libre de la queue plus haute que longue. A. 3/25 ou 3/26. Tête fort pointue et peu élevée au devant des yeux.

Culter oxycephalus Blkr.

Culter ilishaeformis Blkr, Tab. X fig. 1.

Cult. corpore elongato compresso, altitudine $4\frac{3}{4}$ ad 5 in ejus longitudine absque-, 6 fere ad 6 et paulo in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{1}{2}$ ad $2\frac{1}{3}$ in ejus altitudine; capite acuto $4\frac{2}{5}$ circit. in longitudine corporis absque-, $5\frac{1}{3}$ circit. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{2}{3}$ ad $1\frac{3}{5}$-, latitudine capitis $2\frac{2}{3}$ circ. in ejus longitudine; altitudine faciei ad nares $2\frac{2}{5}$ circ. in longitudine capitis; oculis diametro 4 fere ad 4 in longitudiue capitis, diametro 2 circ. in capitis parte postoculari, vix plus diametro $\frac{1}{2}$ distantibus; linea interoculari convexa; linea rostro-nuchali concava; rostro oculo breviore, apice ante vel supra oculi marginem superiorem sito; naribus ante oculi marginem supero-anteriorem perforatis posterioribus anterioribus majoribus; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante; ossibus suborbitalibus ceteris gracilibus, plus duplo longioribus quam latis; maxilla superiore ante oculum desinente, 3 et paulo ad 3 in longitudine capitis, oblique antrorsum mediocriter protractili; maxilla inferiore ore clauso valde ante maxillam snperiorem prominente, antice valde truncata et elevata oculi diametro duplo circ. humiliore limbo inferiore subverticali; labiis, superiore mediocri, inferiore membranaceo lato pendulo circa symphysin continuo; rictu subverticali; operculo laevi, latitudine $1\frac{1}{3}$ circ. in ejus altitudine, margine inferiore rectiusculo; dentibus pharyngealibus triseriatis gracilibus uncinatis 2.4.5/4.5.2; dorso humili leviter curvato; cauda parte libera multo longiore quam alta; squamis vix striatis, 80 circ. in linea laterali, 23 circ. in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 15 circ. spinam dorsalem inter et lineam lateralem, 50 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali leviter curvata pinnae ventrali conspicue magis quam dorsali approximata; spina dorsali medio circ. apicem rostri inter et basin pinnae caudalis inserta; pinna dorsali medio oculum inter et basin pinnae caudalis et medio circiter ventrales inter et analem sita, corpore non vel vix humiliore, duplo circiter altiore quam basi longa, acuta, non emarginata, spina 1ª vix conspicua, spina 2ª gracili spina 3ª duplo circ. breviore, spina 3ª valida capite paulo vel vix breviore; pinnis pectoralibus acutis, capite paulo brevioribus ventrales non attingentibus; ventralibus acutis pectoralibus brevioribus analem non attingentibus; anali dorsali duplo circ. longiore, capite breviore, longitudine 5 fere ad 5 et paulo in longitudine corporis absque pinna caudali, multo minus

duplo longiore quam antice alta, acuta, emarginata; caudali lobis acutis 5 et paulo in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridi, inferne argenteo; iride flava; maxillis apice nigricantibus; pinnis roseis vel flavescentibus.

B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/14. V. 2/8. A. 3/21 vel 3/22 vel 3/23. C. 8/17/8 lat. brev. incl.

Syn. *Culter erythropterus* Blkr, Notic. Cyprin. Chine, Ned. Tijdschr. Dierk. II p. 27 ? (nec Bas.).

Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).

Longitudo 2 speciminum 283''' et 362'''.

Rem. Bien que les individus décrits soient fort voisins du Culter erythropterus Bas. je préfère de les indiquer sous un nom spécifique distinct. En effet on ne peut juger de l'erythropterus Bas. que d'après la figure de l'Ichthyographia Chinae borealis. Or cette figure, si elle est un peu exacte, ne peut pas se rapporter à l'espèce que je viens de décrire. Elle représente les écailles plus nombreuses (presque une centaine sur une rangée longitudinale), le corps plus élevé (hauteur 4⅓ fois dans la longueur sans la caudale), la tête plus courte (5 fois dans le corps sans la caudale) et relativement plus haute (hauteur 1½ fois dans la longueur), les yeux beaucoup plus petits (plus de 5 fois dans la longueur de la tête et 3 fois dans sa partie postoculaire), la partie libre de la queue aussi haute que longue, la dorsale beaucoup plus basse et son épine beaucoup plus courte (longueur plus de 1½ fois dans la hauteur du corps), l'anale plus longue (longueur 4 fois dans la longueur du corps sans la caudale), la caudale plus courte (7 fois dans la longueur totale), la ligne latérale plus courbée, etc. Ces différences me semblent trop nombreuses et trop essentielles pour que j'osasse les attribuer à l'inexactitude du dessinateur, et je n'hésite donc pas à considérer les deux individus envoyés par M. Dabry comme appartenant à une espèce distincte.

Dans un envoi antérieur du Muséum de Paris j'ai trouvé un individu que j'ai indiqué, dans le mémoire cité, sous le nom de Culter erythropterus Bas. Cet individu, trop mal conservé pour en faire une description, permettait cependant de constater les formules suivantes. Dents pharyngiennes 2.4.4/5.4.2. D. 2/7 ou 2/8 (3/7 ou 3/8). P. 1/15. V. 2/8. A. 3/21. Cette dernière formule correspondant à celle des individus que j'ai sous les yeux, je pense que l'individu envoyé de Chine par M. Simon et qui doit se trouver

maintenant aux galeries du Muséum de Paris, soit aussi de l'espèce actuelle.

J'ajoute encore que M. Basilewski, parlant, dans sa description de l'erythropterus, d'un »abdomen carinatum" a sans doute voulu indiquer par cet »abdomen" la partie postventrale du ventre, et nullement sa partie préventrale.

L'ilishaeformis se distingue éminemment des quatre autres espèces que j'ai devant moi, par les petites écailles, par la courte anale, et par la hauteur extraordinaire des branches de la mâchoire inférieure et de sa partie symphysiale et par la large lèvre qui entoure toute la symphyse. Les formes du corps, de la tête, des mâchoires et de l'anale rappellent vivement les Ilishae (Pellonae) à corps allongé.

Culter brevicauda Günth., Cat. Fish. VII p. 329; Tab. XI fig. 3.

Cult. corpore subelongato compresso, altitudine 4 fere in ejus longitudine absque-, 5 fere in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{2}{3}$ circ. in ejus altitudine; capite acuto $4\frac{1}{2}$ circ. in longitudine corporis absque-, $5\frac{1}{3}$ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{3}$ fere-, latitudine capitis $2\frac{1}{3}$ circ. in ejus longitudine; altitudine faciei ad nares $2\frac{1}{3}$ circ. in longitudine capitis; oculis diametro $4\frac{1}{3}$ circ. in longitudine capitis, diametro $2\frac{1}{3}$ circ. in capitis parte postoculari, minus diametro 1 distantibus; linea interoculari convexa; linea rostro-nuchali concava; rostro oculo vix vel non breviore, apice supra oculi marginem superiorem sito; naribus supra oculi marginem supero-anteriorem perforatis posterioribus anterioribus majoribus; osse suborbitali anteriore oblique pentagono apice sursum spectante; ossibus suborbitalibus ceteris gracilibus plus duplo longioribus quam latis; maxilla superiore ante oculum desinente, 3 circiter in longitudine capitis, oblique antrorsum valde protractili; maxilla inferiore ore clauso ante maxillam superiorem prominente, antice truncata oculi diametro triplo circ. humiliore limbo inferiore subverticali; labiis mediocribus membranaceis, inferiore pendulo circa symphysin continuo; rictu subverticali; operculo radiatim striato, latitudine $1\frac{1}{3}$ circ. in ejus altitudine, margine inferiore rectiusculo; dentibus pharyngealibus triseriatis gracilibus uncinatis 2.4.5/4.4.2; dorso curvato; cauda parte libera vix altiore quam longa; squamis parte libera radiatim leviter striatis, 65 circ. in linea laterali, 21 in serie transversali spinam dorsalem inter et ventralem quarum 12 spinam dorsalem inter et

lineam lateralem, 40 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali sat curvata pinnae ventrali multo magis quam dorsali approximata; spina dorsali medio marginem praeoperculi posteriorem inter et basin caudalis inserta; pinna dorsali anali magis quam ventralibus approximata, corpore multo humiliore, minus duplo altiore quam basi longa, acuta, non emarginata, spina 1ª vix conspicua, spina 2ª gracili spina 3ª plus duplo breviore, spina 3ª mediocri sat valida capitis parte postoculari vix longiore; pinnis pectoralibus acutiuscule rotundatis capite paulo brevioribus ventrales fere attingentibus; ventralibus acutis pectoralibus paulo brevioribus analem non attingentibus; anali dorsali triplo fere et capite non multo longiore, basi $3\frac{3}{4}$ circ. in longitudine corporis absque pinna caudali, plus duplo longiore quam antice alta, acuta, emarginata; caudali lobis obtusiusculis $5\frac{2}{3}$ circ.? in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridescente, inferne argenteo; squamis dorso lateribusque plurimis basi stria transversa nigricante; iride flavescente; pinnis roseis vel flavescentibus fusco plus minusve arenatis; maxillis apice nigricantibus.

B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/14 vel 1/15. V. 2/8. A. 3/28 vel 3/29. C. 7/17/7 lat. brev. incl.

Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).

Longitudo speciminis descripti 299‴.

Rem. Le Culter brevicauda est voisin de l'ilishaeformis par la conformation de la mâchoire inférieure, quoique celle-ci soit déjà notablement moins haute surtout à la symphyse. Par les écailles ainsi que par l'anale il a plus d'affinité avec le Dabryi, le hypselonotus et l'oxycephalus, desquels cependant il se fait aisément distinguer par la hauteur de la partie libre de la queue et de la tête mesurée sur les narines, par l'insertion de l'épine dorsale beaucoup plus près de la caudale que du bout du museau, par l'épine dorsale elle même qui est beaucoup plus faible et plus courte, etc. La ligne du dos y est assez courbée, mais elle devient presque droite encore fort en avant de la nageoire.

Culter Dabryi Blkr, Tab. XII fig. 2.

Cult. corpore elongato compresso, altitudine $4\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine absque-, $5\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis

$2\frac{1}{3}$ circ. in ejus altitudine; capite acuto 4 et paulo in longitudine corporis absque-, 5 et paulo in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{3}{5}$ circ.-, latitudine capitis $2\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine; altitudine faciei ad nares $2\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis; oculis diametro $4\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis, diametro $2\frac{1}{3}$ circ. in capitis parte postoculari, minus diametro 1 distantibus; linea interoculari convexa; linea rostro-nuchali concaviuscula; rostro oculo non vel vix breviore apice ante oculi partem superiorem sito; naribus supra oculi marginem antero-superiorem perforatis, posterioribus anterioribus majoribus; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante; ossibus suborbitalibus ceteris gracilibus plus duplo longioribus quam latis; maxilla superiore sub oculi margine anteriore desinente 3 circ. in longitudine capitis oblique antrorsum valde protractili; maxilla inferiore ore clauso ante maxillam superiorem prominente humili, antice vix truncata oculi diametro quadruplo circ. humiliore, limbo inferiore subhorizontali; labiis mediocribus, inferiore membranaceo symphysi gracili; rictu valde obliquo sursum spectante; operculo radiatim rugoso, latitudine $1\frac{1}{3}$ ad $1\frac{1}{4}$ in ejus altitudine, margine inferiore rectiusculo; dentibus pharyngealibus triseriatis gracilibus uncinatis 2.4.4/5.2.1; vesica natatoria triloba; dorso humili convexo; cauda parte libera vix longiore quam alta; squamis parte libera radiatim leviter striatis, 65 circ. in linea laterali, 17 vel 18 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 11 vel 12 spinam dorsalem inter et lineam lateralem, 40 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali leviter curvata pinnae ventrali magis quam dorsali approximata; spina dorsali medio oculi marginem anteriorem inter et basin caudalis inserta; pinna dorsali medio circ. ventrales inter et analem sita, corpore non humiliore, plus duplo altiore quam basi longa, acuta, non vel vix emarginata, spina 1ª vix conspicua, spina 2ª gracili spina 3ª sat multo minus duplo breviore, spina 3ª valida capite paulo breviore; pinnis pectoralibus acutiusculis, capite brevioribus, ventrales non attingentibus; ventralibus acutiusculis pectoralibus non vel vix brevioribus analem non attingentibus; anali dorsali multo plus duplo sed capite non longiore basi 4 circ. in longitudine corporis absque pinna caudali, minus duplo longiore quam antice alta, acuta, emarginata; caudali lobis acutis 5 circ. in longitudine corporis; colore corpore superne viridi, inferne argenteo; iride flava; maxillis apice nigricantibus; pinnis roseis vel flavescentibus, fusco plus minusve arenatis.

B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/14 vel 1/15. V. 2/8. A. 3/28 vel 3/29. C. 7/17/7 lat. brev. incl.
Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).
Longitudo speciminis descripti 270‴.

Rem. La figure du Culter erythropterus Kner (nec Bas.) va assez bien à l'espèce actuelle pour ce qui concerne les formes générales du corps et des nageoires, mais elle rend fort différemment la direction et la forme des mâchoires, l'anale n'y présente que 22 rayons divisés et la caudale y porte deux bandes longitudinales noirâtres. La figure cependant ne cadre pas fort bien avec la description qui donne les formes plus trapues et la formule de l'anale = 2/27 au 2/28. Cette formule correspond à celle du Dabryi, mais je la retrouve aussi dans le Culter brevicauda, qui est d'une espèce fort différente. L'espèce de M. Kner mérite d'être mieux caractérisée surtout par rapport à la forme et à la direction des mâchoires. Je la crois distincte de celles que j'ai sous les yeux et propose de la nommer Culter Kneri.

Le Culter Dabryi est fort voisin aussi du Culter hypselonotus, mais se distingue suffisamment par sa taille plus suelte, par la tête qui est relativement plus grande, par l'élévation et la courbure beaucoup moindres du dos, par l'anale qui, bien que soutenue par un nombre plus considérable de rayons, n'est pas plus longue que la tête, etc.

Culter hypselonotus Blkr, Tab. VIII fig. 3.

Cult. corpore oblongo compresso, altitudine 4 circiter in ejus longitudine absque-, 5 circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis 3 circiter in ejus altitudine; capite acuto 4½ circ. in longitudine corporis absque-, 5½ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1½ circ.-, latitudine capitis 2½ circ. in ejus longitudine; altitudine faciei ad nares 2½ circ. in longitudine capitis; oculis diametro 4 circ. in longitudine capitis, diametro 2 fere in capitis parte postoculari, minus diametro 1 distantibus; linea interoculari convexa; linea rostro-nuchali concaviuscula; rostro oculo vix vel non breviore, apice ante oculi partem superiorem sito; naribus ante oculi marginem antero-superiorem perforatis, posterioribus anterioribus multo majoribus; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante; ossibus suborbitalibus ceteris gracilibus plus duplo longioribus quam

latis; maxilla superiore sub oculi margine anteriore desinente 3 circiter in longitudine capitis, oblique antrorsum mediocriter protractili; maxilla inferiore ore clauso ante maxillam superiorem prominente humili, antice vix truncata oculi diametro quadruplo circ. humiliore, limbo inferiore subhorizontali; labiis mediocribus, inferiore membranaceo gracili circa symphysin pendulo; rictu valde obliquo sursum spectante; operculo radiatim rugoso, latitudine $1\frac{1}{2}$ circ. in ejus altitudine, margine inferiore rectiusculo; dentibus pharyngealibus triserialis gracilibus uncinatis 2.3.5/4.4.2; vesica natatoria triloba; dorso sat elevato convexo; cauda parte libera multo longiore quam alta; squamis parte libera radiatim leviter striatis, 65 in linea laterali, 20 vel 21 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 11 vel 12 spinam dorsalem inter et lineam lateralem, 40 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali leviter curvata pinnae ventrali magis quam dorsali approximata; spina dorsali medio apicem rostri inter et basin caudalis inserta; pinna dorsali medio circiter ventrales inter et analem sita, corpore paulo humiliore, duplo circiter altiore quam basi longa, acuta, vix emarginata, spina 1ª vix conspicua, spina 2ª gracili spina 3ª multo minus duplo breviore, spina 3ª valida capite paulo breviore; pinnis pectoralibus acutis, capite paulo brevioribus, ventrales fere attingentibus; ventralibus acutiusculis pectoralibus paulo brevioribus, analem non attingentibus; anali dorsali paulo plus duplo et capite paulo longiore, basi 4 fere in longitudine corporis absque pinna caudali, duplo fere longiore quam antice alta, acuta, emarginata; caudali lobis acutis? 5 circ.? in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridescente inferne argenteo; iride flavescente; pinnis ex roseo-flavescentibus, fusco plus minusve arenatis.

B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/14. V. 2/8. A. 3/25 vel 3/26. C. 7/17/6 lat. brev. incl.

Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).

Longitudo speciminis unici 210‴ absque pinna caudali, 265‴? cum pinna caudali.

Rem. Comparant l'individu décrit à la description que M. Günther a publiée de l'espèce qu'il nomme Culter recurviceps, je trouve, comme différences, que dans cette dernière espèce le nombre des écailles dans la ligne latérale monte à 70, que la hauteur du corps et la longueur de la tête mesurent $4\frac{1}{4}$ fois dans la longueur du corps sans la caudale, que le diamètre

de l'oeil fait les $\frac{2}{7}$ de la longueur de la tête, que la fente de la bouche est presque verticale, que la mâchoire supérieure ne s'étend pas jusque sous le bord antérieur de l'oeil, que l'épine dorsale ne mesure que les $\frac{3}{4}$ de la longueur de la tête et que la pectorale atteint la ventrale. Il est donc impossible de rapporter l'individu, qui fait le sujet de cet article, au Culter recurviceps Günth. M. Günther rapporte à son recurviceps le Culter alburnus dont M. Basilewski a publié une belle figure dans son Ichthyographia Chinae borealis. Je ne puis juger de la justesse de ce rapprochement, mais si l'alburnus Bas. est en effet de la même espèce que le recurviceps, il est bien certain que celui-ci se distingue encore de l'espèce actuelle par une physionomie fort différente, par la hauteur des branches de la mâchoire inférieure et de sa partie symphysiale, etc. L'alburnus Bas. ou le recurviceps Günth. est une espèce plus voisine de l'ilishaeformis et du brevicauda, que de l'hypselonotus.

M. Günther rapporte aussi a son recurviceps le Culter erythropterus Kner (nec Basil.). L'espèce de M. Kner, qui est fort différente de l'erythropterus Bas., doit cependant être plus voisine de l'espèce actuelle et du Culter Dabryi et forme une transition entre les espèces à mâchoire inférieure haute et à limbe inférieur presque vertical, et celles où cette mâchoire ne présente plus cet aspect de Hareng ou de Pellone et où son limbe inférieur est presque horizontal.

Culter oxycephalus Blkr, Tab. V fig. 3.

Cult. corpore oblongo compresso, altitudine $3\frac{1}{3}$ circ. in ejus longitudine absque-, 4 et paulo in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis 3 circiter in ejus altitudine; capite valde acuto $3\frac{2}{5}$ circ. in longitudine corporis absque-, $4\frac{3}{4}$ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis maxima $1\frac{4}{5}$ ad $1\frac{5}{6}$-, latitudine capitis $2\frac{2}{5}$ circ. in ejus longitudine; altitudine faciei ad nares 3 in longitudine capitis; oculis diametro 5 circ. in longitudine capitis, diametro $2\frac{1}{2}$ circ. in capitis parte postoculari, diametro 1 circ. distantibus; linea interoculari convexa; linea rostro-nuchali concava; rostro oculo vix longiore, apice ante medium oculum sito; naribus ante oculi partem superiorem perforatis, posterioribus anterioribus multo majoribus; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante; ossibus suborbitalibus ceteris gracilibus plus duplo longioribus quam latis; maxilla superiore

vix ante oculi marginem anteriorem desinente $3\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis, oblique antrorsum mediocriter protractili; maxilla inferiore ore clauso ante maxillam superiorem prominente humili, apice vix truncata, oculi diametro quadruplo humiliore, subhamata, limbo inferiore subhorizontali; labiis mediocribus, inferiore membranaceo symphysin versus gracili; rictu mediocriter obliquo et oblique sursum spectante; operculo laevi, latitudine $1\frac{1}{3}$ circ. in ejus altitudine, margine inferiore rectiusculo; dentibus pharyngealibus triseriatis gracilibus uncinatis 2.4.5.4.4.2; vesica natatoria tripartita; dorso elevato valde convexo; cauda parte libera altiore quam longa; squamis parte libera radiatim striatis, 65 circ. in linea laterali, 20 vel 21 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 10 vel 11 spinam dorsalem inter et lineam lateralem, 40 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali curvata pinnis ventralibus magis quam dorsali approximata; spina dorsali medio pupillam inter et basin caudalis inserta; pinna dorsali basi pinnae caudalis multo magis quam rostri apici approximata, medio circiter ventrales inter et analem sita, corpore vix humiliore, plus duplo altiore quam longa, acuta, vix emarginata, spina 1ª rudimentaria, spina 2ª gracili spina 3ª duplo circiter breviore, spina 3ª valida capite non vel vix breviore; pinnis pectoralibus acutis, capite absque rostro vix brevioribus, ventrales non attingentibus; ventralibus acutiusculis pectoralibus paulo brevioribus analem non attingentibus; anali dorsali plus duplo longiore sed capite paulo breviore, basi 4 circ. in longitudine corporis absque pinna caudali, sat multo minus duplo longiore quam antice alta, acuta, emarginata; caudali lobis acutis $4\frac{1}{2}$? circ. in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridescente, inferne argenteo; iride flavescente; pinnis aurantiaco-flavescentibus; squamis dorso lateribusque margine nigricante arenatis.

B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/13 ad 1/15. V. stat. abnorm. 2/7. A. 3/25 vel 3/26.
C. 6/17/6 lat. brev. incl.

Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).

Longitudo speciminis descripti 290‴.

Rem. La physionomie de cette espèce est fort différente de celle des autres espèces connes du genre. Elle se distingue surtout par la hauteur du corps et par la forme pointue de la tête, dont la hauteur, mesurée sur les narines, va 3 fois dans sa longueur. Par la forme de la mâchoire

inférieure et par la direction de la fente de la bouche elle est voisine de l'hypselonotus.

Hemiculter leucisculus Blkr, Ichth. Arch. Ind. Prodr. II Cypr. p. 401; Tab. II fig. 1.

Hemicult. corpore elongato compresso, altitudine $4\frac{2}{3}$ ad $4\frac{3}{4}$ in ejus longitudine absque-, 6 circiter in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis 2 circ. in ejus altitudine; capite acuto $4\frac{2}{3}$ ad $4\frac{1}{2}$ in longitudine corporis absque-, $5\frac{2}{3}$ ad $5\frac{3}{5}$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{2}{3}$ circ.-, latitudine capitis $2\frac{1}{3}$ circ. in ejus longitudine; oculis subsuperis, diametro 4 fere in longitudine capitis, diametro 2 fere in capitis parte postoculari, diametro 1 circ. distantibus; lineis, rostro-occipitali rectiuscula, interoculari et nucho-dorsali convexis; rostro acuto oculo vix breviore, apice ante oculi partem superiorem sito; naribus ante oculi partem superiorem perforatis, posterioribus anterioribus majoribus valvula semiclaudendis; osse suborbitali anteriore pentagono apice sursum spectante; osse suborbitali 2° longiore quam lato; osse suborbitali 3° quam 2° multo latiore margine inferiore convexo; maxilla superiore maxilla inferiore ore clauso paulo breviore, oblique antrorsum mediocriter protractili, paulo ante oculum desinente, $3\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis; maxilla inferiore symphysi subhamata; rictu valde obliquo; labiis gracilibus; sulco infralabiali symphysin subattingente; operculo laevi non multo altiore quam lato margine inferiore rectiusculo; apertura branchiali non usque sub oculo producta, sub praeoperculo desinente; dentibus pharyngealibus triseriatis uncinato-compressoris 2.4.5.5.4.2; osse scapulari triangulari acutiuscule rotundato; dorso humili vix angulato, carnoso, non carinato; ventre inferne ante pinnas ventrales plano, post ventrales valde obtuse carinato; cauda parte libera duplo longiore quam postice alta; squamis vix striatis, 40 ad 42 in linea laterali, 10 vel 11 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 7 vel 8 lineam lateralem inter et pinnam dorsalem, 20 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali antice valde deflexa ventrali quadruplo magis quam dorsali approximata, cauda sursum flexa et media basi pinnae caudalis desinente, singulis squamis tubulo simplice notata; pinnae dorsali basi caudalis multo magis quam apici rostri approximata paulo post basin ventralis incipiente et sat longe ante analem

desinente, corpore non vel vix humiliore, minus duplo altiore quam basi longa, acuta, non emarginata, spina 1ª gracili spina 2ª duplo circ. breviore, spina 2ª valida capite sat multo breviore; pinnis pectoralibus acutis capite non vel vix brevioribus ventrales subattingentibus; ventralibus acutis pectoralibus brevioribus analem non attingentibus; anali mox post anum incipiente, dorsali paulo longiore, aeque alta circiter ac basi longa, acuta, emarginata; caudali lobis acutis subaequalibus $4\frac{3}{4}$ ad 5 in longitudine corporis; colore corpore superne coerulescente-viridi, inferne argenteo; iride flavescente; pinnis roseis vel flavescentibus.

B. 2. D. 2/7 vel 2/8. P. 1/13 vel 1/14. V. 2/8. A. 3/11 vel 3/12 vel 3/13. C. 6/17/6 lat. brev. incl.

Syn. *Leuciscus acutus* Brouss. Rich. Rep. Ichth. Chin. Jap. in Rep. 15th Meet. Brit. Assoc. p. 297. ?

Culter leucisculus Basil., Ichth. Chin. boreal. Nouv. Mém. Soc. Nat. Mosc. X p. 238.

Culter leucisculus Kner, Zool. Reise Novara, Fisch. p. 362 ?

Chanodichthys leucisculus Günth., Catal. Fish. VII p. 327.

Hab. Yang-tse-kiang flum.?

Longitudo 2 speciminum 136‴ et 145‴.

Rem. Je crois avoir sous les yeux, dans les deux individus décrits, l'espèce indiquée par M. Basilewski sous le nom de Culter leucisculus. Tout ce que cet auteur dit de son espèce va parfaitement aux individus du Muséum. Il est possible aussi que l'individu, décrit par M. Kner sous le nom de Culter leucisculus, ne diffère point de l'espèce actuelle, mais M. Kner donne un peu autrement les proportions de la hauteur du corps et de la longueur de la tête, tandis qu'il parle de 50 écailles dans la ligne latérale et de 8 ou $8\frac{1}{2}$ écailles au-dessus de cette ligne. Si ces différences existent en effet on aura à penser à une espèce distincte et il serait difficile alors de déterminer laquelle des deux espèces celle de M. Kner ou l'actuelle a été observée par M. Basilewski, puisqu'on ne saurait rien décider d'après sa description.

S'il venait d'être prouvé qu'en effet l'espèce actuelle est distincte de celle de M. Kner, on lui devrait imposer un nom nouveau, puisqu'il serait juste de conserver celui de leucisculus à celle que M. Kner aurait positivement indiquée sous ce nom.

Lorsque je proposai, il y a dix ans, le genre Hemiculter, je ne connaissais pas ce type d'après nature, mais j'énoncai mon opinion que l'examen sur nature y ferait reconnaître en effet un type générique bien distinct.

Depuis, plusieurs espèces de Cyprinoïdes de Chine voisines des Leuciscini, mais à forte épine dorsale et à dents pharyngiennes trisériales, ont été mieux examinées, et il est deveuu possible de mieux indiquer leur placc dans le système.

J'ai eu tout lieu, non seulement de maintenir les genres que j'avais déjà proposés, mais aussi d'en établir encore d'autres.

Pour ce qui concerne le Hemiculter, j'y vois bien positivement un genre distinct qu'on ne saurait réunir nullement, ni au genre Chanodichthys, ni au genre Culter, comme l'ont fait MM. Günther et Kner.

Le Hemiculter se distingue de tous les deux par la ligne latérale fortement et subitement courbée, et par la courte anale qui n'est soutenue que par 11 à 13 rayons divisés. Puis il diffère encore du Chanodichthys par les grandes écailles, par la fente branchiale qui ne s'étend que jusque sous le préopercule, et par la formule des dents pharyngiennes ;- et du Culter par le ventre qui est obtus même en arrière des ventrales, par le nombre beaucoup moins considérable des écailles, etc.

Parabramis bramula Blkr, Tab. VII fig. 2.

Parabr. corpore oblongo valde compresso, altitudine $2\frac{2}{5}$ circ. in ejus longitudine absque-, 3 circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis plus quam 4 in ejus altitudine; capite acutiusculo 5 fere in longitudine corporis absque-, $6\frac{1}{4}$ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{4}$ ad $1\frac{1}{5}$-, latitudine eapitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis posteris, diametro 3 ad 3 et paulo in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{3}$ circ. in capitis parte postoculari, plus diametro 1 distantibus; lineis rostro-occipitali rectiuscula, nuchali et interoculari convexis; rostro convexiusculo oculo breviore, apice ante medium oculum sito; naribus ante oculi partem superiorem perforatis posterioribus valvula claudendis anterioribus majoribus; osse suborbitali anteriore subpentagono apice acuto sursum spectante margine inferiore valde convexo; ossibus suborbitalibus ceteris valde gracilibus, multo longioribus quam latis; maxilla superiore maxilla inferiore

vix longiore, ante oculum desinente, 4 circiter in longitudine capitis, oblique antrorsum mediocriter protractili; maxilla inferiore concava symphysi nec hamata nec tuberculata; labiis gracilibus; sulco infralabiali sat longe post symphysin incipiente; operculo radiatim rugoso, minus duplo altiore quam lato margine inferiore rectiusculo; apertura branchiali usque sub oculi margine posteriore fere producta; dentibus pharyngealibus compressoriis 2.5.3/3.5.2; osse scapulari triangulari obtuse rotundato; dorso valde elevato et angulato; ventre ante ventrales plano, post ventrales carinato; squamis parte libera subradiatim-, parte basali non striatis, 45 ad 50 in linea laterali, 19 vel 20 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 11 vel 12 dorsalem inter et lineam lateralem; linea laterali sat curvata ventralibus multo magis quam dorsali approximata, singulis squamis tubulo simplice notata; pinna dorsali medio oculi marginem supero-posteriorem inter et basin pinnae caudalis sat longe post ventrales sita, radio postico radio anali 1° subopposita, corpore multo humiliore, duplo circiter altiore quam basi longa, acuta, vix emarginata, spina 1ª gracili spina 2ª paulo tantum breviore, spina 2ª valida capite longiore; pinnis pectoralibus acutis capite vix brevioribus ventrales fere attingentibus; ventralibus pectoralibus brevioribus acutis analem subattingentibus; anali dorsali plus duplo et capitis parte postoculari plus triplo longiore, acuta, emarginata; caudali lobis acutis $4\frac{1}{3}$? in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridescente, inferne argenteo; iride flavescente; pinnis flavescentibus.

B. 3. D. 2/7 vel 2/8. P. 1/15. V. 2/8. A. 2/27 vel 2/28. C. 6/17/6 lat. brev. incl.

Syn. *Leuciscus bramula* CV., Poiss. XVII p. 266.
Leuciscus rhomboidalis CV., Poiss. XVII p. 59?
Abramis bramula Rich., Ichthyol. Chin. Jap. in Rep. 15h Meet. Brit. Assoc. p. 294.
Abramis terminalis Rich., Ibid. p. 294?
Abramis rhomboidalis Rich., Ibid. p. 294.
Abramis mantschuricus Bas., Ichthyogr. Chin. bor. Nouv. Mém. Soc. Nat. Moscou X p. 239?
Rohtee bramula Blkr, Ichth. Arch. Ind. Prod. II Cypr. p. 281.
Chanodichthys bramula Günth., Catal. Fish. VII p. 327.

Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).

Longitudo speciminis descripti 230‴.

Rem. Les descriptions de Valenciennes et de Richardson ont été prises sur des dessins.

L'Abramis mantschuricus Bas. pourrait bien être de la même espèce, mais la description de M. Basilewski ne permet point de décision. La description de M. Günther est la première qui a été faite d'après nature, mais elle ne rend que les principaux caractères. Du reste elle donne la longueur de l'épine dorsale et la hauteur du corps un peu moindres que je ne les trouve dans l'individu envoyé par M. Dabry.

Parabramis pekinensis Blkr, Notice sur quelques genres et espèces de Cyprinoïdes de Chine, Ned. Tijdschr. Dierk. II p. 22.

Syn. *Abramis pekinensis* Basil., Ichth. Chin. bor. Nouv. Mém. Soc. Nat. Moscou X 1855 p. 239 Tab. 6 fig. 2.

Acanthobrama pekinensis Blkr, Ichth. Archip. Ind. Prodr. II Cypr. p. 282, 399.

Culter pekinensis Kner, Zool. Reis. Novar., Fisch. p. 360 Tab. 14 fig. 3.

Chanodichthys pekinensis Günth., Catal. Fish. VII p. 327.

Rem. La description que j'ai publiée de cette espèce fut prise sur un individu d'une longueur de 290'''. J'y trouvai pour les dents pharyngiennes la formule = 2.5.3 5.5.2. Dans l'individu de 270''' cette formule est = 1.5.3/3.5.2.

M. Günther a cru devoir réunir les genres Chanodichthys Blkr et Parabramis Blkr. Cependant les genres sont bien distincts. Outre les caractères que j'ai déjà indiqués dans mes Notices sur quelques genres et espèces de Cyprinoïdes de Chine, je puis maintenant en noter d'autres encore, qui ne sont pas moins importantes. Voici la diagnose des deux genres, telle qu'elle résulte de l'examen que j'ai pu faire sur nature.

Parabramis. Corpus *oblongum* valde compressum squamis *magnis* vestitum. Rostrum convexum. Rictus *parvus*. Maxilla inferior *non prominens*, symphysi nec hamata nec tuberculata. Os suborbitale anterius subpentagonum apice sursum spectans. Oculi *subposteri*. Apertura branchialis *non usque sub oculo* producta. Linea lateralis leviter curvata. Venter *valde compressus post ventrales acute carinatus*. Pinna dorsalis brevis *anali magis quam ventralibus* approximata, basi alepidota spinis 2 osseis edentulis armata spina posteriore magna valida edentula. Pinna analis valde elongata multiradiata.

Dentes pharyngeales compressorii 2.5.3/3.5.2 vel 1.5.3/4.5.2. Vesica motatoria *tripartita.*

CHANODICHTHYS. Corpus *elongatum* compressum, squamis *mediocribus* vel *parvis* vestitum. Rostrum *acutum.* Rictus *magnus* valde obliquus. Maxilla inferior *prominens,* symphysi nec hamata nec tuberculata. Os suborbitale anterius pentagonum apice sursum spectans. Oculi *superi.* Apertura branchialis *usque sub medio oculo* producta. Linea lateralis curvata. Venter *planus valde carnosus nullibi carinatus.* Pinna dorsalis brevis *ventralibus magis quam anali* approximata, basi alepidota, spinis 2 osseis edentulis armata, spina posteriore magna valida. Pinna analis elongata multiradiata. Dentes pharyngeales compressorii 2.3.5/5.3.2 vel 1.3.5/5.3.1 Vesica natatoria *bipartita.*

On pourrait ajouter à ces diagnoses que la physionomie des espèces des deux genres est fort différente, de sorte que le premier coup d'oeil doit faire sentir qu'on ait affaire à des types bien distincts.

Barilius (*Barilius*) *acutipinnis* Guich., Tab. XIII fig. 1.

Baril. corpore elongato compresso, altitudine $4\frac{3}{4}$ circ. in ejus longitudine absque-, 6 fere in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $1\frac{3}{4}$ circ. in ejus altitudine; capite acuto 4 circ. in longitudine corporis absque-. 5 circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{3}{5}$ fere-, latitudine capitis 2 et paulo in ejus longitudine; oculis diametro 4 circ. in longitudine capitis, diametro 2 circ. in capitis parte postoculari, paulo plus diametro 1 distantibus; linea rostro-frontali declivi rectiuscula; linea interoculari convexiuscula; naribus ante pupillae partem superiorem perforatis posterioribus anterioribus majoribus valvula claudendis; rostro acuto, apice ante pupillae partem inferiorem sito, oculo non vel vix breviore, non ante os prominente; osse suborbitali anteriore pentagono, apice sursum spectante; ossibus suborbitalibus 2° et 3° gracilibus plus triplo longioribus quam latis; maxillis aequalibus, superiore verticaliter deorsum parum protractili sub oculi margine anteriore desinente 3 circ. in longitudine capitis; maxilla inferiore subcochleariformi symphysi vix tumida; rictu mediocri obliquo; cirris conspicuis nullis; labiis mediocribus; sulco infralabiali symphysin non attingente; operculo laevi, latitudine $1\frac{1}{2}$ circ. in ejus altitudine, margine inferiore convexiusculo; apertura branchiali usque

sub oculo producta; dentibus pharyngealibus triseriatis 2.4.5/4.4.2 conicis acutis uncinatis; osse scapulari obtuse rotundato; cauda parte libera multo longiore quam alta; squamis parte libera subradiatim striatis, 40 circ. in linea laterali, 10 in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 4 dorsalem inter et lineam lateralem, 16 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali valde curvata, ventrali plus duplo magis quam dorsali approximata, singulis squamis tubulo simplice notata; pinna dorsali basi caudalis paulo magis quam apici rostri approximata, corpore paulo altiore, duplo fere altiore quam basi longa, obtusiuscula, convexa; pectoralibus acutis capite non brevioribus ventrales attingentibus; ventralibus sub radiis dorsalis anterioribus insertis obtusis rotundatis pectoralibus multo brevioribus, analem attingentibus; anali mox post anum incipiente, basi vaginula squamosa inclusa, dorsali multo longiore et altiore, acuta, plus duplo altiore quam basi longa, radiis fissis anterioribus elongatis et incrassatis; caudali lobis acutis 6 circ. in longitudine totius corporis; colore corpore superne olivascente, inferne argenteo; iride flava; pinnis flavescentibus vel roseis, dorsali media altitudine inter singulos radios macula oblonga nigra; caudali medio postice nigricante; anali medio membrana fusceseente-nigro arenata.
B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/14 vel 1/15. A. 3/9. C. 1/17/1 et lat. brev.
Synon. *Opsariichthys acutipinnis* Guich., Mus. Paris.
Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).
Longitudo speciminis descripti 115‴.

Rem. M. Guichenot a reconnu le premier cette espèce et l'a nommée Opsariichthys acutipinnis. C'est en effet un Opsariichthys d'après la définition de ce genre par M. Günther, mais en établissant l'Opsariichthys (Versl. Kon. Akad. v. Wet. XV p. 265), je l'ai compris dans un sens différent de celui de l'auteur du Catalogue of Fishes. Je n'y comprends que le Leuciscus uncirostris Schl. du Japon.

Pour moi l'espèce actuelle est un Barilius, comme le sont aussi les autres Opsariichthys de M. Günther. L'acutipinnis est voisin, par le nombre des écailles, par les rayons allongés et épaissis de l'anale, et par les taches noires de la dorsale, du Barilius platypus (Opsariichthys platypus Günth.) du Japon, mais dans celui-ci il y a une rangée longitudinale d'écailles de moins au-dessus de la ligne latérale et 42 à 44 écailles dans la ligne la-

térale, tandis que le corps y est plus haut, le museau plus obtus, l'origine de la dorsale plus près du bout du museau que de la base de la caudale, etc.

Hypophthalmichthys molitrix Blkr, Ichth. Arch. Ind. Prodr. II Cypr. p. 283; Günth., Cat. Fish. VII p. 298. Tab. XII fig. 4.

Hypophth. corpore oblongo compresso altitudine 3 ad $3\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine absque-, 4 circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{1}{3}$ ad $2\frac{1}{4}$ in ejus altitudine; capite acuto $3\frac{3}{7}$ ad $3\frac{1}{2}$ in longitudine corporis absque-, $4\frac{1}{5}$ ad $4\frac{3}{5}$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{5}$ ad $1\frac{1}{4}$ circ.-, latitudine capitis $2\frac{1}{3}$ ad $2\frac{1}{4}$ in ejus longitudine; linea rostro-dorsali fronte concaviuscula, nucha convexa; linea interoculari valde convexa; osse supraorbitali oculum superne magna parte tegente; oculis diametro 1 a linea rostro-frontali remotis, posteris, diametro 5 circ. in longitudine capitis, diametro 3 circ. in capitis parte postoculari, diametro $1\frac{3}{4}$ ad 2 distantibus; rostro acuto depresso oculo vix longiore, apice supra oculi marginem superiorem sito; naribus lineae rostro-frontali approximatis longe ab oculo remotis, posterioribus anterioribus majoribus; osse suborbitali anteriore irregulariter pentagono apice sursum et antrorsum spectante; ossibus suborbitalibus 2° et 3° gracilibus plus triplo longioribus quam latis; maxillis acie tenuibus; maxilla superiore inferiore paulo breviore, gracili oblique antrorsum parum protractili, ante oculum desinente, 4 circ. in longitudine capitis; maxilla inferiore cochleariformi, symphysi tuberculo subhamata, ramis latis parum distantibus margine interno parallelis; labiis tenuibus; sulco infralabiali brevi; operculo radiatim rugoso, duplo circ. altiore quam lato, margine inferiore convexo; ossibus pharyngealibus gracilibus parte basali fenestratis; dentibus pharyngealibus uniseriatis 4/4 compressis apice quam basi latioribus obtusis, facie posteriore convexis laevibus, facie anteriore (masticatoria) oblonga, carina obtusa longitudinali inaequaliter bipartita, striis numerosissimis transversis obliquis rugulosa; processubus arcuum branchialium anterioribus numerosissimis elongatis ramis branchialibus multo longioribus ex parte reticulatim unitis; apertura branchiali usque sub oculo producta; osse scapulari obtuse rotundato; ventre ante et post pinnas ventrales valde compresso acute carinato; cauda parte libera aeque alta circ. ac longa; squamis 115 circ. in linea laterali, 44 circ. in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 30 circ. dorsalem inter et lineam

lateralem, 75 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali antice praesertim valde curvata pinnae ventrali multo magis quam dorsali approximata singulis squamis tubulo simplice notata; pinna dorsali medio circ. ventrales inter et analem sita, radio 1° medio circ. oculum inter et basin pinnae caudalis inserta, corpore multo humiliore, duplo fere altiore quam basi longa, acuta, non emarginata; pinnis pectoralibus acutis, capitis parte postoculari longioribus, ventrales attingentibus, radio 1° sat lato; ventralibus lateribus ventris insertis, pectoralibus brevioribus, acutis, analem non attingentibus; anali mox post anum incipiente dorsali multo longiore sed humiliore, paulo longiore quam antice alta, acuta, emarginata; caudali lobis acutis $4\frac{2}{3}$ ad $4\frac{1}{2}$ in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridi, inferne argenteo; iride flava; pinnis flavescentibus vel roseo-flavescentibus.

B. 3. D. 2/8 vel 2/9. P. 1/18 vel 1/19. V. 2/6. A. 3/13 vel 3/14. C. 1/17/1 et lat. brev.

Syn. *Leuciscus molitrix* Val., Hist. nat. Poiss. XVII p. 268; Rich., Ichth. Chin. Rep. 15[th] meet Brit. Assoc. p. 295.

Leuciscus hypophthalmus Gr., Rich., Ichth. Voy. Sulph. p. 139 tab. 63 fig. 1.

Cephalus mantschuricus Basil., Ichth. Chin. bor. N. Mém. Soc. Nat. Mosc. X p. 235 tab. 7 fig. 3.

Hypophthalmichthys mantschuricus Blkr, Ichth. Arch. Ind. Prodr. II Cypr. p. 285.

Hypophthalmichthys Dabryi Guich., Mus. Paris.

Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).

Longitudo 2 specim. 160‴ et 212‴ absque-, 250‴ et 265‴ cum pinna caudali.

Rem. L'Espèce actuelle et la suivante bien que fort voisines l'une de l'autre, se font distinguer aisément par la ligne latérale, par les branchies et par la dentition. Le molitrix a la tête et la bouche plus petites, la ligne latérale tracée beaucoup plus près des ventrales, les rangées d'écailles au-dessus de la ligne latérale plus nombreuses, les appendices des arcs branchiaux beaucoup plus longs et en partie unis en forme de réseau, et les dents pharyngiennes à surface masticatoire divisée longitudinalement par une carène et rugueuse par de très nombreuses stries transversales.

M. Basilewski dit de cette espèce, qu'elle atteint une longueur de 4 pieds.

J'ai déjà dit (p. 5) que l'Abramocephalus microlepis Steind. est manifestement une espèce du genre Hypophthalmichthys voisine de l'Hypophthalmichthys molitrix. Le genre Abramocephalus est du reste parfaitement identique avec le genre actuel et ce n'est que la diagnose que M. Steindachner en a publiée qui doit être un peu modifiée, les détails qu'il donne de la carène ventrale et des stries de la surface masticatoire des dents pharyngiennss n'indiquant que des caractères spécifiques.

A en juger d'après la description de M. Steindachner, le microlepis se distingue du molitrix par la hauteur du corps qui mesure 4^1 fois dans la longueur totale, par le museau qui est plus long, par la dorsale et l'anale qui sont moins hautes, et par les écailles au dessous de la ligne latérale qui sont plus nombreuses (20 sur une rangée transversale entre la ligne latérale et la base de la ventrale).

Hypophthalmichthys nobilis Blkr, Ichth. Arch. Ind. Prodr. II Cypr. p. 283; Günth., Cat. Fish. VII p. 299. Tab. XIV fig. 2.

Hypophthalm. corpore oblongo compresso, altitudine $3\frac{1}{5}$ ad 3 in ejus longitudine absque-, $4\frac{1}{4}$ ad $3\frac{3}{4}$ in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{1}{4}$ ad $2\frac{1}{5}$ in ejus altitudine; capite acuto $3\frac{1}{5}$ ad 3 in longitudine corporis absque-, $4\frac{1}{4}$ ad $4\frac{3}{4}$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{2}{3}$ circ.-, latitudine capitis $2\frac{1}{4}$ ad $2\frac{1}{5}$ in ejus longitudine; linea rostro-dorsali capite declivi rectiuscula, nucha convexiuscula; linea interoculari maxime convexa; osse supraorbitali oculum superne magna parte tegente; oculis diametro 5 ad 6 in longitudine capitis, diametro $2\frac{1}{2}$ ad 3 in capitis parte postoculari, diametris 2 ad $2\frac{1}{2}$ distantibus; rostro acuto depresso oculo conspicue longiore, apice supra lineam oculi marginis superioris sito; naribus lineae rostro-frontali approximatis longe ab oculo remotis, posterioribus anterioribus majoribus; osse suborbitali anteriore irregulariter pentagono apice sursum et antrorsum spectante; ossibus suborbitalibus 2° et 3° gracilibus plus triplo longioribus quam latis; maxillis acie tenuibus; maxilla superiore inferiore breviore gracili oblique antrorsum parum protractili, ante oculum desinente, $3\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis; maxilla inferiore cochleariformi symphysi tuberculo subhamata, ramis latis parum

distantibus margine interno parallelis; labiis tenuibus; sulco infralabiali brevi; operculo radiatim ruguso duplo circ. altiore quam lato margine inferiore rectiusculo vel convexiusculo; ossibus pharyngealibus gracilibus parte basali fenestratis; dentibus pharyngealibus uniseriatis 4 4 compressis apice quam basi latioribus obtusis, facie posteriore convexis laevibus, facie anteriore (masticatoria) oblonga convexiuscula carina nulla bipartita ubique laevi striis nullis; processubus arcuum branchialium anterioribus numerosissimis ramis branchialibus non longioribus nullibi reticulatim unitis; apertura branchiali usque sub oculo producta; osse scapulari obtuse rotundato; ventre ante et post pinnas ventrales compresso acute carinato; cauda parte libera paulo ad non longiore quam alta; squamis 115 circ. in linea laterali, 44 circ. in serie transversali pinnam dorsalem inter et ventralem quarum 25 circ. dorsalem inter et lineam lateralem, 70 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali antice praesertim valde curvata pinnae ventrali vix magis quam dorsali approximata, singulis squamis tubulo simplice notata; pinna dorsali medio circiter ventrales inter et analem sita vel anali paulo magis quam ventralibus approximata, radio 1° medio circ. oculum inter et basin pinnae caudalis inserta, corpore multo humiliore, duplo fere altiore quam basi longa, acuta, non emarginata; pinnis pectoralibus acutis capitis parte postoculari longioribus, ventrales attingentibus, radio 1° sat lato; ventralibus lateribus ventris insertis pectoralibus brevioribus, acutis, analem non attingentibus; anali mox post anum incipiente, dorsali multo longiore sed humiliore, paulo longiore quam antice alta, acuta, emarginata; caudali lobis acutis 5? in longitudine totius corporis; colore corpore superne viridi, inferne argenteo; iride flava; operculo superne postice fuscescente; pinnis roseis vel flavescentibus, fusco plus minusve arenatis.
B. 3. D. 2/8 vel 2/9. P. 1/19 vel 1/20. V. 2/8. A. 3/13 vel 3/14. C. 1/17/1 et lat. brev.

Syn. *Leuciscus nobilis* Gr., Rich., Ichth Voy. Sulph. p. 100 tab. 63 fig. 3; Ichth. Chin. Rep. 15th meet Brit. Assoc. p. 295.
Cephalus hypophthalmus Steind., Cephal. hypophth. Verh. zool. bot. Ges. Wien 1866, p. 383 tab. 4.
Hypophthalmichthys mandschuricus Kner, Zool. Novar. Fisch. p. 350.
Hypophthalmichthys Simoni Guich., Mus. Paris.

Hab. Yang-tse-kiang flum. (Dabry).

Longitudo 2 speciminum absque pinna caudali 175‴ et 230‴.

Rem. Le nobilis se distingue du molitrix par la tête et par la bouche qui sont plus grandes, par la ligne latérale qui n'est presque pas plus éloignée de la dorsale que de la ventrale, par les rangées longitudinales d'écailles entre la dorsale et la ligne latérale qui ne sont qu'au nombre de 25, par les appendices des arcs branchiaux qui sont libres et pas plus longs que les rayons des branchies, par les dents pharyngiennes qui ne présentent à la couronne ni carène longitudinale ni stries transversales, etc.

Dans le nobilis, aussi bien que dans le molitrix, le ventre est comprimé en carène depuis la pectorale jusqu'à l'anale, et cette carène se continue au-dessous des ventrales de manière que les nageoires s'attachent bien au dessus du profil du ventre. Le genre approche par ce caractère des Chelae et des Macrochirichthys.

La Haye, Novembre 1869.

INDEX

SPECIERUM DESCRIPTARUM.

INDEX TABULARUM.

Tab. XII Fig. 1. Hypophthalmichthys molitrix Blkr.
" 2. Culter Dabryi Blkr.
" XIII " 1. Barilius acutipinnis Guich.
" 2. Acanthorhodeus Guichenoti Blkr.
" 3. Squaliobarbus curriculus Günth.
" XIV " 1. Leuciscus aethiops Basil.
" 2. Hypophthalmichthys nobilis Blkr.

GEORGIUS EVERARDUS RUMPHIUS,

AMBONSCH NATUURKUNDIGE DER ZEVENTIENDE EEUW.

DOOR

P. A. LEUPE.

Uitgegeven door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1871.

GEORGIUS EVERARDUS RUMPHIUS,

AMBONSCH NATUURKUNDIGE DER ZEVENTIENDE EEUW,

DOOR

P. A. LEUPE.

> When we consider that in his time, neither botany nor zoology had become a science, and consider, moreover, the amount and the accuracy of the information he gave us, we agree with his contemporains in giving him the high but will merited title of the Indian Pliny.
>
> Prof. BICKMORE, 1865 [1]).

INLEIDING.

Onder de beroemde mannen, die de 17de eeuw in verschillende takken van wetenschap heeft voortgebracht, behoort hij, wiens naam aan het hoofd van dit opstel staat. Een der baanbrekers op het gebied van de wetenschappelijke Botanie en Zoölogie, heeft Rumphius zich door zijn Herbarium Amboinense of Ambonsch Kruidboek, zoo ook door zijne Ambonsche Rariteitkamer eenen welverdienden naam verworven. Dat het eerstgenoemde veelomvattende werk het licht heeft gezien, danken wij aan den Hoogleeraar Burman, die het handschrift, nadat het eene reeks van jaren als verscholen lag onder de boeken en papieren der O. I. Compagnie, in de eerste helft der vorige eeuw heeft uitgegeven, en er de verdiensten van in het helderste licht stelde. In onze eeuw heeft de Hoogleeraar Blume, in zijn belangrijk

[1]) Zie Aanteekening 1.

en kostbaar werk [1]) nogmaals hulde gebracht aan de verdiensten van Rumphius op dit gebied.

Ook de Ambonsche Rariteitkamer, hoewel van veel minderen omvang dan het Kruidboek, is een zeer verdienstelijk werk; het werd in den loop der vorige eeuw meermalen uitgegeven, en dat het bij deskundigen zijne waarde nog niet heeft verloren, hiervoor pleit, dat slechts weinige jaren geleden de Amerikaansche geleerde, wiens woorden wij als motto voor ons opstel plaatsten, zich in 1865 uit Amerika naar Indië begaf, alléén om op de plaatsen zelve, waar Rumphius zijne verzameling bijeenbracht, eene dergelijke te verzamelen en daarin naar wensch mocht slagen [2]).

Maar behalve deze werken heeft Rumphius er nog eenige in handschrift nagelaten, waarover wij aan het einde van ons opstel het een en ander mededeelen.

Met uitzondering van het artikel over Rumphius in de *Biographie Universelle ancienne et moderne* (1825), wordt er in de biographische woordenboeken niet veel over Rumphius gevonden; er zijn eenige waarin men zijn naam te vergeefs zoekt, b. v. bij Hoogstraten, Moreri, Kok en de *Allgemeine Real-Encyclopedie;* in Iöcher's *Allgemeines Gelehrten-Lexicon* en in Nieuwenhuis' nieuwe uitgave vindt men slechts zeer korte opgaven hem betreffende, die onderling nog verschillen. Dr. W. R. Van Hoëvell heeft in zijn *Geschiedkundig overzigt van de beoefening van kunsten en wetenschappen in Neêrlands Indië,* in zijn Tijdschrift (1839) eenige welgeschreven bladzijden gewijd aan Rumphius en zijne werkzaamheden in Indië.

Eene dissertatie door A. G. L. T. Herschel, *Vita G. E. Rumphii, Plinii Indici* (Vratislaviae 1833) bevat vele en belangrijke bijzonderheden over Rumphius en zijne werken. De hoofdbron, waaruit de meest genoemde schrijvers hebben geput, is voornamelijk de *India Litterata* van Valentijn [3]); hierin vindt men, onder anderen, eene briefwisseling door Rumphius met eenige geleerden gevoerd, zoo als De Jager [4]), Cleijer, Ten Rhijne, De Vicq en Menzel, en die vooral wetenschappelijke onderwerpen betreffen. Alleen in eenen brief aan Menzel, van den 20 September 1680, schrijft Rumphius

---

[1]) Zie Aanteekening 2.
[2]) Zie Aanteekening 3.
[3]) Zie Aanteekening 4.
[4]) Zie Aanteekening 5.

iets van zijne jeugd, namelijk: »dat hij in het graafschap Solms geboren en te Hanau is opgevoed, waar zijn vader Augustus Rumphius eene betrekking bekleedde; dat hij door zijne zucht tot onderzoek gedreven, eene reis naar Portugal deed, van waar hij na een driejarig verblijf teruggekeerd, zich, nu 28 jaren geleden, naar Oost-Indië begaf enz."

»On nous a laissé peu de traits sur sa vie privée," zegt de steller van het artikel over Rumphius in de *Biographie Universelle,* de Heer De Petit-Thouars; men zou mogen veronderstellen deze te vinden bij Valentijn, die niet alleen van 1686—1694 te Amboina met hem bekend was, maar dien hij zijn boezemvriend noemt [1]); dit is echter het geval niet; wel treft men zijn naam hier en daar in zijn werk aan, maar in bijzonderheden treedt hij niet.

Dit heeft ons genoopt, om over het leven en de werken van Rumphius eene bron te raadplegen, die, voor zoo verre ons bekend is, met dit oogmerk nog niet is onderzocht. Wij bedoelen namelijk het Archief der voormalige Oost-Indische Compagnie. Met welk gevolg dit is geschied, moge de lezer uit het medetedeelene opmaken; in één opzicht waren onze nasporingen vruchteloos, te weten: of Rumphius vóór zijn vertrek naar Oost-Indië zich eenigen tijd in Brazilië heeft opgehouden, en waarvan vooral sprake is in de hiervoren genoemde dissertatie van Henschel; te vergeefs doorzochten wij de papieren der West-Indische Compagnie (waaronder Brazilië behoorde), want geen spoor hiervan werd er door ons ontdekt.

Uit de volgende bladzijden zal men ontwaren, dat Rumphius bezield was met eenen onbegrensden ijver en lust, en dit van zijne komst in Indië af tot in eenen hoogen ouderdom, de laatste dertig jaren onder voor hem zeer ongunstige omstandigheden, om voor zijne studie te leven en werkzaam te zijn; maar wij mogen hierbij niet onopgemerkt laten, dat de Bewindhebbers, de Hooge Regeering, maar vooral de Gouverneur-Generaal Camphuys en de Gouverneurs van Amboina, de een meer de ander minder, voor zoo veel dit in hun vermogen lag, medewerkten hem die taak gemakkelijk te maken en daarin behulpzaam te zijn.

Ons opstel was grootendeels gereed, toen wij werden verrast door eene mededeeling van een Heer W. N. Du Rieu, Conservator der Universiteits Manuscripten te Leiden, dat onder die verzameling zich bevonden eenige

1) Zie Aanteekening 6.

brieven van en aan Rumphius geschreven, zoo door den Gouverneur-Generaal Camphuys als anderen; door de welwillendheid van genoemden Heer en zijne belangstelling in onzen arbeid, werd het ons vergund afschriften van deze brieven te maken, die wij vermeend hebben onder de Bijlagen te mogen opnemen, eensdeels om hunnen belangrijken inhoud, die met ons opstel in verband staat, anderdeels doordien ze niet zijn opgenomen in de hiervoren genoemde *India Litterata*, die brieven bevatte, door Rumphius en anderen geschreven tusschen de jaren 1680—1689, terwijl deze tusschen de jaren 1692—1696 zijn geschreven.

Gaarne betuigen wij openlijk onzen dank aan den zoo verdienstelijken Conservator, aan wien wij de kennis dezer belangrijke brieven verschuldigd zijn.

---

§ 1. In eenen zeer belangrijken brief door Rumphius in 1663 uit Amboina aan de Bewindhebbers der Kamer Amsterdam geschreven [1]), zegt hij, dat zijn vader, Augustus genaamd, Bouwmeester te Hanau was, en dat hij, Rumphius, onder den naam van Jeuriaen Rumph van Hanau, in 1652 met het jacht Muyden als Adelborst [2]) voor de Kamer Amsterdam naar Indië is vertrokken. In dien brief geeft hij echter de redenen niet op, die hem daartoe hadden bewogen, evenmin waarom hij zich onder den naam van Jeuriaen in de boeken der Compagnie liet inschrijven, terwijl hij toch slechts weinige jaren later zich onderteekende: George Everard of Georgius Everardus Rumphius.

Het jacht Muyden liep op den 26 December 1652 uit Texel in zee, en kwam na eene reis van zes maanden en eenige dagen op de reede van Batavia ten anker. Waarschijnlijk vertrok Rumphius nog in den loop van 1653 naar Amboina, met de schepen, die ter versterking van de macht van De Vlaming Van Oudshoorn derwaarts werden gezonden, en die zich ter beteugeling van eenen belangrijken opstand in de Moluksche wateren

---

1) Zie Bijlage I.

2) Zie Aanteekening 7.

ophield. In 1655 bevond hij zich te Amboina, en werd hij door De Vlaming in het volgende jaar tot Vaandrig aangesteld. In 1657 nam hij bij deze betrekking nog die van Fabriekmeester waar, doch in datzelfde jaar verwisselde hij den degen met de pen, toen hij door den Gouverneur Hustaerd tot Onderkoopman en Hoofd te Larike [1]) werd benoemd, in plaats van den Koopman Evert van Hoorn, die op zijn verzoek uithoofde van ziekte daarvan werd ontslagen: »In syne plaets hebben wy tot Larique geemployeert den Ondercoopman Juriaen Rumph, dewelcke hier aen 't casteel voor Vaendrich en Fabryck dienende, tot de militaire chargie niet wel gehumeurt was, ende dierhalven op syn versoeck met bovengenoemde plaets is begunstight, waerinne hy de E. Compagnie ongelyck beter dienst sal cunnen presteren" [2]).

Rumphius gaf den Gouverneur zoo veel genoegen in dezen nieuwen werkkring, dat hij hem, drie jaren later, de meer omvangrijke betrekking van Hoofd over de kust van Hitoe [3]), met den provisionelen rang van Koopman, opdroeg, bij het vertrek van daar van den Koopman Willem Maetsuycker, die eene reis naar Batavia wenschte te maken, hoewel de Gouverneur gaarne gezien had, dat deze daar nog eenigen tijd zoude hebben willen verblijven. »Maer dit anders uytvallende, nemen wy de vryheyd om UEd. tot syn vervanger te recommanderen, den persoon van Juriaen Rumphius, Ondercoopman tot Larique, dewelcke by provisie het transport van Sr. Maetsuycker heeft overgenomen, een man van nuchteren bequaemheyt, die sich heel wel na de humeuren der Amboinesen weet te schicken, het Arabisch schrift lesende en schryvende, daerenboven geleert in allerley slach van wiscunsten; in voegen wy al twyfelen souden, of hy UEd. tot Batavia in verscheyden gelegentheden genen noch beteren dienst soude doen" [4]).

Toen het volgende jaar het Fiskaalsampt te Amboina openviel, werd hem door den Raad met algemeene stemmen dit ambt opgedragen, doch hij verzocht van het aannemen er van verschoond te blijven. Dit gaf aanleiding, dat de Gouverneur nogmaals op zijn vroeger gedane voordracht terug kwam. »Dewyle den Coopman Willem Maetsuyker niet wedergekeert is,

---

1) Zie Aanteekening 8.

2) Missive van den Gouv. en Raad van 9 Sept. 1657 aan de Hooge Regeering te Batavia.

3) Zie Aanteekening 9.

4) Als voren 26 September 1660.

blijft Sr. Rumphius het comptoir te Hila [1]) bekleeden, ; versoeckende dat het UEd. gelieven hem mits desen en uyteynde van syn ondercoopmans verplichtinge, de qualiteyt en gagie van Coopman te vereeren, waertoe onse recommandatie zoodanig is als UEd. voorheenen nopende de byzondere bequaemheden van zyn persoon hebben geschreven."

De Hooge Regeering bewilligde in de voordracht van den Gouverneur, en schreven hem bij hunnen brief van 17 Februarij 1662, dat zij aan Rumphius de kwaliteit van Koopman hadden verleend, onder een nieuw verband voor vijf jaren, op eene bezoldiging van zestig guldens 's maands.

Het was in Mei 1663, dat Rumphius een open brief aan den Gouverneur Simon Cos — die Hustaerd had vervangen — ter hand stelde, met verzoek dien door zijne tusschenkomst naar Batavia aan de Hooge Regeering te zenden, om van daar naar het Vaderland aan de Bewindhebbers met de eerstvertrekkende retourvloot gezonden te worden.

Het was die brief, waarvan wij reeds met een enkel woord melding maakten; wij noemden dien zeer belangrijk, en o. i. terecht, want daaruit zien wij, dat hij reeds sedert eenige jaren een begin had gemaakt met de grondslagen te leggen van de werken, die hij in later tijd voltooide, en die zoo veel tot zijnen verkregen roem zouden toebrengen. Het is om zijnen belangrijken inhoud, dat wij hem als Bijlage in zijn geheel mededeelen [2]).

Gaarne voldeed de Gouverneur aan het verzoek van Rumphius, zoo ook de Hooge Regeering, die aan den Gouverneur den 27 November 1663 in antwoord schreef: »Het versouckschrift van den Coopman Rumphius, sullen met de aenstaende vertreckende retourschepen, aen de Heeren Bewindhebbers der Kamer Amsterdam, onder Comp. papieren voortsenden, met voorschryven, dat HaerEd. believen consent te dragen tot het oversturen van alsulcke instrumenten en boecken, als hy tot syne studie gevorderd heeft."

Hunne voorschrijving luidde aldus: »Uyt Amboina is ons van eenen Georgius Everhardus Rumphius van Hanau, Coopman ende Opperhooft van de custe Hitoe, toegecomen seker request, in copie nevens desen gaende, daerby denselven versoeckt UEd. passagie gelieven te vergunnen voor hem

---

1) Zie Aanteekening 10.

2) Zie Bijlage I.

eenige boecken ende instrumenten, die den Eerwaerden Predicant Rullicius op zyn ordre tot vervolg van gemelte Rumphius syn studien gecocht heeft; ende voornoemde D°. Rullicius wyders op verthooninge van procuratie uyt gemelte Rumphius verdiende ende te goet hebbende maandgelden te betaelen als denselven, uytwysende de Amboinsche soldyeboecken, is competerende. Ende dewyl meergemelde Rumphius den naem heeft van een bequaem ende leergierig persoon, daarenboven van een goed leven is, versoucken wy voor denselven UEd. hem volgens zyn voorstel per requeste, gelieven te accomoderen, ende 't selve aen ons te addresseren, wy sullen versorgen het nae Amboina aen hem voortbesteld wordt" [1])

Bij resolutie van den 21 Mei 1665 der Kamer Amsterdam »werd goedgevonden ende verstaen mitsdesen te consenteren, dat aen G. E. Rumphius, Coopman in Amboyna en fabryck of Ingenieur aldaer, sullen mogen worden gesonden eenige boecken, voor hem alhier op syn ordre ingecocht, mits dat alvorens op het packhuys sullen worden gevisiteert, ende onder de facture van de Comp. na India gesonden."

§ 2. De Gouverneur Cos overleed den 24 Februarij 1664, het bestuur over het Gouvernement werd a. i. gevoerd door den Gouverneur van Banda Johan Van Dam, tot dat in het begin van Januarij 1666 het bestuur over deze provincie door hem aan Pieter Marville werd overgegeven, die daartoe van Batavia gekomen was. Deze vermeende redenen te hebben om den Opperkoopman Maximiliaen De Jongh, die de betrekking van Tweede persoon bekleedde, van daar te moeten verwijderen en naar Batavia op te zenden. Met overleg van den Raad benoemde hij bij provisie in zijne plaats den Koopman Rumphius, »althans subaltern Hoofd-Resident in Hitoe, een persoon UEd. uyt vorige papieren genouchsaem bekent, en die tot dat ampt de vereyschte bequaemheyt is hebbende" [2]).

In zijn particulier schrijven aan de Hooge Regeering van den 28sten der zelfde maand, zet de Gouverneur breedvoerig de redenen uiteen, die hem bewogen hadden, den Opperkoopman De Jongh te demitteren; terwijl hij zich in de volgende bewoordingen over Rumphius uitlaat: »Wat belangt

---

[1]) 19 December 1663. G. Gen. en R. v. I. aan de Vergad. van XVII.
[2]) Gouv. en R. aan de H. R. 27 April 1666.

den Coopman Rumphius, dien wij in Sr. De Jonghs plaetse geëligeert hebben, van denselven en can ick noch geen recht oordeel geven, alsoo ick niet lang met hem omgegaen hebbe. Hij heeft den roem en oock het uyterlyck aensien, te syn een man van goede kennisse en ervarentheyt in dese landen, bysonder op de kust van Hitoe. Van een goet en statigh leven en en van een onbillycken (sic) maer nedrigen en heusschen ommegangh, en vooral van een conscientieux en oprecht gemoet, niet gierigh ofte inhaligh. Ende indien de plaetse syner geboorte in Hoochduytslandt zyn persoon UEd. niet onaengenaem en mochte comen te maken, zoo zoude ick eerbiedelyck versoucken, dat UEd. hem daerinne absoluyt geliefden te bevestigen, zonder een ander als Tweede persoon herwaerts te senden. Hy sal my in veele dingen, bysonder in de sterckte bouwcunst zeer wel in de handt comen; soo UEd. echter anders daerover geliefden te disponeren, ick sal my gaerne daerna voegen, wy hebben hem in sulcken geval toegestaen syn out comptoir op Hitoe weder te mogen innemen."

Weldra nam Rumphius de administratie van De Jongh over; in den brief van den Raad, waarbij hiervan aan de Hooge Regeering kennis werd gegeven, voegen zij er bij: »Ende heeft ons (R.) wyders versocht dat wy dit syn bygeveogde request [1]) nevens onse papíeren souden willen senden ende met een letterken in syn faveur daerby gedencken, 'twelck wy hem niet hebben willen weygeren; versoeckende derhalven eerbiedelyck dat UEd. daerop favorabel gelieven te disponeren, alsoo wy achten dat de Comp. daerby geen ondienst en sal geschieden, hebbende in dese landen nu al omtrent de 15 jaren [2]) geresideert, en sulcx grondige kennisse van de gelegentheden van dien en van de humeuren der inwoonderen, bysonder op de cust van Hitoe vercregen."

In zijnen particulieren brief van den 6 September 1666 aan de Hooge Regeering zet de Gouverneur den stand der zaken op de kust van Hitoe uiteen, en neemt daaruit aanleiding nogmaals op Rumphius terug te komen. »Ondertusschen stae ick vast in bedencken wie dat men best op Hitoe zal leggen. Sr. Rumphius heeft daer wel de beste kennisse en ervarentheyt, ende en isser oock niet ongenegen toe, zoo hij de Tweede plaets alhier

---

[1]) Zie Aanteekening 11.

[2]) Zie Aanteekening 12.

niet absoluyt en krygt, gelyck hy het oock in zulcken gevalle expres bedongen heeft. Ende daerom versoeck ick met schuldige eerbiedicheyt dat UEd. met d'eerste bezendingh op dese plaets gelieven te delibereren en bevestigen Sr. Rumphius of zenden een ander Oppercoopman herwaerts."

Wij vonden in de resolutiën van de Hooge Regeering niets betreffende de voordracht van den Gouverneur en den Raad te Amboina, over de benoeming van Rumphius tot Opperkoopman en Tweede in dat Gouvernement. Maar wel lezen wij in den brief van de Hooge Regeering, den 25 November 1666 aan hen gezonden: dat zij hoogst ontevreden waren over de handelwijze van den Gouverneur ten opzichte van den Opperkoopman De Jongh, waarvoor zij de opgegeven redenen zeer gezocht achtten [1]); ze geven hun kennis dat in zijne plaats te Amboina zal aankomen de Opperkoopman Anthoni Hurdt van Timor, terwijl ze ten aanzien van Rumphius er bijvoegen: »Sullende den Coopman Rumphius weder in zyn ouden dienst als subaltern Hoofd op de kust van Hitoe worden gebruyckt, alwaer in desen sorgelycken tyt wel een goeden toesicht vereyscht wordt."

Op den 24 Februari 1667 kwam de Opperkoopman Hurdt te Amboina, Rumphius gaf hem eenige dagen later de administratie over, waarna hij op den 8 Maart weder naar zijne oude standplaats te Hitoe vertrok. Nauwlijks een maand daarna, op den 10 April, overleed de Gouverneur Marville; in zijne plaats kwam — na een interim van eenige maanden — op den 25 November de Buitengewone Raad van Indië en gewezen Gouverneur van Banda, Jacob Cops.

Hoe kort de tijd van het bestuur van Marville ook geweest is, blijkt het uit zijne gehouden correspondentie, dat hij een zeer lastig man is geweest voor al degenen, die de eer hadden onder zijne bevelen te dienen. Valentin geeft ons verschillende staaltjes op van zijne handelingen, en onder deze ook dit, »dat hij Rumphius op het stadhuis zette" [2]).

In het Dagregister van Amboina vinden wij hiervan niets opgeteekend, het komt ons integendeel voor, dat Rumphius het zeer wel met hem kon vinden, en vermeenen hiervoor een bewijs te zien in de resolutie van den Raad van den 27 Februarij 1667, waarbij hem het volgende gunstbewijs

---

[1]) Zie Aanteekening 13.
[2]) 2de deel, fol. 221, Ambonsche zaken.

werd toegekend: »Op het versoeck van den Coopman G. E. Rumphius wort hem uyt insigte van de moeyte die hy in de provisionele bedieninge van 't Secunde persoons ampt, 't sedert 't vertreck van den Oppercoopman Sr. M. De Jongh gehad heeft, toegestaen en in vryen eygendom vergunt, seker stuckie landt, by hem sedert syn aenwesen hier aen 't casteel beslagen, gelegen aen de S. O. syde van 't Stadhuys aen des casteels pleyn; dewyl hetselve by vercoopinge geoordeelt wort doch niet meer te sullen opbrengen als ongeveer 100 Ryeksdaelders, ende sal hem daervan een erfbrief in debita forma worden verleend."

§ 3. Rumphius, wiens laatste verband in dit jaar verschenen was, wendde zich tot de Hooge Regeering met het verzoek om eenige maanden buiten dienst der Comp. ter voortzetting zijner studiën te blijven, en daarna naar Batavia te mogen opkomen. De Hooge Regeering had echter bedenkingen tegen het toestaan van zijn verzoek: »den Coopman G. E. Rumphius (mits tyts expiratie) versocht hebbende 8 à 10 maenden stilstandt van alle bedieningen ende administratie tot de geruste bevordering van syne curieuse studiën, ende alsdan 't aenstaende jaer in syne Coopmans qualiteyt naer Batavia te mogen overkomen; zoo is daer op gelet ende verstaen, dat wy alsnu naer de constitutie van de presente tyden niet wel mogen resolveren tot desselfs voorschreven versoeck. Immers zal hy noch gelieven tot A°. aenstaende te continueren, ende wanneer denselven dan mocht persevereren bij de genegentheyt tot vertreck, soo sall daerop behoorlyck worden gelet. Maer nadien hy volgens 't voorschreven request in syn employ op de cust van Hitoe, door de mindere occupatiën, meerder tydt ende beter gelegentheyt heeft gehadt als aen 't groote Casteel, om d'opgemelde curieuse studiën te bevorderen, soo sullen wy wel mogen lyden, dat hy geaccomodeert, en hem soo veel leedigen tydt gegundt worde als sonder verachteringe van 's Comp. dienst geschieden kan [1])."

Rumphius bleef derhalve bij voortduring zijne betrekking op Hitoe waarnemen; de verschijning van een comeet of staartster gaf aanleiding dat de Gouverneur op den 5 Mei 1668 aan de Hooge Regeering schreef: »Er valt wyders niet anders te adviseren, dan dat, boven 't geen aengeroert is, dese

---

[1]) Missive der H. R. aan Gouv. en R. te Amboina 1668 14 Februarij.

Provincie noch in gewenste rust en vrede staet, soo verre oock dat wy geen openbaer noch verborgen swaricheden te gemoet sien, ten waere d'Almachtige hand Godts tot straf ons die beliefde toe te schicken; geensints te hopen zynde dat de *vierige roede,* by ons Dagregister op 7 Maert verleden (na de mathematische ervaerentheyt van den Coopman Rumphius) beschreven, daeraf een voorbode sal wesen, 't welck zyne Majesteyt wil verhoeden." Het Dagregister is niet aanwezig, waardoor wij verstoken zijn de beschrijving van dit natuurverschijnsel door onzen Rumphius hier te kunnen opnemen [1]).

De Opperkoopman en Tweede persoon Anthoni Hurdt, tot Gouverneur van Banda benoemd zijnde, kwam hierdoor die betrekking andermaal vacant; vermoedelijk zou Rumphius nu wel daarvoor in aanmerking zijn gekomen, ware het niet dat hij verzocht had, om naar Batavia te mogen opkomen, want wij lezen in den brief van de Hooge Regeering van 10 Januarij 1669 aan den Gouverneur en Raad: »Door dese verandering is in Amboyna comen te vaceren, de plaets van Tweede persoon over de geheele Provintie, en dewyl ons by brieven van verleden jaere gebleecken zy, dat den Coopman G. E. Rumphius, Opperhoofd op de custe van Hitoe, inclinatie is hebbende om uit Amboyna te vertrecken, ofte immers om aldaer niet lange te verblyven, soo ist dat op desselfs persoon niet wel staet te maecken wesende, alhier naer een habiel minister, bequaem tot de voornoemde chargie, wordt uytgesien."

Bij hunnen eerst volgenden brief [2]) werd Rumphius toegestaan naar Batavia te mogen vertrekken. »Van den Coopman G. E. Rumphius by onsen gemelten jongsten gesproocken wesende, soo hebben wy op synen persoon ende inclinatie achtgevende, goetgevonden denzelven te licentieeren om met syn familie herwaerts te mogen overcomen, wanneer dat van UE. versoecken mocht."

Rumphius bleef bij zijn voornemen om van de hem vergunde toestemming gebruik te maken, en wel met een der laatste van de in den loop van dit jaar vertrekkende schepen [3]). Hij maakte zich derhalve tot zijn vertrek gereed, en hoopte dit met het jacht Willigenburg te bewerkstelligen;

---

1) Zie Aanteekening 14.

2) 7 Februarij 1669.

3) Missive van Gouv. en R. van 1 Mei 1669 aan de H. R.

doch dit jacht liep Amboina voorbij, waarom hij aan den Gouverneur schreef[1]: »Verders hebbe tot myn leedwesen moeten verstaen dat de Heer Maximiliaen de Jongh[2]) met het selve schip verby is gewandelt, daermede ick vermeynde naer Batavia te vertrekken, dienvolgens gedwongen worde UEd. te openbaren, dat byaldien geen ander raet of gelegentheyt voor te slaen is, als het onnosel fluytje Loenen, wiens gestaltenis my ten vollen bekent is, dat segge, alsdan myn opbreken met dese laetste besendinge nootsaeklyck moet gestaekt blyven, alsoo ick d°. fluytje tot overvoer van myn familie gantsch ongelegen vinde; sullende de Monsrs sollicitanten nae dese plaets, insgelycx nevens my tot nader gelegentheyt moeten patientie dragen, waermede enz." De Gouverneur antwoordde hem op dit schrijven[3]: Dat hij zeer verwonderd was, dat hij na daartoe verlof te hebben bekomen, niet met de fluit Loenen de reis wilde maken; dat hij dat vaartuig zeer geschikt achtte; dat hij het aan den wal had laten halen en schoonmaken, en dat het volgens de getuigenis van den schipper zeer dicht en de huid nog vrij goed was, zoodat indien hij moest vertrekken, geen zwarigheid zoude maken er met zijne familie aan boord te gaan enz. Bovendien zouden het de Gouverneur en de Hooge Regeering hem zeer euvel duiden, dat hij die goede gelegenheid had laten voorbijgaan, daarbij kon hij den Koopman Adriaen De Leeuw, die hem van Batavia was gezonden nu niet plaatsen. Hij had aan De Leeuw het antwoord van hem (Rumphius) bekend gemaakt, waarop deze had verzocht om met zijn huisgezin met Loenen weder naar Batavia terug te keeren, »in welcken gevalle wy seer dubiteren off UEd. becomen licentie in aenstaende niet en sal worden gecontramandeert; dan het en comt de E. Comp. niet altyt gelegen de Coopluyden, sonder veel dienst te doen, soo te laten over en weêr varen."

Doch met dit antwoord achtte zich Rumphius niet uit het veld geslagen, maar repliceerde hierop[4]: »Uyt UEd. jongste missive hebbe mede in 't breede verstaen dat UEd. eenige swarigheden wegens myn overblyven voorstelt, ende voorneemt my ten beste te raeden, waervoor niet naelaten can UEd. nedrig te bedancken. Maer ick kan egter nog niet sien, waerom ick

---

1) 9 Julij 1669.
2) Zie Aanteekening 15.
3) 10 Julij 1669.
4) 18 Julij 1669.

door dit haesten dat ongerief my op den hals sal haelen, ende myne familie, dewelcke naest Godt, myne sorge bevoolen is, als een party schapen in dat cleen vaertuyg op malcander packen. Immers ick can sulcx niet begrypen uyt Haer Edelheden woorden in de publycke en private brieven deses jaers, dewelcke wel duydelyck myn opbreecken in myne keuze hebben believen te stellen. Welcke woorden buyten twyffel gestelt syn uyt insigte van myn request Anno 1667 afgesonden; waerby ick niet alleen versocht hebbe nae Batavia op te breecken, maer oock dat my alvoorens een stilstand van 's Comp. dienst voor eenige maenden mogte toegestaen worden, om myn ondersoeckinge van Amboinaes gewassen etc. voor myn vertreck te mogen voltooyen, *zynde dit wel het meeste oogmerck waerom ick my in India begeven hebbe;* den voorschreven stilstand hebbe niet eer genieten cunnen, voor en aleer Amboina wederom tot een vast Gouvernement gebragt zy geweest, dog hebbe nu soo veele maenden daertoe niet meer van nooden. En hadde ick wel soo eene drooge als natte mousson, nae 't ontfangen consent voor de handt gehadt, en daer was beter gelegentheyt voorgevallen als met Loenen, ick soude voorseecker by myne vorige resolutie blyven. Maer Monsieur de Leeuw vooruyt te gaen, en den my gepresenteerden, jae genoegsaem gedestineerde plaets te preoccuperen, dat soude ick mede niet gaerne sien, want ick meyne wegens d°. plaets nogmaels te schryven ende te versoecken dat voor my mogte opengehouden werden. Ende ick agte dattet met Monsr. de Leeuw op 4 à 5 maenden niet sal aencoomen, die ick misschien alhier nog stae te blyven, als wanneer hy immers van nooden sal syn en alrede niet ledig loopt aen 't casteel. Wil hy dan immers vooruyt gaen, en krygt d°. plaets, dat moet ick geschieden laeten, denckende dat my denselven van Godt niet toegelegt zy, doch verhoope beter. Loenen alhier verschynende, sal niet naelaten 't selve met aendagt te besigtigen, ende overleggen of het suffisant mogte syn tot myn overvoer, doch als nog hout my den twyfel bevangen. Het gevalle dan soo 't can of wil, versoecke ootmoedig dat UEd. uyt myn overblyven (soo 't aldus syn moste) geen mishagen gelieve te scheppen, betrouwende sulcx by Haer Edelheden te Batavia insgelycx sal goet maecken ende versoecken UEd. dat *ick in myne particuliere studiën by dit overblyven alsoo nutte dingen voor 't gemeyne wesen soecke te effectueren als by myne tegenwoordige Coopmanschap* [1]),

---

[1]) Namelijk in zijne betrekking van Koopman.

welcke masque ick voor dese tyt dragen moet, om het dagelyxse broot voor my en de myne te winnen. Hiermede enz."

De Gouverneur Cops berustte in dit schrijven van Rumphius, en gaf er in zijnen eerstvolgenden brief aan de Hooge Regeering kennis van [1]), deze nam er mede genoegen in, maar wenschte echter dat Rumphius zich bepaald verklaarde hoe en wat hij van meening was te doen [2]).

§ 3. Doch Rumphius zoude de reis naar Batavia niet ondernemen; slechts weinige maanden toch nadat dit schrijven te Amboina was ontvangen, trof Rumphius het smartelijk ongeluk blind te worden. Is dit voor een ieder in welke betrekking der Maatschappij ook geplaatst een allertreurigst lot, in het bijzonder moest dit het zijn voor onzen geleerden natuurkundige, den uitnemenden plantenkenner van Amboina en aangelegen eilanden, die zich dit ongeluk door te veel inspanning bij zijne studiën en het dagelijksch wandelen in de hitte der zon had op den hals gehaald. Het was met deze lakonieke woorden, dat Gouverneur en Raad aan de Hooge Regeering van dit treurig ongeval kennis gaven [3]): »Den Coopman Rumphius is nu sedert eenige weken blind geworden."

De Gouverneur besloot in Rade, Rumphius aan het kasteel te ontbieden, »om te vernemen wat hope tot zyne beterschap zy, *geoordeelt hy zoo blyvende den vereysten dienst van hem niet te trecken sal wesen"* [4]).

Op den ontvangst van het aanschrijven hiertoe antwoordde Rumphius [5]): »Ick hebbe uyt UEd. missive van gisteren de ordre verstaen, dat ick eens nae 't casteel soude opcomen, waerop onderdanig tot antwoord diene, dat my voor dese reys ondoenelyck vallen sal eenige reyse aen te nemen, alsoo 't minste aenschouws van het stercke dageligt, het weynige ligt tot mynen eenigen troost in myn één oog overgebleven, soodaenig krenckt, dat ick eenige dagen daernae niets bekennen can. Boven dat is myn hoofd geduirig met sinkinge geplaegt dat ick het stercke schudden by 't overdragen [6]) ende varen niet soude verdragen connen, gelyck onlangs by myn

---

1) 11 September 1669.
2) Missive van de H. R. naar Amboina 6 Januarij 1670.
3) 9 Mei 1670.
4) Resolutie van 13 Mei 1670.
5) 17 Mei.
Zie Aanteekening 16.

overcomen tot myn nadeel ondervonden hebbe. Aengesien dan dat ick dese reyse niet soude connen ondernemen, sonder myn accident in een ongeneesbaren staet te setten, en soude dan nog by overcomen misschien weynig dienst connen doen, soo wil ick hoopen ende hiermede eerbiedig versocht hebben, dat UEd. gelieve hiervan my te verontschuldigen. Waermede enz."

Maar men scheen aan het kasteel onverbiddelijk te zijn; de Gouverneur schreef hem terug [1]), dat het hem leed had gedaan te vernemen, dat hij uit vrees van zijn toestand te verergeren, zich wilde verschoonen van over te komen, en dat zij van harten hadden gewenscht, dat het beter met hem ware gesteld, maar »dat daer de verduystering van UEd. gesicht nu al een geruymen tyt heeft geduirt, en dat by onverwacht voorval niet wel gerust souden connen syn, op de versekering der costelycke cust van Hitoe, hebben wy heden in Rade van Amboina goet gevonden UEd. persoon by provisie te doen vervangen door den Fiscael Willem van Zyll, wes UEd. sich gelieft gereed te maecken, tot het doen van transport, sonder anders, zyt naer groote Godt in genade bevolen."

Het moet eene groote teleurstelling voor Rumphius geweest zijn, dat men zoo weinig acht op zijn niet onbillijk verzoek sloeg; hij besloot zich te onderwerpen aan de gegeven bevelen [2]). »D'onverwagte ordre van myn comptoir over te geven is my gisteren met UEd. missive toegebragt, dewelcke nu soo vast gestelt synde, my onderdanig zal onderwerpen; dat hadde mogen wenschen, dat ick sulcx in de voorleden maent April hadde gehadt, om te beter gelegentheyt ende weêr tot myn verhuysen te hebben. Ick vertrouw echter dat met myn vervanger een bequaem vaertuygh herwaerts sal comen, waerop ick myn huysraet ende party van myn familie sal connen inbarqueeren. *Hoe ick myn persoon sall overbrengen, is my nog onbekent, doch hoope dat my Godt tegens die tyt soo veel stercken sal, dat uyt den nood een deugt connen maecken.* Ondertusschen sal ick myne boecken op ultimo Mey effen stellen om in volgende Juny transport te connen doen, doch versoeck te weten den tyt omtrent myn vervanger alhier staet te verschynen, om tegens dien tyt de transporten van de buytenplaetsen [3]) te mogen ontbieden, dewelcke men andersins op een sprong niet hebben can, waermede enz."

---

1) 20 Mei 1670.

2) 22 Mei 1670.

3) Buitenposten.

Den 15 Junij vertrok Van Zijll van het kasteel, om Rumphius te vervangen; met het vaartuig waarmede hij te Hitoe kwam vertrok een gedeelte van het huisgezin van Rumphius, zijn inboedel, boeken enz. Doch niet zonder veel moeite en gevaar kwam dit vaartuig aan het kasteel terug, zoodat Rumphius nadat hij het bestuur over de kust aan Van Zijll had overgegeven, besloot zich over den zoogenaamden korten weg [1]) naar Amboina te begeven, waar hij den 21 Junij met het overige gedeelte van zijn familie aankwam.

Den 3 Julij gaf de Gouverneur aan de Hooge Regeering kennis, dat hij Rumphius door den Fiscaal Van Zijll bij provisie had laten vervangen en zulks om de hiervoren opgegeven redenen.

Gouverneur-Generaal en Raden schijnen zijne belangen beter te hebben behartigd, dan de Gouverneur Cops dit vermeende te mogen of te kunnen doen, want den 20 September wendde Rumphius zich met een verzoekschrift aan de Hooge Regeering en hoewel dit stuk niet aanwezig is, kunnen wij uit het onderstaande schrijven van de Hooge Regeering naar Amboina [2]) afgezonden, wel opmaken waarin het verzoek van Rumphius heeft bestaan: «Op de requesten van de Coopluyden Rumphius en van Zyll enz. is geresolveert en besloten, dat de gagie van den Coopman Rumphius vooreerst noch tot nader ordre sal blyven voortloopen, alsoo noch niet buyten hope van genesinge schynt te wesen, *te meer syne langduyrige, goede en onopspraeckelyke diensten, en dat het oock misschien noch op Hitoe met syn persoon wel wat had mogen aengesien worden;* sonder nochtans boven de gagie hem iet anders, wegen de Comp. goet te doen, gelyck hier een gebruyck is met personen die geen dienst en doen. Maer is evenwel in opsien van syn persoon verstaen, dat in Rade des Gouverneurs, oock van Justitie als andere Comp. vergaderingen, daerinne voor desen plach te verschynen, oock nu (vermogens synde) sal hebben te verschynen, besonders oock overal syn oude sitplaets en rang, sonder vercleyninge in dien deele".

Den 20 Januarij 1671 werd dit schrijven hem in Rade door den Gouverneur medegedeeld, terwijl hij een maand later werd benoemd tot Commissaris en Praeses in het Collegie van Huwelijkszaken.

---

[1]) Zie Aanteekening 17.

[2]) 29 December 1670.

§ 5. Drie jaren gingen er nu voorbij, dat Rumphius, voor zoo verre zijne blindheid en ambtsbezigheden dit toelieten, zich aan zijne geliefkoosde studiën kon wijden, toen die kalme rust op eens gestoord werd door eene gebeurtenis, die de geheele provincie van Amboina met schrik en angst vervulde; wij bedoelen de ontzettende aardbeving, die aldaar op den avond van den 17 Februarij 1674 plaats had, waarbij duizende menschenlevens verloren gingen en eene groote schade aan have en goed aan de ingezetenen berokkend werd. Het was eene aardbeving zoo allerhevigst als men bij menschengeheugenis nooit had bijgewoond [1]). Onder degenen die door deze ramp zeer diep werden getroffen, vooral ook door de positie waarin hij zich bevond, behoorde onze Rumphius, die het verschrikkelijke lot trof, er zijne vrouw en jongste dochter bij te verliezen. Het komt ons onnoodig voor een verhaal van deze gebeurtenis te geven, die door Rumphius werd beschreven [2]), maar wij verwijzen onze lezers naar Valentijn, die het in zijn werk heeft opgenomen [3]), zonder echter den naam van den schrijver te noemen; het is evenwel niet zoo volledig als dat, hetwelk door den Gouverneur naar Batavia werd gezonden. In het Dagregister van het kasteel Victoria vinden wij eenige bijzonderheden betreffende de familie van Rumphius vermeld, die niet in het verhaal of de beschrijving van deze ramp zijn opgenomen, en die wij vermeenen onzen lezers niet te mogen onthouden; wij vinden daar het volgende:

»Saturdag 17 February 1674.

»Des avonts tusschen half en 8 uiren, wesende goet weder en maenligt overvalt dit landt uytten N. en N. W. zoo schrickelycke aerdbeving als hier by gedencken van oude lieden noyt vernomen is . . . .

. . . .

Onderwyl had men al vernomen het ongeval omtrent d'Chineese straet gebeurd, door 't instorten van alle de steenen pedacken ofte huysingen van den Capiteyn der Chinesen en d' weduwe Nonco, waer omtrent veel volcks van alle kanten byeengeloopen was, om te besien het spelen der Sinesen met papieren paerden, op hunnen tegenwoordigen nieuwejaerstyd, na ouder gewoonte, dog buyten voorweten en verzogte licentie van d'Heer Gouverneur

---

1) Zie Aanteekening 18.

2) Als voren.

3) II Deel, fol. 231 et seq., Ambonsche zaken.

wien derhalven oock seer t'onvreden was, vermits den presenten toestand des vaderlands [1]) zulke ydelheden niet geheugde. Ende waerom Zyn Ed. zich te meer verwonderde over de uytgelaten nieuwsgierigheyd van sommige kyckers, van welcke oock een goet deel (hoeveel kan noch niet gesegt werden) omgecomen zyn [2]), ende onder andere de huysvrouw van den Coopman G. E. Rumphius met haer jongste dochtertje, alsmede de weduwe van den gewesen Secretaris des Raeds van Justitie Joannes Bastinck, welcke gesamentlyck door zeeckere Sineese vrouw aengeroepen ende genoodigt zynde, op 't gevoel van d'eerste dreuning willende wegloopen, de muur van 't huys achter op den rugge kregen, ende alsoo daeronder deerlyck versmoorden, onaengesien deselve soo spoedig als mogelyck was opgegraven wierden. Gemelte Rumphius was even te voren voorby 't selve huys om een avondwandeling gegaen en noch door zyn vrouw en dochter aengeroepen, doch had zulcks geweygerd; waeraen de schickinge Godes tot zyn behoud klaer gebleecken is, want zoo hy geseten ware, zoude ongetwyffeld, mits zyn blindheyd, geen ontkomen voor hem geweest hebben. Erbermelyck was het dien man by deze zyne lycken te zien zitten, alsmede aen te hooren zyne weeklacht, beyde op dit toeval ende zyne blindheyd gepast."

Den volgenden dag vergezelde de Gouverneur benevens de geheele Raad de begravenis dezer vrouwen, die zoo jammerlijk waren omgekomen.

Dat deze smartelijke gebeurtenis niet zonder invloed op zijne werkzaamheden is geweest, mag men wel veronderstellen; het is dan ook niet vóór 1679, dat wij weder iets van zijne studiën vernemen. In het begin van dat jaar werd hem door de Hooge Regeering nog een klerk toegestaan [3]) tot vervolg van de Ambonsche Historie, zoodat dan ook nog in den loop van het jaar dit werk onder den titel van »De Historie van Amboina sedert de eerste possessie van de E. Comp. tot den jare 1664, beschreven door den Coopman G. E. Rumphius", door tusschenkomst van den Gouverneur aan de Hooge Regeering kon worden gezonden [4]).

Met deze woorden berigtte de Hooge Regeering de ontvangst van dit werk [5]): »De Historie van Amboina door den Coopman Rumphius geschre-

---

1) De oorlog met Engeland en Frankrijk.

2) Zie Aanteekening 19.

3) Missive van 22 Februarij 1679.

4) Missive van 23 September 1679.

5) 17 Februarij 1680.

ven, hebben met goed behagen ontfangen, ende blyft denselven daerover, als ten respecte van syne bysondere ervarentheyt ende laborieusheyt in het onderhandsche werck van een Herbarium, by ons in goede estime. UEd. zullen 't zelve boeck voor een secreet ende zeer dienstich document van de Secretarye houden [1]) ende niet verder laten copieeren." — Hieraan gaf de Gouverneur gevolg: »de Ambonsche Historie blyft op dese Secretarie als een secreet gearresteert, zoo is dan oock den Coopman Rumphius tot meerder faciliteyt boven syn eerste Clerck nog toegevoegt den provisionelen Assistent Daniël Crul, die U Hoog Edelh. voor dat faveur nederig comt bedancken" [2]).

§ 6. Er verloopen weder eenige jaren, zonder dat wij iets van zijn studiewerk vernemen, niet dat hij zich uitsluitend hiermede onledig kon houden; het tegendeel blijkt veel meer, als wij zien hoe hij behalve het wäarnemen van zijne betrekking als Lid in den Raad en het Voorzitterschap van het Collegie van Huwelijkszaken [3]), bijna dagelijks geraadpleegd werd over de meest heterogene zaken, waartoe zijne bekende bekwaamheden en veeljarige ondervinding aanleiding gaf. Nu eens vinden wij rapporten en advisen door hem uitgebragt over kerkelijke zaken — hij was meermalen Commissaris Politiek — dan weder over fortificatiewerken of landbouw; hier leest men van hem »een korte beschrijving van den saguwboom", elders een van den »Cajoe-Cassiboom". In één woord, men moet zich met regt verwonderen, dat iemand als Rumphius, bij het gemis van het gezigt en dat onder eene tropische zon, nog zoo werkzaam kon wezen.

Een zijner uitgebragte adviezen, en wel dat over den Ambonschen landbouw, in 1686 gegeven, kwam ons belangrijk genoeg voor, om in eene Bijlage mede te deelen [4]). Valentijn heeft van hem in zijn werk opgenomen een advijs en consideratiën aangaande de fortificatie van het kasteel Victoria 1673 [5]).

Doch het scheen alsof er geen zegen op zijn arbeid mogt zijn; op den

---

[1]) Zie Aanteekening 20.
[2]) Missive van 17 Augustus 1680.
[3]) Zie Aanteekening 21.
[4]) Bijlage II.
[5]) Deel II, fol. 238, Amb. zaken.

11 Januarij 1687 had er te Amboina voor de tweede maal binnen het jaar een zware brand plaats, waarbij de Hollandsche wijk geheel en al in de asch werd gelegd [1]). Dubbel noodlottig was deze brand voor Rumphius, die in deze wijk woonde, want niet alleen dat zijn inboedel er bij verloren ging, maar ook een groot gedeelte van zijne boeken, handschriften en bijeenverzamelde zeldzaamheden werden daarbij door den brand vernield. Met deze woorden maakte de Gouverneur Dirck de Haes deze ramp, voor zoo verre zij Rumphius betrof, aan de Hooge Regeering bekend [2]):

«UEd. Hoogachtbare hebben mede gelieven in hare missive van den 17 January 1680 [3]) aen den Oud-Coopman G. E. Rumphius te recommanderen, dat hij na voltooying van de Ambonse Historie, het Ambonse Cruytboeck zou trachten te volmaecken; nu is 't zelfde zoo goet als ten eynde gebragt, en waren oock alreeds voor zeven honderd ende 20 capittelen, waeruyt de twaelf boecken des geheelen wercx bestaen, de helft vån de nodige figuren zoo door hem als andere teyckenaers vervaerdigt, maer zyn deselve door den laetsten brand op den elfden January deses jaers, nevens veele andere schriften en boecken vernielt, zynde het principael werck ter naeuwer noot gesalveert. Indien dat UEd. H. Achtb. meeninge nog is, dat hetzelfde werck tot volkomentheyt gebracht werde, zoo zal het aenstaende jaer een teyckenaer herwaerts dienen gesonden te worden, dewelcke nevens desselfs soon Augustus Rumphius [4]) omtrent een ander halff oft twee jaren die schade zouden vergoeden connen; alzoo geoordeelt wert, dat gemelte werck zonder figuren weynig nut ende aensien zoude hebben, al zoude men alleen de voornaemste daervan opmaecken, versoeckende deselven verders dat het UEd. Achtb. goede geliefte mogt zyn, den aengevoegden eysch van boecken onsen algemeene ingevoegt [5]) onder zoodanige voorwaerden als daer in uytgedruckt staet uyt het vaderland voor hem mogte ontboden werden."

Ook zijne Landbeschrijving was bij den brand verloren gegaan, doch hiervan was nog eene copie bij een ander aanwezig. »De Ambonse Landbeschryvinge, welck onder den Oud-Coopman Rumphius plag te zyn, is in

---

[1]) Missive van 15 Mei 1687 aan de H. R.

[2]) Als voren 18 Augustus 1687.

[3]) Zie vorige blz.

[4]) Zie Aanteekening 22.

[5]) Deze lijst is niet aanwezig.

den laesten brant aen een kant geraeckt, doch daervan nog afschrift te vinden by den Coopman Moris, dien 't selve van den Ondercoopman Veeckens geleent is, daeruyt het wel weder dubbelt mag uytgeschreven werden, om 't eene ter secretarie te plaetsen ende 't andere aen den Ed. Rumphius weder te geven" [1]).

De Hooge Regeering gaf gaarne gehoor aan het verzoek van Rumphius door den Gouverneur gedaan, en schreef dienaangaande naar Amboina [2]): »'t Is jammer dat het Ambonse Kruytboeck van den Ed. Rumphius met de figuren door den jongsten brand vernielt is, doch weder goet dat de minute nog behouden is gebleven, en dat 't selve werck oversulcx door desselfs soon Paulus Augustus, nevens een goed teeckenaer weder in $1\frac{1}{2}$ jaer afgeteeckent gerestaureert soude kunnen werden. Ten dien eynde senden wy UEd. hiernevens een teeckenaer, met name Philips van Eyck van Amsterdam, zynde een scheepsjongeu in 's Comp. dienst, en door zyn jonge jaren te bequaemer om na de onderrigting van desselfs soon verder aen te leeren. De geeyste boecken door den gemelden Rumphius zyn volgens de ontfangen catalogus, nu jongst uyt het Vaderland gevordert."

Men krijgt achting voor den geleerde, die den moed heeft om een werk te hervatten, waarvoor hij reeds meer dan dertig jaren te voren de grondslagen had gelegd. Onder zijne leiding werkte men dan ook zoo ijverig, dat de zes eerste boeken van zijn Herbarium reeds in 1692 op reis naar het vaderland waren [3]).

§ 7. Den 15 September 1693 zond de Gouverneur Nicolaes Schagen eene Landbeschrijving naar Batavia. »U HoogEdelh." — zoo schrijft hij — bekomen nu oock de Landbeschryvinge van Amboina, door desselfs autheur den Ed. Rumphius gecorrigeert en in zyn presentie gecollationeert, ingevolge van desselfs onderteeckening; met byvoeginge van een kleine voorreden, dienende tot advertentie van de lezers, ontrent eenige dingen, mitsgaders een bequaem register en verklaring van namen en woorden, in het werck veeltyds occurerende, die een ieder niet bekend zyn. Versoeckende wyders

---

[1]) Schriftelyck berigt, door den Heer Gouverneur Padtbrugge voor zyn opvolger den Heer de Haes opgesteld den 18 Augustus 1687.

[2]) 3 Maart 1688.

[3]) Bijlage III—IV.

tevens dat UHEdelh. gelieve ten beste te duyden, de schryffoutjens oft niet al te nette correctien, die er nog mogten wezen overgebleven, zynde niet juyst altyd de deugt van degeene die een moye letter maecken, dat se met eenen correct ende zonder vicien schryven."

»De Ambonse Historie hadden wy gaerne met deselve hand geschreven gehad en hier bygevoegt, maer is tot daertoe geen tydt genoeg geweest, zulcx wy UHEdelh. toesenden een exemplaer dat hier nog overig is, en door gemelde Ed. Rumphius van zyne fouten verbeterd, verschillende maer alleen in de verdeeling van twee en drie capittelen, die in onse copiën in tweeën zyn gesplitst."

Wánneer de zes eerste boeken van het Herbarium van Amboina naar Batavia zyn verzonden, hebben wij tot dus verre niet kunnen opsporen, doch vermoeden dat dit in 1690 of 1691 is geschied, want op het register der van Amboina afgezonden papieren enz. leest men onder dagteekening van 24 September 1692: »Een bundeltje met seyldoeck benayt, gemerckt A. K. B. daerin eenige figuren met een apendix van het Ambons Kruytboeck, volgens een apart register," zonder dat wij verder hierover iets in de brieven vermeld vinden.

Maar nog was het einde niet daar van de rampen, die het ongelukkige Herbarium moesten treffen. Ging in 1687 een groot gedeelte van het destijds gereed zijnde door een brand verloren, de zes boeken die in 1692 naar het vaderland waren gezonden, gingen met het schip Waterland te gronde [1]).

Gelukkigerwijze had de Oud-Gouverneur-Generaal Camphuys ze laten afschrijven vóór dat ze met Waterland op reis gingen. Ze werden nu andermaal, vermeerderd met nog drie boeken — sedert van Amboina bij de Hooge Regeering ingekomen — met het schip Sir Jansland in 1696 aan de Bewindhebbers gezonden.

»De minuyte der ses eerste boecken van het Ambons Kruydtboeck van den Coopman G. E. Rumphius, met het schone schip Waterland in den jare 1692 verongeluckt ofte te gronde gegaen zynde, zyn uyt de copyen die de Heer Out-Gouverneur-Generael Camphuys Z. G. daervan gehouden hadde, zoo goet als het heeft konnen geschieden, weder in 't geheel ge-

---

[1]) Zie Aanteekening 23.

copieert, en te zamen nevens nog de dry volgende boecken, zoodanig ons die jongst uyt Ambon van den gemelden Rumphius zyn toegecomen, in een casse affgepackt, dewelcke nu met het schip Sir Jansland nog mede tot UEd. Agth. overgaet, zynde buytendien ook nog een affschrift van het register op voorsz. boecken te vinden, in de casse met papieren van onse secretarye" [1]).

Gelijk wij zagen, had Rumphius in hetzelfde jaar, waarin de eerste bezending naar het vaderland verloren ging, een appendix daarop gemaakt en naar Batavia gezonden, maar zoodra was hem de mare van het ongelukkige schip Waterland niet ter ooren gekomen, of hij beijverde zich het reeds afgezondene te verbeteren en te vermeerderen, en dit met zoo veel ijver, dat de Gouverneur Schagen reeds op den 30 September 1694 aan de Hooge Regeering kon schrijven:

»Den Oud-Coopman G. E. Rumphius verstaen hebbende, dat de ses eerste deelen van het Ambonse Kruydtboeck op het ongelukkig schip Waterlant te gronde ende verlooren zyn gegaen, heeft zich sedert beneerstigt eenige verbetering ende vermeerdering op deselve deelen te maecken, zynde den aanhangsel off appendix overgesonden voor twee jaren, daer ingetrocken. En aengesien dat hy mede verstaen heeft, dat deselve onder opsigt van den Wel-Edelen Heer Oud-Generael Joannes Camphuys staen gecopieert te worden [2]), zoo heeft hy de voorschreven vermeerdering, bestaende in ontrent 33 vellen schrifts en 102 nieuwe figuren, in een bundeltjen in wit linnen benayt ende gemerckt A. K. B., onder andere secretarys papieren UHEdelh. willen toesenden, om den gemelde Heer Camphuys te behandigen, opdat het onder het copieren by het principale werck mogt bygevoegt worden, waerdoor dan de voorheen gesondene appendix niet noodig zal zyn."

Zoo ziet men Rumphius bij eenen ruim zestigjarigen ouderdom nog altijd onvermoeid werkzaam, om het reeds afgewerkte gedeelte van zijn Herbarium te vermeerderen en te verbeteren. Het is derhalve niet zonder reden, dat hij in zijn arbeid belang blijft stellen, ook nadat het uit zijne in andere handen is overgegaan. Wij vinden hiervoor het bewijs in het onderstaande schrijven van Amboina [3]): »Den Oud-Coopman G. E. Rumphius verstaen

---

[1]) Missive van de H. R. aan Bewindhebbers 8 Februarij 1696.

[2]) Bijlage V—VII.

[3]) 15 Julij 1696.

hebbende, dat syne Botanise schriften, die hy van tyd tot tyd overgesonden heeft, nae 't overlyden van den Edelen Heer Oud-Gouverneur-Generael Joannes Camphuys, [1]) getransporteert zyn aen den Edelen Heer Raed Ordinairis Isaacq de St. Martin, en na zyne gissinge wat confuys leggen, soo heeft hy noodig g'agt, met ons advys, syne beyde klercken, namentlyck den provisionele Adsistent Johan Philip Sipman, per desen, ende den teyckenaer Philip van Eyck, per onsen laesten bodem over te senden, om onder opsigt van welgemelde Heer St. Martin, de voorsz. papieren in behoorlycke ordre te brengen; soo in schrift als in figuren, het manquerende by te setten, volgens medegegeven notulen en soodanig te schicken, dat se neffens de drie resterende boecken, dewelcke met deses jaers laeste schip staen nagesonden te worden, bequaem mogen zyn, indien 't UHEdelh. gelieven goed te vinden, en de gelegentheyt sig presenteert, met d'aenstaende besending nae 't Vaderland voortgeschickt te worden.

»Hy vertrouwt, dat het door voornoemde syne beyde klercken sal konnen g'effectueert worden, alsoo sy 't meeste deel van dat werck opgemaeckt ende gevolgelyck grondige kennisse daer aff hebben, 't welck verrigt synde is haerlieder voornemen, onder UHoogEdelh. consent, met de eerste gelegentheyt te repatrieeren, dewyl haer verbonden tyd ten vollen g'expireert is."

Aan den Heer de St. Martin schreef Rumphius met dezelfde gelegenheid den brief, dien wij in de Bijlagen mededeelen [2]).

Met de laatste van Amboina vertrekkende schepen van dat jaar [3]) werden de drie laatste deelen van zijn Herbarium naar Batavia gezonden, zoo als de Gouverneur dit in zijn vorig schrijven had gemeld. »Den Oud-Coopman Rumphius send tegenwoordig onder onse secretary's papieren over, de drie laeste deelen van het Ambonsche Cruydeboeck, naementlyck het 10, 11 en twaelfde boeck, met de noodige figuren, waerby hy onderdanig versoeckt dat het Uwe HoogEdelh. gelieven moght deselve met de eerste gelegentheyt naer het Vaderlant te senden, ende aen de Ed. Heeren Bewinthebbers te laten behandigen, alsoo dese drie laeste boecken niet behoeven gecopieert

---

[1]) Bijlage VIII.

[2]) Bijlage IX.

[3]) 24 September 1696.

te worden, vermits de minuten by hem compleet zyn. Hy vertrouwt dat de negen voorgaende boecken, tegenwoordigh onder den Edelen Heer St. Martin berustende, mede sullen klaer zyn, om tegens die tyd tezamen nae het vaderland te worden versonden.

Om deselve te redden ende in ordre te brengen, is met het schip Hobree vooraff gesonden, syn adsistent Johannes Philip Sipman, ende tegenwoordigh op het fluytscheepje de Haen, tot medeverantwoording der nagellading, zyn teyckenaer Philip van Eyck, om aen het voorgaende werck te helpen, volgens memorie hem Sipman medegegeven; waerdoor dito Rumphius ontbloot is van een bequaem Adsistent en teyckenaer, en zyne resterende schriften moeten wachten tot dat hy wederom voorsien is."

§ 8. Eindelijk had Rumphius het genoegen te vernemen, dat zijn Herbarium naar het vaderland was verzonden [1]): »Het Ambonse Kruytboeck van den Coopman G. E. Rumphius is nu *ten vollen* nae het vaderland, aen d'Edele Heeren Principalen gesonden, te weten: de drie laetste deelen met syn gewesen schryver, den provisionelen Adsistent Johan Philip Sipman, ende teyckenaer Philip van Eyck, per de nu even vertrocken retourschepen, ende de negen vorige off eerste deelen, met de retourvloot van 't voorleden jaer [2]). Maer wat 't seggen wil, 't geen by UEd. laetste missive van den 24 September 1696 gesegt wert, dat de Ed. Rumphius, met syne resterende schriften nu moest wagten, tot dat hy weder van een ander schryver en teyckenaer voorsien zoude zyn, wilden wy wel wat nader g'interpreteert hebben ende specialyck hoedanige geschriften daerby verstaen worden."

Op dit schrijven gaf de Regeering te Amboina, het onderstaande antwoord [3]): »Tot het copieren van de Ambonsche Landbeschryving en groote Landkaert is reeds de vereyschte ordre gesteld, en zullen met onse laetste advysen tot UwHoogEdelhedens worden overgesonden [4]).

»Den Oud-Coopman G. E. Rumphius, blyft UwHoogEdelheden nedrig danckbaer, dat zy de goedheyd hebben gehad zyne Botanise schriften, be-

---

1) Missive H. R. aan den Gouverneur te Amboina 17 Januarij 1697.
2) Zie Bijlage X.
3) Den 20 Mei 1697.
4) Zie Aanteekening 24.

staende in twaelf boecken, volkomentlyck nae 't vaderland aen de Edele Heeren Bewinthebberen voort te zenden, hoopende dat te syner tyd, Uw HoogEdelh. luyster en goede diensten, voor diegeene die hier in Indië woonen, daeruyt sal volgen. Maeckende wyders UHEdelh. bekent, dat het voornaemste van syne resterende schriften 't geen hy nu onderhanden heeft, is, een auctuarium off toegift, hetwelcke hy nog eenigen tyd meene onder sigh te houden, om alle soodanige planten daer in te voegen, als hem in dese Provincie noch zouden mogen voorkomen; eenelyck UHEdelh. consent versoeckende, dat hy daertoe uyt de militie alhier, een bequaem en taelkundigh schryver magh uytsoecken, die hem daerin helpen kan, gelyck hy reeds een uytgevonden heeft, nevens een borst, die eenighsints het teyckenen van den vertrocken Philip van Eyck geleert heeft, ende als nogh by hem is.

»Onder den voorschreven Coopman Rumphius, berusten noch eenige andere schriften doch van minder belangh, en die hy derhalven UwHoogEdelh. niet zeer durft aenprysen, zynde de Ambonse Rariteytkamer, bestaende in *drie* boecken, ende noch *drie* andere boecken van Land- Lugt ende Zeegedierte deser eylanden, om welcke te perfectioneren hy zelffs weynigh moed heeft wegens zyn ouderdom ende aengroeyende swackheden. Echter versoeckt hy nochmael UwHoogEdelh. op het nederigste, dat hy een schryver en een teyckenaer, voor syne misschien weynige resteerende jaren syns levens magh behouden, *om de geesten wat werck te geven, zonder het welck hy anders sorgt in melancholy zyne dagen te sullen moeten eyndigen*"

Wij hebben niet gevonden, dat aan het verzoek van Rumphius, om een schrijver en teekenaar te mogen hebben, officiëel is voldaan geworden, maar vermeenen dat de Gouverneur het hem oogluikend zal hebben toegestaan, ten einde de werken die hij nog onderhanden had, en waarvan hier boven wordt gesproken, te kunnen voltooijen.

De groote Landkaart van Amboina werd, benevens de Landbeschrijving, den 25 September naar Batavia gezonden, terwijl wij in hun schrijven van den 12 October van hetzelfde jaar (1697) nog lezen: »T'sedert het affsenden van de Ambonsche Land-beschryving in dato 25 September jongstleden, heeft den Coopman Rumphius ons ter hand gesteld, een Lyst van alle de successive Ambonsche Heeren Gouverneurs, UwHoogEdelh. versoeckende dat het zoodanig achter voorschreven Landbeschryvingh mag werden ingevuld."

§ 9. Intusschen waren de naar het vaderland gezondene Handschriften van Rumphius aldaar aangekomen, en door Commissarissen uit de Bewindhebbers in ontvangst genomen. In hun verbaal van 16 Augustus 1697 vindt men hierover het navolgende opgeteekend:

»Vrydagh den 16 Augusti 1697.

Seeckere geslooten kasse met papieren jonxt uyt Indien, met 't schip Sir Jans Lant overgekomen, by de Heeren Commissarissen geopent en besightigt synde, is bevonden, in te houden een stel van het Ambonsche Kruytboeck, dat is: een beschryvingh van de meest bekende boomen, heesteren, kruyden, land- en waterplanten, die men in Amboina en de omliggende Eylanden vint, nae haere gedaente, diverse benamingen en gebruyck, mitsgaders voor 't meeste deel met de figuren daertoe behoorende, met veel moeyte en arbeydt byeengebraght en beschreven, door G. E. Rumphius van Hanau, Oudt-Coopman en Raedspersoon in Amboina; mitsgaders, onder de naem van Plinius Indicus, Lit van de Illustre Academia Curiosorum Naturae, in 't Duytsche Roomse Ryck opgereght [1]). Bestaende in 9 boecken, verdeelt in 631 Capittelen; synde de minute der ses eerste boecken, met Waterlandt in den jare 1692 verongeluckt, die uyt de copiën, die den Oudt-Gouverneur-Generaal Camphuys daervan gehouden hadde, weder gecopiëert, nevens de drie volgende, door voornoemde Rumphius nae Batavia geschickt, en door Generaal en Raden herwaerts gesonden. Welck werck, als van een bysondere curieusheyt, en waerinne verscheyde nutte en aenmerkenswaerdige saecken soude kunnen vervat staen, d' Heeren Commissarissen voornoemt, hebben goetgevonden, dat onder 't opsight van den Advocaet Scott, byeengebraght off ingenayt sal worden, om ter naester vergaderingh van de Seventiene geproduceert, en wyders overwogen te worden, hoedanigh men daermede in 't verder sal handelen. Des hebben haer Edels om voorn. Rumphius eenigermaten voor desselfs veelvuldigen arbeydt dieswegen te recompenseren, niet kunnen afwesen, omme de vergaderingh van de Seventiene, by dese in bedencken te geven, off deselve niet soude kunnen goetvinden, dat desselfs zoon, den Ondercoopman Paulus Augustus Rumphius, althans Opperhooft op Larique, van Ondercoopman tot Coopman met *f* 60 ter maent, van hier wiert geavanceert en aengestelt".

---

[1]) Zie Aanteekening 25.

De Heeren Zeventienen deelden in het gevoelen van de Commissarissen, ten gevolge waarvan in hunnen brief aan de Hooge Regeering van den 9 October 1697, geinsereerd werden deze regelen: »De yver en moeyte by den Out-Coopman G. E. Rumphius aengewent ende genomen, met het formeren van het Ambonsche Kruydboeck, ons jonghst met Sir Jans Lant toegekomen, is waerlyck een werck, dat wy bevinden met veel kennisse, studie ende applicatie samengestelt ende uytgewrocht te syn; behelsende, onder andere notabele stucken, verscheyde die niet alleen van speculatie en curieusheyt syn, maer die te gelyck een bysondere nuttigheyt, en light in veele, ende bysonder ten reguarde van de Moluxe speceryen, de culture ende 't havenen van dien enz. komen te geven, is ons bysonder aengenaem tevoorengekomen. Waeromme wy, omme die pryselycke moeyte niet onbeloont te laeten, en voornoemde Rumphius by provisie eenigermate dieswegen te remunereren, hebben goedgevonden desselfs soon P. A. Rumphius, Ondercoopman ende jonghst Hooft op Larique, te avanceren ende aan te stellen tot Coopman, met een tractement van *f* 60 ter maent, gelyck hy daertoe aengestelt werd by dese, sullende voorsz. verhoogingh ingaen op den ontvangh deses.

»Doch alsoo wy bevinden, dat in dit werck deese ende geene affteeckeningen, als anders komen te deficieren, soo wenschten wy wel dat die defecten, soo 't mogelyck is, ons mochten toegesonden werden, om soodanigh loffelyck stuck werkx niet onvolmaeckt te hebben; het ongeluckigh blyven van 't schip Waterland [1]), dat met het originele is te gronde gegaen, vernieuwt ons by dese occasie weder de geheugenisse van dat smartelyck verlies."

Het berigt van de benoeming van den zoon van Rumphius tot Koopman, kwam in het begin van 1699 in Amboina, waarvan hem onmiddellijk werd kennis gegeven; zeer dankbaar waren beiden voor de onderscheiding, aan den vader in den zoon bewezen. Beiden schreven een brief van dank aan de Bewindhebbers: »den Oud-Coopman Rumphius en desselfs soon den Coopman en anders het Hoofd ten Comptoire Larique, send hiernevens een open missive [2]) aen d'Edle Agtbare Heeren Bewinthebberen in het Vaderland, tenderende eenelyck tot dancksegginge dat Haar EdelHoogAgtb. den laetstgenoemde met de character van Coopman hebben gelieven te honoreren,

---

1) Zie Aanteekening 23.

2) Missive Gouvern. aan de H. R. 25 September 1699.

ootmoedig versoeckende dat UHoogEdelh. 't selve onder Comp'. papieren het begeerde adres gelieven te laten besorgen.

Gemelde Cooplieden Vader en Soon, betuygen oock haer schuldige danckbaerheyt aen UwHoogEdelh. dat UHEdelh. de goedheyt hebben gehad haer het extract uyt de generale missive van de Heeren Principalen, waerby de voorschreven promotie tot Coopman geschied is, te laten toekomen."

Hunnen brief deelen wij in eene bijlage mede [1]). Wij vonden dien echter niet in de overgekomen brieven en papieren van Batavia, maar in het werk van den Hoogleeraar Blume, reeds vroeger door ons aangehaald [2]).

§ 10. Met het klimmen zijner jaren namen ook de krachten van Rumphius af, zoodat hij zich genoodzaakt zag meer rust te nemen: »Den Oud-Coopman G. E. Rumphius, door syne accresserende ouderdom veele debiliteyten onderhavig, verscheyden malen instantie hebbende gedaen, om van het Presidentschap van het Collegie des Kleynen Gerigts en Huwelyckszaecken, geexcuseert te mogen worden, hebben wy [3]) by resolutie van den 8 Juny passato, daervan ontslagen, en in desselfs plaets wederom gesurrogeert den Ondercoopman Johannes Philippus Sipman, die oock ten selven dage, vermits den voorschreven Coopman, door syne indispositie veel maelen dese vergadering niet conde bywonen, ende door de impotentie van den Fiscael Jan van Hoorn, insgelycx tot een permanent Lid van dese tafel aengenomen is."

Toch bleef Rumphius nog zoo veel in zijn vermogen was werkzaam, want zijn auctuarium kwam in het volgende jaar gereed: »Den Oud-Coopman G. E. Rumphius heeft den Gouverneur gedaen verzoecken [4]), dat het *laetste* werck van syn Herbario, synde een auctuarium off een toegifft, tot UwHoogEdelh. mogte overgesonden worden, 't geen den Gouverneur syn Ed. gaerne toegestaen heeft, en gaet nu onder No. 28 tot UHEdelh. over. Doch tot narigt van UHEdelh. soo dient geweten te worden, dat van alle de figuren die daerinne leggen, seer weynig of geen minuten off affteeckeningen daervan hier overgebleven syn, sulcx sy om de seeckerheyt op Batavia wel sullen dienen met UHEdelens believen gecopiëert te worden, om by quaede toevallen (gelyck meer gebeurt is) daervan niet versteecken te blyven."

---

[1]) Bijlage XI. Zie Aanteekening 26.

[2]) Zie Aanteekening 2.

[3]) Missive van den Gouverneur en Raad van 24 September 1700.

[4]) Als voren 24 September 1701.

Op Batavia gaf men aan dezen wensch gehoor, en werd aan den Gouverneur te Amboina hiervan kennis gegeven, die hierover zeer te vreden was: »Wy bedancken UHoogEdelheden [1]) dat het gesondene auctuarium van het Herbarii Rumphii, eer het na het Vaderland gesonden is geworden, hebben laten copiëeren, *aengesien van dien ouden Heer niets meer te verwachten sal syn, als uytgeleeft hebbende.*"

En inderdaad nog geen maand na het schrijven van deze regelen, eindigde Georgius Everardus Rumphius zijn welbesteed leven. Hij stierf op den 15 Junij 1702, in den ouderdom van 75 jaren [2]).

Nu zoude men ten minste hebben verwacht, dat de Gouverneur in zijn eerstvolgend schrijven aan de Hooge Regeering, met een enkel woord den overledene had herdacht, en er op gewezen, hoe en op welke wijze hij zijn verdienstelijk, nuttig en werkzaam leven eindigde. Het tegendeel is waar, men leest zijn dood slechts als tusschenzin vermeld; na eenige zaken betreffende de Weeskamer gemeld te hebben, vervolgt hij: [3]) »Daerentegen hebben wy Haer Ed. (de Weesmeesters) aengesegt, het capitael van den Oud-Coopman G. E. Rumphius (*die op den 15 Junio jongstleden uytgeleeft heeft*) groot vier duysent Rycksd. afteleggen, om de Comp[ie] van die lasten te bevrijden enz."

Het Dagregister van Amboina over dezen tijd ontbreekt, zoodat wij niet hebben kunnen nagaan op welke wijze de teraardebestelling van Rumphius heeft plaats gehad, maar zijn lijk werd niet — zoo als destijds veelal de gewoonte was — in de kerk bijgezet. Hij die van zijne jeugd af, zijn geheele leven door, een beminnaar der natuur was geweest, hij wilde, wanneer eenmaal de dag zou aanbreken, waarop hij van de wereld moest scheiden, rusten onder de schaduw van zijne geliefkoosde palmen en heesters. Daarvoor had hij reeds een aantal jaren te voren zich eene plek uitgekozen, waar hij wenschte begraven te worden, en die hem tot een *grafsteê* in eigendom was afgestaan [4]).

Toen de edele Gouverneur-Generaal Van der Capellen, zich in 1824 te Amboina bevond, liet hij ter gedachtenis van den grooten Natuurkundige eenen eenvoudigen gedenksteen oprigten. Of nu deze steen is gesteld ter

---

1) 19 Mei 1702.
2) Zie Aanteekening 27.
3) 23 September 1702.
4) Zie Aanteekening 28.

plaatse waaronder het stoffelijk overblijfsel van Rumphius rust [1], zouden wij niet durven beslissen, maar betwijfelen het; want die steen werd gezet *in den tuin van het huis waarin vroeger Rumphius woonde, en waarvoor de grond werd aangekocht* [2], terwijl, zoo als wij hier boven mededeelden, hem een klein stukje grond, buiten de stad gelegen, tot een *grafsteé* werd afgestaan. Ook Valentyn [3]) noemt het den *graf-thuin* van Rumphius. Maar hoe het hier ook mede mogen gelegen zijn, het schijnt dat, ofschoon er nog geen vijftig jaren verloopen zijn, sedert het gedenkteeken voor Rumphius werd opgerigt, de plaats niet gemakkelijk terug is te vinden, want wij lezen in het werk van den Amerikaanschen natuurkundige Bickmore, wiens werk wij reeds vroeger aanhaalden [4]:

»I had been (1865) at Amboina a long time before I could ascertain where the grave of Rumphius it located, and *even then I found it only by chance,* so rarely is this great man spoken of at the present time. From the common, back of the fort, a beautifully shaded street leads up to the east; and the stranger, while walking in this quiet retreat, has his attention drawn to a small square pillar in a garden. A thick group of coffy-trees almost embrace it in their drooping branches, as if trying to protect it from wind and rain and the consuming hand of Time. Under that plain monument rest the mortal remains of the great naturalist.

The inscription, which explains itself, and shows how nearly this sacred spot came to be entirely neglected and forgotten for ever, reads as follows:

M. S.
Georgii Everardi Rumphii
De Re Botanica et Historia
Naturali
Optime Meriti.
Tumulum.
Dira. Temporum. Calamitate.
et. Sacrilega. Fere manu

---

1) Zie Aanteekening 29.
2) Zie Aanteekening 30.
3) 2 Deel, fol. 125. Beschr. van Amb.
4) p. 250 en 251. Aanteekening 1.

dirutum.
Manibus Placatis
Restaurari jussit.
et.
ad Pietatem. Reverentiamque
Publicas Testificandum
H. M.
Ipse consecravit
Godarus. Alexander. Gerardus.
Philippus. Liber Baro
a Capellen
Totius. Indiae. Belgiaeque.
Praefectus. Regius.
Amboinae. A. D. Mensis Aprilis
A. D. MDCCCXXIV.

Wij hopen dat het Ambonsch Gouvernement dit gedenkteeken in zijne bescherming zal blijven nemen, want het werd opgerigt ter eere van een uitstekend man, «die van de voortreffelijke gelegenheid hem geschonken op eene wijze gebruik gemaakt heeft, waardoor meer dan door eenig ander de flora en fauna dier gewesten bekend is geworden, en die bovendien de meesten zijner tijdgenooten door helderheid van voorstelling en klaarheid van inzigt overtrof" [1].)

§ 11. Vóór wij ons opstel over Rumphius eindigen, wenschen wij nog het een en ander mede te deelen, wat wij over zijne nagelaten werken hebben kunnen nasporen, en wel vooreerst wat zijn Herbarium betreft. Wááraan is het toe te schrijven, dat dit eerst zoo vele jaren na zijn dood is uitgegeven, is de vraag die zich alligt voordoet. Dat reeds bij het leven van den schrijver het voornemen heeft bestaan, dit werk uit te geven, leest men in de Notulen van de Vergadering der Zeventienen, van den 19 Februarij 1700, waar men het volgende vindt opgeteekend: »Ter Vergaderingh bekent gemaeckt synde, dat eenige liefhebbers en boeckdruckers [2])

---

1) Zie Aanteekening 30.

2) Hunne namen worden niet opgegeven.

hadden versoght, om op hare kosten te mogen drucken eenige exemplaren van de Ambonsche Kruytboecken door den Out-Coopman G. E. Rumphius in den jare 1696 overgesonden, waervan in het Haeghse Verbael onder dato 16 Augustus 1697 breder staet vermelt [1]). Is nae deliberatie verstaen het drucken van voorsz. boecken als ondienstigh in dese in geene opsighten te excuseren."

Doch twee jaren later waren Bewindhebbers ietwat gunstiger gestemd om de uitgave toe te staan, want nu lezen wij in hunne resolutië ter vergadering van 17en van 15 September 1702, dat zij »goedvonden de Kruytboecken van den Oudt-Coopman G. E. Rumphius in de jaren . . . [2]) herwaerts gesonden, soo sigh eenige liefhebbers tot het drucken van dien, het sy voor 't geheel, off wel ten deele quam op te doen, deselve dat toe te staen, dogh alles buyten kosten van de Comp.; des sal by 't overgeven van voorsz. boecken om te drucken door de Camer Amsterdam worden geexamineert, *off en wat passagien in deselve moghten syn, die men soude kunnen oordeelen tot naedeel van de Comp. te sullen strecken, daeruyt te lighten.*"

Maar er zouden nog een aantal jaren voorbijgaan vóór dat zich een liefhebber hiervoor opdeed. Eerst in 1736 lezen wij in de resolutiën van de Kamer Amsterdam, onder dagteekening van den 27 Augustus: »Op het voorgebragte ter vergaderinge is goetgevonden en geresolveert, dat de Kruytboecken van den Oud-Coopman in Amboyna, G. E. Rumphius, deel voor deel zullen worden afgegeven aan den Professor Burmannus, mits daervan telkens gevende behoorlyke recepissen; met consent om deselve boeken, buyten kosten van de Comp. vervolgens in druk te mogen uytgeven, zonder egter daerin te brengen eenige passagien die tot nadeel van de Compagnie zouden konnen strecken, en sulx alleenlyk specteerende de kruyden."

Drie jaren later, in 1739, gaf Professor Burman de voorwaarde in het licht, waarop de uitgave zoude geschieden; deze had plaats tusschen de jaren 1741—1750, in 6 deelen fol., te Amsterdam bij F. Changuyon, J. Catuffe en H. Uytwerf; te 's Gravenhage bij P. Gosse, J. Neaulme, A. Moetjens en A. van Dole, en te Utrecht bij S. Neaulme [3]).

---

1) Zie blz. 27.

2) Niet ingevuld.

3) Zie Aanteekening 32.

Hoewel het werk oorspronkelijk in het Latijn was geschreven, werd het door Rumphius in het Hollandsch vertaald; de Hoogleeraar Burman vertaalde het weder in het Latijn, en gaf met den Latijnschen tevens den Hollandschen tekst.

De MSS. van dit werk, met de oorspronkelijke teekeningen van van Eyck en de Ruyter, zijn aanwezig onder de MSS. van de Universiteits-Bibliotheek te Leiden.

Het Auctuarium werd mede door den Hoogl. Burman uitgegeven, te Amsterdam bij M. Uytwerf en de Wed. S. Schouten en Zoon, 1755. Hieraan werd later een Index toegevoegd, die in 1769 het licht zag.

Het Rijks-Archief is in het bezit van het Register, waarvan hiervoren op blz. 22 wordt gesproken en dat het volgende karakteristieke opschrift heeft: »Kort Sommier der Ses Eerste Ambonsche Cruydeboeken, door Georgius Everhardus Rumphius van Hanau, Oud-Coopman en Raedspersoon in Amboina, *den nakomelingen overgelaten.*"

Hoewel hier slechts wordt gewaagd van de *ses eerste boeken,* bevat het echter den inhoud der negen boeken, zoo als die destijds naar het vaderland werden gezonden. Behalve het getal der Capittelen, waaruit ieder boek bestaat, bevat het eene opgave van de Capittelen, waarbij geen figuren zijn.

Bij het vergelijken van dit Register met het exemplaar van het Herbarium in de Koninkl. Bibl. aanwezig, is het ons gebleken, dat er in de opgegeven cijfers voor het 1^s en 4de boek eenig verschil bestaat; terwijl het Register hiervoor 68 en 66 heeft, bevat het Herbarium voor het 1ste boek 69 en voor het 4de 70 Capittelen; het blijkt evenwel dat het cijfer 66 veranderd is.

Verder zijn nog in het Rijks-Archief de volgende Registers: »Register der Figuren dewelke in September A°. 1694 weggesonden werden en tot de Ses Eerste Boeken van 't Ambons Cruydeboeck syn behorende," bevatteede 102 N°. — zie bl. 25 — der nieuwe figuren, die in de Zes eerste boeken moesten worden bijgevoegd; en een »Register der Capittelen van 't Sevende, Agte (achtste) en Negende boek, aanwysende wat voor figuren compleet of gebreckelyk zyn." Beide Registers bevatten behalve den wetenschappelijken naam ook den Maleischen.

De Ambonsche Landbeschrijving werd nimmer uitgegeven, doch zoo als wij reeds vroeger hebben gemeld, zijn hiervan meermalen afschriften ge-

maakt. Dewijl het Rijks-Archief in het bezit is van een exemplaar dezer Landbeschrijving [1]), hebben wij gelegenheid gehad die te kunnen vergelijken met de Beschrijving van Amboina, voorkomende in het werk van Valentijn [2]); en hoewel deze eene andere volgorde heeft als bij Rumphius wordt gevonden, daarin zoo veel overeenkomst aangetroffen, dat het geheel niet twijfelachtig is, of de Landbeschrijving van Rumphius heeft tot grondslag voor de Beschrijving van Valentijn verstrekt.

Niet anders o. i. is het gelegen met de Ambonsche Historie van Rumphius, die mede nooit het licht heeft gezien, namelijk onder zijn naam, want eene vergelijking van dit HS. — waarvan het Koninkl. Nederl. Inst, voor Taal-, Land- en Volkenkunde van N. I. bezitter is — met de Ambonsche Zaken bij Valentijn [3]) voorkomende, heeft ons overtuigd, dat voor zoo verre het tijdvak door Rumphius beschreven loopt (1664) hij almede ruimschoots uit deze zoo mild vloeijende bron heeft geput, zonder ze echter op te geven [4]).

In 1852 heeft het in de Vergaderingen van het bovengemeld Instituut een punt van overweging uitgemaakt, om het HS. van Rumphius uit te geven [5]). Het werd dientengevolge in handen eener Commissie gesteld, om te onderzoeken in hoe ver het belangrijk kon wezen, na hetgeen reeds door Valentijn over Amboina medegedeeld is, ook dat HS. nog uit te geven. De Commissie was van oordeel, dat het verkieslijk was de uitgave van het HS. achterwege te laten. »Immers (zegt zij) het bevat geene overwegende of bijzondere vermeerderingen, bij hetgeen door den arbeid van Valentijn reeds is openbaar geworden, of later vermeld is in het werk van M. Dassen, *De Nederl. in de Mol.* (1848) en de *Gesch. van de vestiging enz. van de magt der Nederl. in Indië* van den Hoogl. Lauts (1852)."

Bij hare vergelijking van het HS. van Rumphius met het werk van Valentijn, had zij opgemerkt, dat Rumphius in den gang de groote gebeurtenissen, en het vermelden van belangrijke feiten, weinig of niets doet

---

1) Zie Aanteekening 33.
2) 2 Deel.
3) 2 Deel.
4) Zie Aanteekening 34.
5) Bijdragen 1854, bl. X—XI.

kennen, wat niet eveneens bij Valentijn wordt gevonden; dat de eerste echter in den regel uitvoeriger is en kleinere bijzonderheden mededeelt, die men bij Valentijn mist. Hiervoor wordt een voorbeeld bijgebragt. Maar dan bevreemdt het ons, dat de Commissie er niet met een enkel woord op gewezen heeft, dat Valentijn met het HS. van Rumphius bekend kan geweest zijn en daaruit geput, en alzoo met een andermans kalf geploegd te hebben, zoo als men zegt.

Een exemplaar van Rumphius' Ambonsche Historie, met de wapens der Gouverneurs, bevindt zich in de Secretarie, Afd. Inlandsche Zaken, onder No. 91, te Batavia.

Onder de stukken betreffende onze Oost-Indische Bezittingen, berustende op de Bibliotheek te Turin, afkomstig van den Graaf de Vidúa, bevindt zich almede een exemplaar der Geschiedenis van Amboina door G. E. Rumphius, in twee deelen MS.; aan het 1ste deel ontbreekt het begin, volgens opgave van J. H. Beucker Andreae, Konst- en Letterbode, 1842, II, p. 130.

De Landbeschrijving en de Historie van Amboina maakten een geheel uit, want aan het einde van eerstgenoemde lezen wij: »Siet het vervolg in 't tweede deel, te weten: In het begin van d'Ambonsche Historie, dewelke voor desen een continueerend boeck hiervan is geweest; dogh dewyl het werck hiervan te volumineus schynt, is het in twee boecken verdeelt, waervan dit het eerste is, onder den naem van de Ambonsche Landbeschryvinge, en het ander onder den naem van Ambonsche Historie."

De Ambonsche Rariteit-kamer werd in de vorige eeuw meermalen uitgegeven; de eerste uitgave was van 1705, te Amsterdam door F. Halma [1]. In 1711 kwam te Leiden bij Van der Aa hiervan een Latijnsche vertaling uit, onder den titel van »Thesaurus Imaginum Piscium, Testaceorum et Cochlearum"; een herdruk hiervan verscheen in 1739.

In het Hoogduitsch werd dit werk vertaald door P. L. Statius Muller, en met aanteekeningen voorzien door J. H. Chemnitz, Weenen 1766; later vermeerderd uit Valentijn 1773. Deze haalt het werk van Rumphius aan in het 3de deel, 1ste stuk.

---

1) Zie Aanteekening 35.

Verder werd het nog uitgegeven te Amsterdam bij De Jonge, 1741; zoo ook bij G. De Groot, mede in 1741.

In de Koninklijke Bibliotheek bevindt zich een folioband, die denzelfden titel en titelplaat heeft, als die in 1705 bij Halma het licht zag, doch deze werd gedrukt te Amsterdam bij J. Roman de Jonge, 1740. In dezen band zijn een aantal M.S. teekeningen van Schelpen en Horens enz., waaronder er slechts twee zijn, waarop de naam van den teekenaar voorkomt, namelijk Pieter De Ruyter, doch zonder jaartal. Buitenop staat: »Dessins originaux des Raretés d'Amboine par G. E. Rumphius", en aan de binnenzijde van den band: »Bibliothèque de A. M. Labouchère".

Eindelijk berust in de Universiteits-Bibliotheek te Leiden een exemplaar van de Rariteit-kamer, waarin de platen in spiegelbeeld en gekleurd zijn.

Nu blijft er nog een werk over van Rumphius, dat almede onder zijn naam het licht niet heeft gezien, en wel Drie boeken van Land-, Lugt- en de Zeegedierte der Ambonsche Eilanden [1]). Maar ook dit werk vermeenen wij terug te vinden in het 3de deel van Valentijn, waar hij eene Verhandeling geeft over de dieren van Amboina, met deze verdeeling:

1. Van de Landdieren,
2. Van de Vogelen,
3. Van de Waterdieren.

Dat Valentijn dezelfde volgorde in acht heeft genomen, als Rumphius deed, daarin zien wij niets bijzonders; maar er bestaan, naar onze wijze van zien, gegronde redenen om te onderstellen dat Valentijn ook van de bronnen door Rumphius over dit onderwerp bijeengebragt gebruik heeft gemaakt. Het is Valentijn zelf, die ons de oplossing hiervoor geeft, en wel in het 4de deel, 2de stuk van zijn werk: »Des Schryvers Tweede uyt- en t'huys-reize", fol. 152, waar hij schrijft:

»Myn oudste behuwde zoon, Gerard Leydekker, trouwde den 2 Maart 1710 met Juffr. Anna Wolkman [2]), weduwe van den Heer Paulus Augustus Rumphius, in zyn leven Koopman en Hoofd tot Larike, zoon van dien vermaarden blinden Hr. G. E. Rumphius, die de Ambonsche Rariteit-kamer

---

1) Zie blz. 26.

2) Lees Molkman.

beschreven heeft, uit welk huwelijk die weduwe ook een zoon en twee dochters had, en met dewelke myn zoon zedert als vry-koopman hier (Amboina) leefde." En

»A°. 1711 den 19 Julij trouwde myn jongste behuwde zoon, Bartholomeus Leydekker, Boekhouder in dienst der E. Maatschappy, met de oudste dochter van zyn broeders huisvrouw, Adriana Augustina Rumphius, doch hy is den 16 Maart 1716 tot Batavia overleden."

Valentijn was voor de tweede maal te Amboina van 1707—1712; zoude het nu gewaagd moeten worden geacht te onderstellen, dat hij door zijn behuwdzoon, zoo al niet in het bezit is gekomen, ten minste gebruik heeft kunnen maken van de nagelaten geschriften, zoo van den ouden Rumphius als van zijn zoon Paulus Augustus, die zijn vader zoo vele jaren behulpzaam is geweest in het afteekenen der voorwerpen als anderzins?

Valentijn schijnt stelselmatig te hebben voorgenomen, den naam van zijn boezemvriend Rumphius zoo min mogelijk te noemen, bijv. daar hij van 1686—1694 met hem te Amboina verkeerde, was het hem niet onbekend, dat Rumphius het Ambonsch Kruidboek heeft geschreven, want hij maakte er zelfs een gedicht op; welnu, in het 5de deel van zijn werk, dat in 1726 werd uitgegeven, geeft hij eene »Korte beschryving der Boomen, Planten en Gewassen van Amboina", waarin de naam van Rumphius slechts ééns voorkomt, en wel op folio 220, waar hij zegt: »Wy hebben dezen boom (djati) wat breeder beschreven, als wy andere van deze zoort meenen te doen; want alle de timmerhouten in 't byzonder te beschryven, zou dit alleen tot een groot werk doen groeyen, dat men hieruit zal konnen bezeffen, vermits de oude Heer Rumphius in myn tyd of een weinig te vooren, een klein houte kabinetje heeft laten maaken, by hem de *Bedelaars-Mantel* genaamd, waaraan by de vier honderd zoorten, alleen van fraaye en keurlyke timmerhouten verwerkt waren, en 't geen door Zyn Ed. onder andere zeldzaamheden in 't jaar 1682 aan den Groot-Hertog van Toscanen, Cosmus de III, gezonden is."

Hier had Valentijn gelegenheid gehad er op te wijzen, dat het groote werk van Rumphius nog altijd onuitgegeven, en tot schade der wetenschap onder de papieren der O. I. Comp. lag; doch geen enkele klagt hierover ontglipte hem; wèl wordt de Hortus Malabaricus van den Heer Van Rheede, Nieuwhof en anderen aangehaald, maar de naam van den grootsten plantenkenner van Amboina wordt, zoo als wij vermoeden, stelselmatig verzwegen.

Wij kunnen echter niet ontveinzen alle redenen te hebben om te gelooven, dat de Kruidboeken van Rumphius, Valentijn tot grondslag hebben verstrekt, tot de zamenstelling zijner »Korte beschryving der Boomen, Planten en Gewassen van Amboina", en dit zoowel wat den tekst als de figuren betreft; eene naauwkeurige vergelijking zou dit o. i. helder aan het licht brengen.

BIJLAGEN.

BIJLAGE I.

Aen d'Ed. Erentveste Achtbare, Wyse, Voorsienige, Seer bescheydene Heeren, d'Ed. Heeren Bewinthebberen van de Oost-Indische Compagnie, residerende ter Camer Amsterdam.

Hooggebiedende Heeren, myne Heeren!

U Achtbaren gelieven een jonghstigh oore te verleenen, aen dit cleen versoeck van den ondergeschreven U Achtbaerhedens nedrigen dienaer, dewelcke genootsaeckt is met dit ootmoedich versoeckschrift U A. A. moejelyck te vallen, alsoo tot seecker syn voorneemen U A. A. gunstige hulpe ten hoogsten van doen heeft.

'T is dan aldus dat ick begonnen heb een werck, daer innen int Latyn beschreven werden, sodanige planten, gewassen, gedierten etc. als my in de tyt van myne residentie in Indien te sien, voorgecomen syn, ende noch sullen voorcomen. Welcke rechte benaemingen, soo uyt de oude Griecxe, Arabische ende Latynsche, als nieuwe autheuren, van my uytgesocht, met malcanderen vergeleecken ende onderscheyden, haere behoorlycke Figuren (voor soo veel const in my is) nae 't leven afgebeelt; overal bygevoeght haere eygenschappen ende crachten, soowel uyt de oude ende voorgaende scribenten als insonderheyt door eygen ervaringe op 't neerstigst uytgewroght, deels oock selfs ondersocht ende byeengedraegen syn, daerby dan noch verscheydene andere ondersoeckinge Scientiam Physicam et Mathematicam aengaende, verhandelt werden; alles met meerder moeyte, neerstigheyt ende geschicter methode dan betrouwe tot noch toe geschiet is.

Alsoo ick my dan met dese onbesochte ende tot noch toe weynich bekende materie ingelaten hebbe, in een werck daerin ick weynich voorgangers ofte leytslieden vinde, ende de paden overal verwerret door malcander loopen, soo ben ick hiertoe alderhande goede ende geprobeerde autheuren benoodight, dewelcke my tot een compas in dese Indiaensche wildernisse ende steunsel van de memorie mochten dienen. Dese nu heb ick eenige jaeren herwaerts van sommige vrienden in Amsterdam ende daer omtrent woonende geëyscht, dat se op myne costen opgesocht ende in Indien mochten gesonden worden; maer behalven verscheyde beletselen, dewelcke dit myn verlangen tot noch toe verachtert ende vruchteloos gehouden hebben, is niet het cleenste geweest de quade ende verkeerde bestellingen op de herwaerts tendeerende schepen etc., gelyck alreede niet sonder schade bevonden hebbe.

Aengesien dan Achtbare Heeren dit myn voorneemen een werck is, 't welck wel nu ter tyt noch geringhachtich schynt, ende meest tot myne private oeffeninge streckt, nochtans bedenckende dat weleer uyt cleene beginselen, prysweerdige wercken gevolght syn; oock dese myne lucubrationes noch den eenen of den anderen genereusen geest, tot dienst ende vermaeck souden connen strecken, jae, dat selfs noch veele Europeanen, insonderheyt die onder U A. A. hooghloffelycke regeeringe hun in dese Oostersche Landen ophouden, uyt myne schriften heden ofte morgen eenige profyt ende dienst staen te trecken, ende dat insonderheyt in 't stuck van preservatie haerer gesontheyt, daer wy in Indien tot noch toe seer om verlegen syn, wegens oncunde der middelen, die ons dickwils voor de voeten liggen. Ende al dorf ick sulcx juyst niet in den hooghsten graed van myne schriften beloven, soo ben ick doch verseeckert dat dese myne beginselen soo veel spoor aen de nacomelingen sullen geven, dat se te yveriger ende lichter dit of diergelycke wercken tot eene perfectie sullen trachten te brengen, want tot dusdanigh voorneemen meer als eenen menschenleven vereyscht werd.

Soo hebbe ick dierhalven my verstout (de saecke sulcx vereyschende ende my van de vrienden int Patria aengeraden synde) met dit nederigh geschrift U A. A. lastigh te vallen, seer instandelyck ende met aller eerbiedigheyt, mits desen versoeckende om een cleene hulpe van U A. A., sonder dewelcke ick tot myn voornemen qualyck can geraecken; te weten, dat het U A. A. mochte gelieven toetestaen, dat soodanige boecken, instrumenten etc. dewelcke ick door seeckere vrienden in Amsterdam, insonderheyt door den Eerwaerdigen Ds. Joannes Rulicium, predicant derselver stadt [1]), op mynen eygen costen voortaen sal laeten incoopen, aen U A. A. behandight, onder derselver goede recommandatie, op U A. A. schepen gadeslaen, ende alhier in Indien te rechte aen my mochten werden bestelt. Want de vrienden my aenschryven, dattet anders al te veel oncosten ende moeyte met sich sleept, eer men se aen boort brenge, ende dan noch qualyck aen boort willen g'admitteert worden, uyt suspicie als oft perticuliere coopmanschappen waeren, ende dan voorts van de overbrengers soo quaelyck verwaert, bedorven overgebracht ende verkeert gelevert werden, dattet voor my ongeraeden soude syn sulcx meer te waegen.

Dierhalven nootsaeckelyck goetvinde dese saecke aen U A. A. te openbaeren, ende U Aghtbaerhedens hulpe hiertoe te versoecken, betrouwe dat U A. A. considereerende, dat dit geen perticulier coopmanschap is (met welcke beuselingen ick my noyt hebbe verleenen willen) maer daerentegen dese myne Lucubrationes heden ofte morgen, soo niet tot sonderlinge profyt, edoch ten minsten tot U A. A. lof ende eere cunnen strecken, niet ongenegen sullen syn, de opgekochte boecken met U Aghtbaerhedens recommandatie aen boort laten brengen, ende ordre geven, dat se seecker ende ongescheut (gelyck men wenscht te hebben 't geene met goet geld betaelt wordt) aen my mochten bestelt worden.

Oock vorders dat U A. A. gelieven uyt myne te goet staende gagie ter camer Amsterdam, van waer ick A°. 1652, in de maand December voor Adelborst, onder den naem van Jeuriaen Rumph van Hanau, uytgevaren ben met 't jacht Muyden, aen de voorsz. Predicant Ds. Rulicium, of andere van my procuratie toonende, te betaelen, soodanige penningen als in de toegesonden reeckeningen ofte schyeboecken deser provincie blycken sal my te competeeren; om daervan door Ds. Rulicium, of desselfs gesubstitueerdens, soo wel de opgecochte boecken te betaelen, als om eene recognitie van my uyt kinderlycke plight aen mynen ouden vader, genaemt Augustus Rumph, Bouwmeester van Hanau, toegeleght af te senden; byaldien het U A. A. mochte gelieven, dat de andere opgecochte boecken, van my alhier aen de E. Comp. te deser provincie souden betaelt

[1]) Zie Aanteekening 36.

worden, soude my soo veel aengenamer ende gelegener comen, om niet jaerlycx rekeninge over te senden.

Voor welcke hulpe ick tegens U A. A. behalven myne plichtige onderdanicheyt, ten hooghsten danckbaer sal thonen, ende soodanigh 't sy in desen als in myn ordinaris toebetrout officie my dragen, dat het U A. A. voor dese en andere hulpe noyt sal berouwen. Ende hiermede eene gunstige resolutie verhoopende, sal Edele, Erentveste, Achtbare, Wyse, Voorsienige Heeren, U Achtbaerheden al te samen tot voorspoedige, wyse regeeringe ende allen welstant, in des Alderhooghsten genadigen schut ende schirm bevolen laeten, verblyvende

(Onder stond) U A. A. onderdanighsten en nederighsten Dienaer
(Was geteek.) Georgius Everhardus Rumphius van Hanau,
p. t. Coopman ende Opperhooft van de
Custe Hittoe op 't voorsz. Eylant.

(Ter zyde stond)
Hila binnen de fortresse Amsterdam op de Custe
Hittoe in Amboyna, desen 20 Augusti A⁰. 1663.

Bijlage II.

Advys over den Ambonschen landtbouw, ingegeven by den Oud-Coopman Georgius Everhardus Rumphius.

1. Om van den gerecommandeerden landtbouw der Amboinesen myn gevoelen te zeggen, zoo stel ik ten eersten voor bekent, dat de Ambonesen een volkje zyn, die het met een slegt en gering kostje konnen voor lief nemen, en dierhalven tot ander landtbouw bezwaarlyk te brengen zyn, dan even tot nootdruft van doen hebben en daarse den honger nog toe prangen moet.

2. Dat ook Amboina een wild bosch en bergagtig landt zynde, tot alderley vrugten en granen niet bequaam is, insonderheyt tot den rystteelt; want of wel hier en daar in 't gebergte en op weynige vlakten eenig ryst geplant werdt, zoo is doch 't zelve egter zoo weynig, dat het even voor een huysgezin en dat nog schaars verstrekken mag; zoo zal ook den Amboinees zoo mal niet zyn, om zyn huysgezin aan ryst te gewennen, als wel wetende (die) niet te konnen uytvoeren, daarse nu genoegsaam aan 't zagoebroodt en andere kost gewendt zyn.

3. Dat de Amboinesen van geen slaven voorzien, ja, in veel hondert huysgesinnen pas een slaaf te vinden is, en dierhalven onvermogent zyn eenig veldtbouw van grooten omslag aan te vangen.

4. Dat de Amboinesen van oudts afkeerig zyn en voor een onmogelyke zaak agten, eenig profytablen thuyn te maken, op zoodanige vlakten 't zy hoog of laag daar 't snygras Lalan (by d'onse Koeskoes genaamt) regneert, 't welk moeyelyk is om uyt te roeyen en den brandt zoo ligt ontfangt, dat het gesaayde dikwils gevaar zoude loopen van mede te verbranden; evenwel bevindt men zoodanige Koeskoes-velden nog al bequaam om patattas en combilis daarin te planten, te weten die geen wreede kley, maar zwarten of bruynen grondt onder zich hebben.

5. Dat den Amboinees 't vermogen en middelen niet heeft, om de vlakke velden met behoorlyke dykagie te omleggen, dewelke nodig zyn om dat landt onder water te zetten, daar men

ryst planten wil, gelyk men dus in andere landen doet: uyt voornoemde oorzaken oordeel ik dan, dat den ryst teeldt van eenig belang niet wel mogelyk is by d'Amboinesen in te voeren, boven dat weynige daaraan se nu gewent zyn.

6. Turkse terwe of Jagon, Pannikkoorn of Hatton, abusivelyk by d'onse Milio of Geers genaamt, werdt ook wel geplant, doch weynig, omdat den Amboinees geen werk daarvan maakt, latende het laatstgenoemde voor de Boeroenesen (over). Battary of Zorgzaad, Saléé of Lachryma Jobi, werd by de Macassaarse ingesetenen en in de Oeliassers redelyk veel geplant, doch maar tot playsir, dewyl 't den buyck niet vuldt, en veel moeytens kost om schoon te maken.

7. De meest gebruykelyke landtbouw dan onder de Amboinesen, bestaat in plukvrugten en eetbare wortelen; onder de plukvrugten zynse gewent aan groote en kleine boontjes en cadjang; tot welkers ruymer aanplanting zy mynes oordeels wel mogten aangeport werden, ende dit een noodig voedsel is, waarvan men doorgaans in Ambon gebrek lydt, en meestal van buyten plaatsen moet aangebragt werden; waartoe nogtans het Ambonsche landt overal bequaam is, hoewel 't mede zyn arbeyt kost, en moet den Amboinees om die te cultiveren syn handen al wat ruym hebben. Want vooreerst de zaaytydt valt in de maanden Augustus en September, wanneerse zoodanige plaatsen moeten schoonmaken, daar veel laag geboomte en weynig groote boomen staan, die se dan moeten omkappen, hol of bol laten leggen, en daartusschen de boontjes zaayen of werpen, 't welk zylieden ambur of wery noemen, daar dan boontjes over de omgevelde tacken loopen en in de vierde maand geoogst werden. De andere tydt van zaayen, kadjang tiikan genaamt, geschiedt in de maanden January en February, wanneerse den plaats eerst moeten branden, en van alle ruygte zoodanig zuyveren als of hy met besemen geveegt was; daarna moetense met spitse houtjes gaten steken en in yder gat twee of drie boontjes laten loopen, waartoe meest de groene kleine kadjang genomen werd, diese dan in de derde of vierde maandt konnen oogsten.

8. Alle zoodanige thuynen moetense omheinen met paggers, van grove tacken en houtwerken over malkander gelegt, om de wilde verkens daaruyt te houden, en dan nootsakelyk nog een hutteken daarin te hebben daar een slaaf in wonen kan, om dieven en hertebeesten er uyt te houden, dewelke doch zeer gretig op de kadjang zyn, gelyk de verkens op de eetbare wortelen.

9. De wortelen dewelke den Amboinees plant om zyn buyk te vullen, bestaan meest in Oebys, Combilys en Keladys, dewelke voor den Amboinees gansch nodig zyn, maar de vreemde ingezetenen alhier weynig dienen, die daarentegen de Batattas meerder aanplanten. Oebys en Combilys werden geplant in de maanden October en November. De Kelady of Arum Aegyptium in Januarius, en moeten in de eerste regenmaanden uytgegraven werden. Dese wortelthuynen moeten aan 't hangen van 't gebergte gelegt worden, omdat deselve wortelen droger en smakelyker werden; daar die in de vlakte of laagte wateragtig blyven en ligt bederven, wanneer men se stracx in 't begin van de regenmouson niet uytgraaft. Deze wortelen vereyschen den meesten arbeyt in den geheelen Ambonschen landtbouw; 't welk, dewyl den grondt gebrandt, te degen omgehackt en opgeschudt moet werden, daarna met goede sterke paggers omheint (worden) om voor de wilde verkens bewaart zyn, die na deze wortelen geweldig wroeten. Myns oordeels behoeft men dit slag van landtbouw niet meerder aan te raden, als zynde van zelfs daartoe genegen en voor hare familie genoeg hebben, dog den vreemdeling niet of weynig te stade komen.

10. Daarentegen de pisangteelt mogt hun wel wat meer gerecommandeert werden, dewyl men doorgaans daarvan gebrek heeft, zynde een voedsel bequaam voor allerley soorten van menschen, ja, hier te lande het begindsel van 's menschen leven. Dezen boom kan wel in allerley grondt voorkomen, als hy maar te voren gebrandt werdt en uyt bruyne kleygrondt bestaat; dog dewyl de Ambonsche Eylanden in hare vlakten zelden sulke grondt hebben, zoo moeten se mede naar 't gebergte wandelen en konnen op alle tyden geplant werden.

11. De Zagoeboom, gevende 't eenigste broodt voor dese Inlanders, en den meesten bouwstof voor hare huysen, behoeft men mede niet sonderling te recommanderen, als zynde zylieden redelyk daarvan versien, wordende zoo dagelycx aangeplant in lage, vogtige en zandige plaatsen, behoevende gants geen moeyten zoo lang hy groeyt, zynde genoegzaam gewapent tegens de wilde verkens die naar zyn meel wroeten.

12. Calappus mogten wel wat meer aangeplant werden, dewelke voor allerley natie te pas comen en jegenwoordig al vry schaars vallen; zynde desen boom, naar de gelegentheyt deser eylanden, van een verschillenden aardt met andere Calappus-boomen van de Westelyke deelen van Oost Indien, dewelke altydt op een lage, sandige en half bracke grondt wil groeyen; maar onzen Ambonschen Clappusboom komt weelderiger en beter voort in 't gebergte, ja zelfs op klippen, en heeft een smakelyker water dan in de laagte, daar hy wel 14 jaren moet staan eer hy begint vrugten te dragen.

13. Aangaande de culture van de Nagelboomen, en de consideratie daerover by onse Heeren gebieders voorgesteldt, ben ik van advys, dat men den inlander daarvan niets moet in den mondt geven, als zynde my wel bekendt wat moeyten men vóór 30 jaren heeft gehadt met de aanplanting derzelve, wegen de onwilligheyt en verkeerde gevoelen van de inlanders, en hoe schielyk dese boomen wederom uytgaan, kunnende hedendaags niet boven de 50 of 60 jaren comen, daar se by der Nederlanders aankomste, over de 100 jaren vrugten droegen. In de jaren 1659 en 1666, zyn door een gering en ongeagt wormtje, naar ruyge gissing ruym de vierde deel oude Nagelboomen uytgegaan, dewelke pas 50 jaren gestaan hadden; in dit jaar zyn alleen op 't eylandt Oeliasser by de 2000 stux van die boomen uytgegaan. Dierhalven zal 't genoeg zijn dat men den inlander geen nieuwe aanplanting oplegt, en de schrale moussonnen zullen den overvloedt van deze laatste zeven jaren wederom vereffenen, staande my tevoren dat Amboina voor die tydt jaarlycx niet meer dan ses hondert bharen of 330000 ponden heeft konnen uytleveren.

14. Indien 't de E. Compe. niet gelegen komt de Moernagelen van den inlander aan te nemen of yts daarvan te betalen, zoo is myns oordeels raadsaam, de inlanders ook niet te constringeren ofte gewenen (?) deselve te plucken en aan onse officiers te leveren; want in dien gevalle zoude best zyn, dat men se aan de boomen liet staan en voor niet met al afvallen, gelyk men in oude tyden gedaan heeft, werdende dog 't meeste deel door 't gevogelte geconsumeert. Maar indien iemandt zyne nagelen niet konde plucken door siekte of gebrek van hulp, en daardoor geheele boomen vol moernagels wierden, zoo behoeft men maar 't zelve met stilzwygen te conniveren; want den Amboinees secur zoude zien dezelve te moeten plucken en niets daarvoor genieten; en zoo zy al moeten verbrandt werden, dan diendt zulcx om minder aanstoot te geven, buyten dese Provintie en 't gesigt deser inlanders te geschieden. Anders is 't by my waarschynlyk, dat de E. Compe. nog wel eenig profyt daarvan konde trecken, met deselve aan Chinesen, Javanen en andere Maleyers te verkopen, die se tot de Medicyn gebruycken, hoewel in kleyne quantiteyt, blyckende sulcx uyt de oude scheepsjournalen en andere autheuren. Zoo is 't ook genoeg geprobeert, dat de moernagelen, als zy maar 10 dagen droog hebben gelegen, tot het verplanten gants onbequaam zyn, en datse buyten den Molucxen cirkul of omtrent 75 mylen van Mackian, als het centrum ofte moeder der nagelen, niet willen groeyen, of zoo zy daar groeyen (gelyk men segt eenige op Maccasser en Java voor desen gestaan hebben) zullen hare vrugten tot geen perfectie brengen; 't welk dan onse Heeren gebieders buyten alle bekommering stellen kan.

(Onder stont) Aldus gedaan en overgegeven Amboina aan 't Casteel Victoria,
desen 23 Augustus 's jaars 1686.

Bijlage III.

In dezen tijd schreef Rumphius den volgenden brief aan den Raad van Indië St. Martin:

Batavia.
Aen den Ed[ln]. Heer Isaac de St. Martyn,
Raedt Ordinaris van India.

WelEdle, Erntfeste, Hooghagtbare, Manhafte, Welwyse, Voorsienige, Seer bescheyden en genereuse Heer.

Myn Heer!

UEd[ls]. Hooggeëerde Letteren van den 4 Maert jongstleden, nevens 't bygevoegde Reysboeck van den Dominicaner munnick Thomas Gage, syn my over Banda op den 12 Juny wel behandigt, voor welk aengenaem present hertelyk danckbaer blyve; synde die autheur my vermakelyk voorgekomen, wegens syn geleerden styl en onderregting van veele dingen die ick te vooren niet geweten hebbe. Ick wenste dat myn toegesondene boecken 'tselfste geluk hadden gehadt, en in UEd[ls]. Bibliotheek niet overtollig waren bevonden, welk abuysjen my te goet te houden is, dewyl ick niet gissen conde dat de Ephemerides van ons Collegium by andere natie eens soude bekent syn.

Dat ick moeyten gedaen heb om een kleene beschryving te bekomen van die Rottang, waer van men 't Oost Indisse drakenbloet of Djerennang maekt, is geensints geschiet om den Hr. de Jaager [1]) of andere curieuse Geesten in hare neerstigheyt te praevenieren of met andermans veederen te proncken, maer om slegts een ruwe kennisse te hebben van een Rottangh, welkers 8 of 10 medesoorten ick in myn laeste 6 boecken beschryf, dewelke in Amboina en de nabuyrige Eylanden gevonden werden en tot myn kennisse syn gekomen. Daarom heb ick behoorlyck geagt, onder deselve eenige mentie te maken van die vermaerde Rottang Djernang, en hebbe verlangt om met de hierlantze Rottang te vergelyken; om deselfste reeden moet ick dickwils een plant aenhalen dewelcke in dese Eylanden niet en valt, maer eenige gelyckenis of soorten alhier daer van heeft; ook soude immers daeraen niet veel verbeurt syn, dat 2 à 3 personen een en deselfde planten beschreeven, want indien hare schriften overeenkomen, soo wert de geleerde werelt des te meer versekert van de waerheyt, en indien se verschillen, soo werden de nakomelingen aengeport om de waerheyt nader te ondersoecken.

'T syn nog soo veel jaren niet geleden dat men van Batavia my heeft willen versekeren, door aenschryving van verscheyde vrienden, dat het regte drakenbloet van een en deselve boom komt, die het usuale Roode Sandel geeft op de Cust Coromandel; andere sustineerden dat men op Java drakenbloet konde maken van den rooden sap dewelke uyt Lingooboomen druypt, welken boom de Maleyers Angsana noemen. Alle welke tegenstromen ick heb moeten uytstaen, hoewel ick lang te voren van ervaren Inlanders, soo Maleyers als Sinesen, genoegsaem versekert was, dat hier in Oost Indien geen ander drakenbloet bekent was, dan 't geene van een soort

---

[1]) Deze beoefende mede de Botanie. Zie ons opstel over hem in de Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederl. Indië. N. R. 186 . Deel 4. Derde Volgreeks, blz. 65.

Rottangh komt, wiens gedaente en manier van praepareren sy luyden egter verschillende opgaven; en ick heb meermaals in de koecken van drakenbloet, de schilferen of scubben van eenige Rottang gevonden; of men moeste alle roode en gestolde sappen voor drakenbloet willen houden, en alle roode houten voor root zandel, welk gevoelen my dunkt vry wat aen te groeyen; dog sulke manier van planten te ondersoecken en te beschryven, sal ick nooyt aennemen, als synde de naeste weg om alles in confusie te brengen. Derhalven dwingt my de curieusheyt UEdle nogmael moejelyk te vallen, dewyl my inbeelde dat door UEd. gesagh, wel een of ander Javaen sal konnen beweegt werden, een gebladen tack nevens een tros vrugten van gemelte Rottang Djernang op te soecken, dewelke dan samen gerolt en gebonden, my soude konnen toegesonden werden met myn jonge Cornelis Abrahamsz. die by de Hr. Doct. Cleyer woont, en ick met de eerste schepen verwagt; om my eenmael te versekeren met wat soorte van onse Rottangh sy best overeenkomen. In handen van den Lieutenant Ingenieur Marcus de Bayonville, staet UE. van my te ontfangen een Rottang of rysken van swart Calbahaar, diergelyke tegenwoordig alhier voor rariteyten gehouden werden, dewyl men uyt een geheel boompje, dat wel uyt honderd tacken bestaet, niet meer dan een sulck stockjen bekomen kan, en weynig Inlanders syn die deselve maken konnen. Aen 't voorn. Rottangje hangt een briefje versegelt en gemerkt J. D. S. M. en is hetselve lang 3 voeten en 8 duym. Dit swart Calbahaar in 't gemeyn ook Ackar bahar gen^{t}. is een opregt swart Corael, 'twelck de ouden onder den naem van Antipathes beschreven hebben, en 'tselve kragtig gehouden tegens alderhande tovery, gelyk het nog hedendaegs by dese Inlanders gebruykt (werd) dewelke tot dien eynde armringen daervan maken, want het laet sig door een zekeren hantgreep week maken en buygen, door welke manier dit stockje ook soo regt gemaekt is en dan wert het gepolyst; men heeft nog 2 à 3 soorten daervan dewelke gene tacken hebben en sig niet buygen laten, waarmede

Edele, Erntfeste, Agtbare, Welwyse, Voorsienige, Seer bescheyden Heer, sal na nedrige groetenisse UEd. in de vaderlycke bescherming des Almagtigen bevelen en verblyven

Myn Heer

UEdls. onderdanigen en verobligeerden Dienaer

Rumphius.

Amboina aen 't Casteel Victoria
desen 15 September A°. 1692.

Dit gestelt by Georgius Everhard: Rumphius,
Koopman en Raedtspersoon in Amboina.

Uit de MSS. XXI Akad. Bibliotheek Leiden.

Bijlage IV.

Dat de Heer de St. Martin aan het verlangen van Rumphius gevolg heeft kunnen geven, blijkt uit zijn antwoord aan genoemden Heer, van den 8 Junij 1694, dat hier mede volgt:

Batavia.
Aen den Edelen Heer Isaac de Sint Martin,
Raad Ordinaris van Indian.

WelEdle, Eerentfeste, Agtb:, Welwyse, Manhafte, Voorsienige, seer bescheyden en genereusen Heer,

Myn Heer!

UEdelheyts hooggeëerde Letteren van den 12 Maert nevens de bygevoegte tacken, vier stockjes, vrugten en het gom ofte rauwe djerenang, syn my op den 20 April welgeconditioneerd behandigt, voor welkers bestelling hertgrondig danckbaer blyve, synde daermede ten vollen gecontenteerd, en bequaem gewerden een volkome beschryving van die plante te maken; want hoewel aan de tacken manqueerden den lange en doornagtige snebbe, denwelke na myne gissing alle Rottangs hebben aan 't uyterste van de getackte bladen, die daervan afgekapt waren, soo kan ickse nogtans in de figuur daerby laten maken, na 't fatsoen van onse Rottangs, want myn jonge Cornelis, die een jaer op Batavia by de Heer Cleyer gewoont heeft, weet my te berigten, dat sulke snebben daeraen moeten syn, hoewel korter dan aen de onse.

Het is my leed dat ick met dese bestelling in UEdelh^ts^. indispositie hebbe moeten moeylyk vallen, en versoeke dat UEdelh^t^. my sulcx gelieve ten goeden te houden, alsoo de natuurlyke drift en de recommandatie van myne Heere Gebieders tot diergelycke ondersoecking dwingt, sullende ick niet nalaten in myne schriften danckbaerlyk te erkennen, de gedachtenis van sulke Heeren, die my tot de kennisse van de een en ander plante geholpen hebben, dogh zal ick myne importuniteyt wat matigen, om UEdelheyt met meerder dingen moeylyk te vallen.

Nu soud ick UEdelh. wel met eenige Zee-rariteyten bedencken, maer dewyl ick niet weet off UEdelh. een liefhebber daervan is, off niet alrede van de Batavisse Eylanden versien is, soo moet ick sulx uytstellen tot dat ick van UEdelheyts sentiment en begeeren nader sal verstendigt zyn. Ick hebbe dit jaer te minder konnen doen, omdat myn voorraad door de vertrekkende vrienden redelyk verdunt is; en ick moet nogh een goede parthey overhouden voor 't laaste schip en de vrienden in het vaderland. Myn voorn. jongh (en) weet my te berigten, dat men op de Eylanden voor Batavia leggende, insonderheyt op de Duysent Eylanden, veele rare dingen vindt met d'Ambonsche accorderende en sommige overtreffende. Manqueerd nu daeraen wat, dat zal ick toekomende jaer op UEdelheyts begeeren tragten te vervullen. Waermede

Edele Eerentfeste enz.
Mijn heer
UEdelh. nedrigen en verobligeerden Dienaer
Rumphius.

Amboina Victoria
desen 8 Juny 1694.

Dit is gestelt enz.

M.S.S. XXI. Als voren.

Bijlage V.

Brief van den Oud-Gouverneur-Generaal Johannes Camphuys aan Rumphius, van den 2 Maart 1695.

Amboina.
Aen de Heer Georgius Everardus Rumphius, Out-Coopman en Raedspersoon aldaer.

Myn Heer!

Twee brieven syn my het voorleden jaar van UE. toegecomen, d'eerste gedateert 4 May 1694, hebbende tot bylaege een memorie tot naeright omtrent het copiëren der ses eerste deelen van UE. Ambonse Kruydeboeken enz. Het andere gedaghtekent 30 September desselven jaers, verselt met eenige Ambonse houtwercken, waervoor ick UE. van ganscher harten en seer gediensteIyck ben bedanckende. Oock syn my naederhant van de Generale Secretarye, buyten twyffel uyt last en ordre van syn Ed^{t}. den Heere Gouverneur-Generael, wel geworden, de door UE. overgesondene 102 Figuuren, benevens een notitie der dingen, dewelcke in de ses eerste boecken onder het copiëren derselve, souden moeten off verbetert off bygevoeght worden; soodat ick my nu bevinde genoeghsaem geinstrueert off onderwesen te syn, om dat werck, buyten de vorige appendix, volgens UE. ooghmerck in goede ordre en by malcanderen te brengen. Maer UE. hoope en vertrouwen dat het nogh met de retourschepen, in 't laetste van het voorleden jaer 1694, nae't vaderlandt soude hebben connen afgaen, is soo wel als de myne dienaengaende, t'eenemaele te niet geloopen, en wie weet off het dit jaer daermede nogh al wel sal willen gelucken. Want tot nogh toe en heb ick niet een goet off bequaem schryver connen bekomen, om een begin mede te maecken; t'elckens uytgestelt wordende tot de verwaght wordende Vaderlandse schepen, en als die alhier aencomen dan isser al weder niemant te vinden. Ick weet hoe sleght en sober de comptoiren op dese Hooftplaetse van bequaeme pennisten syn voorsien, en op de gem. Generaele Secretarye, is het oock soodanigh gestelt dat het ten hooghsten te verwonderen en nauwelyck te geloven is. Ick en maeck geen andere staet dan dat de meergem. UE. Kruydeboecken eerlange expres uyt het vaderlandt sullen worden geëyscht, naedien onder de Ed. Heeren Bewinthebberen nogh al eenige liefhebbers gevonden worden; en daer is nu onlangs nogh bygecomen de Ed. Heer Burgemeester Witsen, dewelcke apparent daeromtrent wel het meeste sal yveren, en dan sullender oock wel soo veel goede schryvers voor den dagh komen, als ick daertoe sal van noden hebben. Met het copiëren van de aftekeningen off figuuren schiet het nogh al redelyck wel voort, en ick stel vast, dat se voor't uytgaen van de aenstaende maent Mey alle volcomentlyck sullen wesen afgedaen; soo dat het veel tyt uytwinnen en seer wel komen soude, indien UE. my met het eerste schip weder een partye figuuren, tsy dan van zeehorenties, schelpen, gewassen, vissen off wat het oock soude mogen wesen, konde toesenden, en daeronder soo veel met haer eygen of natuurlycke coleuren als mogelyck sy; alsoo ick myne hier en daer opgeschommelde tekenaers, dewelcke oock al een goede handelingh hebben, en haere konst redelyck wel verstaen, niet geerne en soude sien leeghloopen off weder van my laeten afgaen, voordat UEd. werck ten eynde sy gebraght.

Geduurende myn voorledenjarigh verblyff op het Eylantje Edam, synde niet veel minder geweest als ses maenden, ben ick mede aen 't soecken van horenties, schelpen en andere zeegewassen vast geraeckt; en myne lyfeygenen, zoo jongens als meyden, hebben aldaer alsmede op het Eylandtje Alckmaer, al vry wat veel gevonden off opgedaen, en daeronder eenige, die (volgens het seggen dergene die pretenderen kennisse van saecken te hebben) in Amboina, midsgaders de daer omher gelegene Eylanden, niet mooyer nogh curieuser te becomen souden wesen; en daerom souw ick my wel connen inbeelden, dat op de Duysent Eylanden en de Angenietes, al vry wat

meer daervan te vinden soude syn, en misschien oock wel soodanige als tot nogh toe onbekent syn gebleven.

Om nu weder te comen tot de voorn. ses eerste Kruydeboecken, mitsgaders hetgene UE. nogh verder onderhanden hebt, en waervan UE. seght, dat liever sagh dat het geheele werck hier te lande in goede ordre moghte gestelt worden, sulx comt volcomen met myn gevoelen en sentiment overeen. Want schoon het nu met de versendingh wat langer moghte comen aan te loopen, soo sal het als dan evenwel geschieden met des te meerder versekeringhe en gerustheyt; en ick heb nogh nooyt de gedaghten gehadt om UE. Kruydeboecken die ick voor myn selven heb laeten copieren, wegh te senden sonder daervan de weergae off copye te behouden. Het sneuvelen off vergaen van de origineele, met het schip Waterlandt, my niet buyten bedughting connende stellen datter niet wel een tweede off meerder ongeluck, en verlies van 't geen nu nogh geluckig in wesen gebleven is, op soude connen volgen, als wanneer ick de myne quit soude wesen, en UE apparent daervan niet meer behouden als eenige cladden off minuten, sonder teekeningen off figuuren; wat my aengaet, ick en stoot my niet geerne tweemael aen eenen steen.

Het geene UE. aen de Hr. Doctor Willem ten Rhyne hebt versoght, namentlyck, „dat het Syn E. gelieven moghte, uyt een genereuse genegentheyt tot de studiën, niet alleen de opsight over 't copieren der gemelte UE. boecken te draegen, maer oock hier en daer by te voegen op Syn Ed. naem, indien Syn E. wat heeft tot meerder verclaringh off correctie van sommige capittelen," daer en kan ick jegenwoordigh niet anders van segghen, als dat soo haest als er een boeck sal wesen gecopieert, ick niet en sal naelaeten Syn E. en nogh een ander bequaem persoon, te versoecken om hetselve, en soo vervolgens alle de andere, alhier ten mynen huyse te collationneren, waernae ick oock in geen gebreecke sal blyven, Syn E. daervan een stel, 't sy dan het myne off het op nieuw daernae gecopieerde te presenteren, om daerby te connen voegen het geene Syn E. sal believen goet te vinden; en het sal my bysonder aengenaem wesen indien hy daeromtrent UE. goede intentie comt te voldoen. Het gene UE. aen hem dierwegens, onder dato 8 Juny 1694, hebt geschreven, heeft hy my gecommuniceert [1]) en oock met eenen 't geen UE. daerby comt aen te haelen van de Waringaboom die op Bantam voor des Konings paleys soude staen, dogh 't welck ick niet wel voor een volcomen waerheyt souw konnen aennemen, t'en waere my daervan, door nader bericht, wat meerder verseeckeringh wierde gedaen. Maer aengaende het gemeene Agelhout off Cajoe Garoe„ 't welck onder andere eylanden en plaetsen oock soude vallen op Belitton (Biliton) en omtrent Malacca, ick heb eenige dagen verleden aen den gem. Heer ten Rhyne laeten sien, eerst twee stucken Agulhout ofte Cayoe Garoe, my voor desen door den Oppercoopman Joannes Keyts toegesonden uyt Siam, met bericht dat het al in redelycke quantiteyt, doch alle niet even deughtsaem, gevonden soude worden op de uyterste grensen van dat selve ryck, te weten naest aen Cambodia; synde dese twee stucken of knoesten (yder omtrent 1½ ℔ swaer) soo schoon dat mense voor seer goede en oprechte Calimback soude aensien. Daerna heb ick aen Syn E. vertoont dry Hazegayen off werpspietsen, welckers steelen (ruym ses voeten langh) gemaeckt syn van een seker soort van Agulhout ofte Cayoe Garoe, 't welck den gewesen Coninck van Jamby (diese voordesen aen my vereert heeft) den naem geeft van Cayoe Garoe Landack, eene plaets gelegen in 't gesight van Iohor; dogh van andere is my bericht dat het niet alleen aldaer, maer oock op alle de Iohoorse Eylanden, midsgaders aen de Noortzyde van het Eylandt Banca, en wel besonderlyck op de Eylanden van Billeton soude groeyen en gevonden worden. De meeste rariteyt daerin bestaende, dat de stucken wat gaeff en

[1]) De brief van Dr. ten Rhyne volgt.

groot vallen, om 't een of 't ander van te connen maecken, en datse dan wat veel en mooy met bruyne aderen doorloopen syn. Daernae liet ick te voorschyn brengen een seer curieus kistjen, lang 13 midsgaders breet en hoogh ruym seven duymen, my eenige jaeren verleden tot een geschenck toegesonden van het Palembanghse Opperhooft den Coopman Willem Sabelaer, mede gemaeckt, van Maleyts Cayoe Garoe ofte Agulhout, 't welck Syn Ed. alsnu nogh verclaert becomen te hebben uyt een van de voorn. Billitonse Eylandjens, en van waer ick dan oock meen, dat den gem. Heer ten Rhyne UE. gedaenen eysch van een tack off twee, met hun bladeren, vrughten en bloemen, alderbest soude connen voldoen. Eyndelyck heb ick oock aen Syn E. vertoont een stuck Calimback, wegende wat minder als 1½ ℔ my eenigen tyt verleden vereert synde door den Koninck van Quinam, doch het is wat bleeck en gemeen houtaghtigh van coleur; soo dat de Heer ten Rhyne, indien het aan syn E. oordeel en verkiesingh hadde gestaen, het voorn. Siamse Agulhout soude hebben geprefereert. Maer den voorn. gewesen Koninck van Jamby en syn Macassaerse wyven wisten beter onderscheydt te maecken, en lieten my versoecken dat ick haer van dat bleecke Calimbacq de helft wilde mededeelen.

Ick en soude het schip Sion, de chaloup Ceram en het jacht Bombayn, sonder antwoort op UE. voorn. twee brieven van 4 Mey en 30 September 1694, niet nae Amboina hebben laeten vertrecken, en het nu alleen op de Fortuyn laeten aencomen, indien het myne lighamelycke toestant hadde willen toelaeten; zynde het daermede althans wel een weynigh verbetert, maer evenwel nogh soo sober en sleght gestelt, als het immer dient: en wat valt er veel van te seggen? Ick heb myn aertse Camphuys nu al ruym sestigh jaeren bewoont, en kan dienvolgende wel staet maecken van haest te sullen moeten verhuysen, om, door de verdiensten van onsen Heylandt en Zalighmaecker Jesum Christum, te gaen besitten een gebouw van Godt, en een huys dat niet met handen gemaeckt maer eeuwigh in de Heemelen is [1]).

Met de continuatie van UE. soon Paulus Augustus op het comptoir Hitoe en heeft het voor tegenwoordigh nogh niet willen gelucken, schoon ick eenige Heeren tot syn faveur daerover hebbe aengesproken; daer meerder comt (seyt het spreeckwoort) moet minder wycken. Dogh dit moet UE. niet verstaen van meerder verstant, kennisse, bequaemheyt, neerstigheyt, getrouwheyt en vroomheyt, want dan quam het met des E. Comps. belangh en de reghtveerdigheyt overeen, maer wel voornamentlyck van meerder gunst en vermogender vrunden, waermede ick meen dat de Heeren onse Meesters haer nogh wel eens bedrogen soude connen vinden. Dan wat sal men seggen? Het is en blyft niet alleen de oude werelt, maer deselve wort nogh hoe older hoe beuser. Ik heb myn meeste en beste daegen daerin geleeft, en maeke als geseght staet van eerlange te sullen moeten verhuysen, dogh met dat voornemen om, nae seer genegen

---

1) Dit herinnert ons aan het door hem op zich zelven vervaardigde grafschrift:

Mijn aardsche Camphuys was vergaan,
Mijn Tabernakel kon nauw staan;
Doch ik zag op een vast gebouw,
Dat eeuwig zijn en duuren zou,
Een plaats door Jezus toegezeid,
En in Zijn's Vaders huis bereid;
Welzalig is die man zijn lot,
Die heeft een timmering bij God.

groete, benevens toewensingh van alle wenselycke zegeningen, soo lange ick leve te blyven

Myn Heer

Uyt myn Thuyn gelegen in de Zuyder Voorstadt van Batavia den 2 Mart. 1695.

UE bereydwill. Dienaer

P. S. Soo aenstonds heeft my den hier bovengem. Coopman Sabelaer verhaelt, hoe hem door naeder ondersoeck en naevraegingh, ter kennisse was gecomen, datter tot Bantam, voor het paleys van den Koningh, nogh twee Waringaboomen stonden, waervan sommige tacken tot corte piecken en hasegayen wierden gebruyckt, en oock den naem hadden van Cayoe Garoe, dogh van de sleghtste soort, maeckende Syn Ed. geen swarigheyt om daervan eerlange eenige tackjens met haere bladeren enz. te becomen, en soo mede van Billiton; hebbende aengenomen en my belooft daerover aen het Opperhoofd te Palembangh Willem Bolton te sullen schryven en versoeck om te doen.

MSS. XXI. als voren. Volgens de minut.

Bijlage VI.

Brief van den Heer Dr. Willem ten Rhijne aan den Oud-Gouverneur-Generaal Joannes Camphuys van den 9 Julij 1694.

Edele Heere!

Het was den 6 deses maends en jaers, dat ik een brief van de Heer G. E. Rumphius de dato 8 Juny ontving, waerin Syn E. onder anderen aldus schryft:

„Ik heb al voorleden jaer van de Edle Heer Out-Generael Camphuys verstaen, dat UE. sich heeft laten gebruyken de gecopieerde schriften van myn herbarium te helpen collationeren, waer over etc. wensche dat het UE. gelegentheyt en genegentheyt mochte lyden, het nieuwe werk dat door Syn Edelheyt voorn. staet gecopieerd en met eenige verbeteringe vermeerdert te worden, in het collationeren te kunnen bywonen, dewyl ik wel versekert ben, dat UE. in die stoffe wel etc. Het geen datter noch by moet komen of verandert sal worden, sal ik met de laetste Septemberschepen deses jaers Syn Hooggem. Edelh$_t$. toesenden, in hope dat het voorgevallene verlies binnen een jaer sal herstelt worden, hoewel het my in den aengroeienden ouderdom wat moejelyk valt, waerdoor de resterende delen van dat werk merkelyk sullen verachteren.

„Het is my lief dat Mr. Christiaen een permanente plaets op Purmerent gekregen heeft etc.

Hiernevens eenige weynige Ambonsche Coningsnagelen, bestaende in enkele spitsen, dewelke ten eenen mael overeenkomen met de oude Ternataensche Coningsnagelen, die men in 40 jaren in de werelt niet gesien heeft, als synde doenmaels met alle andere nagelboomen uytgeroeyt; maer in het voorleden en dit presente jaer synse wederom voor den dag gekomen, en dat aen een eenige boom op de cust van Hitoe, weshalven sy wel voor een rariteyt mogen bewaert worden, dewyl men niet weet, of die boom noch dikwyls dragen sal.

Indien daer by de eerste ses boeken wat by te voegen is, verzoeke dat sulks op UEd. naam mach geschieden, dewyl ik die noyt weer in handen sal krygen, want sulks sal my aengenaem syn.

Ik neem het voor een goede genegenheyt aen, dat UE. en Mr. Christiaen my soeken te bewegen van hier op te breken en op Batavia te komen wonen, doch wy sullen dat wederzyds uit

den sin stellen, vermits de ervaringe ons leert, dat de oude Ambons-vaerders, op andere plaetsen komende, aldaer niet lang leven, en ik sou het gemak van Amboina niet wel kunnen missen, te meer, alsoo myne middelen niet daernae gestelt syn, om op Batavia huys te houden; ook sou ik met myn sobere voorraed selfs voor gemeene Cooplnyden beschaemt staen.

Ik ben verlegen om de oprechte en ware kennisse van het gemene Agelhout of Cajoe Garoe te mogen hebben, 't welk ik weet, dat onder andere eilanden ook valt op Belitton; de leergierigheyt dwingt my, om door UE. hulpe en door vermogender bevelen daertoe te geraken etc. versoekende alsdan een tak of twee met bladeren en vruchten, mitsgaders de bloemen; hierna sou daer op Batavia een figuur kunnen gemaekt worden, daer UE. alsdan een *korte beschryving* van gelieve op te stellen, om achter het 12 capittel van het 2 boek, handelende van Agallochum secundarium op UE. naem te voegen, en my daervan een copy toe te senden. Ik hebbe wel diergelyke takjens van Malacca bekomen, waervan de figuur en beschryvinge in 't selfde capittel te vinden is, maer twyfele zeer daeraen, of de wilde bergbewoonders hetselve van den rechten boom gehaelt hebben. Op Bantam sou voor 's Coniugs paleys een Waringa boom staen, daer Agelhout sou insteken, waervoor de Chinesen gelt geboden souden hebben, hiervan was ik gaerne nae de waerheyt pertinentelyk onderricht, te meer omdat ik van dien boom in hetselfde capittel mentie make, soo soude ik daer gaerne een takjen of wat etc. van hebben, indien dezelve daer nog staet.

De klitte bladeren met wortel en al verzoeke dat net mogen tussen papier ingeleyt worden, om die tegen de Ambonse te examineren.

P.S. Hier nevens sende UE. 4 geknobbelde hoorntjens (waervan ik Syn Edelheit twee toesende genaemt Trochus longaevus, dat is, lang levende drayschelp nae de letter, synde van die natuur dat mense over het jaer kan levend houden, sonder eenige kost of drank, gelyk dese van Januario af van Ceram meêgebracht, levend syn gebleven; UE. kan sien hoe lang se gunter noch levend blyven. Men moetse slechts in een hoek wegleggen, of in een kist sluyten, sonder water of kost. Ik hebbe dese somtyts in water geleyt, dog die syn kort daernae gestorven, en dan syn *de schalen noch al een rariteyt;* men sou het kunnen proberen of mense niet levend na het vaderland sou kunnen brengen."

Dus verre den E. Rumphius.

Nu vinde ik my verlegen Edele Gestr. Heer, dat ik het seer geleerde en plaisante tractaet van den Ridder Temple hier niet nevens sende enz.

Ik gebruyke de vrymoedigheyt om desen ingesloten brief van den E. Rumphius aen Mr. Christiaen Gerards met het bygevoegde goetjen hiernevens te laten overgaen, 't welck dan syn addres op syn Edelh^{ts}. ordre seer wel sal erlangen.

Hiermede bevelen wy Syn Edelheyt Godes genadige hoede, onder een hartgrondige toewenschinge van een spoedige en voorspoedige herstellinge in gesontheyt en krachten, mitsgaders myne en myn Huysvrouws onderdanigste groetenisse.

Edele Gestrenge Heere

Batavia den 9 July 1694. Syn Edelheyts ootmoedigste en verplichtste Dienaer

W. ten Rhyne.

Opschrift: Aen den Edelen, gestrengen, welwysen, seer voorsienigen en gansch genereusen Heere, Myn Heere Joannes Camphuys, Oud-Gouverneur-Generael van Neerlands India, thans residerende op den Eylande Edam.

Met een doosjen gem. J. C. 3 Sacken 1 Doos in seyldoek benayt en 2 Samfoe-potjens, alle gemerkt C. G.

MSS. XXI. Als voren.

Bijlage VII.

In antwoord op den brief van den Oud-Gouverneur-Generaal Camphuys van 2 Maart 1695 aan Rumphius, schreef deze hem den volgenden, gedagteekend den 29 Junij van hetzelfde jaar:

Batavia.
Aen den HoogEdele Heer Johannes Camphuys,
Oud-Gouverneur-Generael van India.

HoogEdele, Erntfeste, HoogAghtbare, Welwysen, Manhaften,
Genereusen en Seer Bescheyden Heer.

Edele Heer!

Nadat het Fortuyntje een des avontuurlycke reysje van ruym 2½ maenden afgelegt hadde, is het eyndelyck den 17 May op dese Reede gekomen, hebbende alvorens Amboina al rond gezeylt om Amboina te vinden, wanneer my U HoogEdelheyts secr g'eerde en langverwagte messive van den 2den Maart passato aengenamelyk behandigt wierde, dewelcke my eenigsints bekommert en beschaemt maekte, dat ik by UEdelheyts indispositie die moeyten veroorsaekt hebben, een zoo ampelen brief in te stellen, dewelcke voor my niet te lank was, als synde vervuld met aengename stoff, behalven dat punctjen 't welck my wat melancolic maekte, *moetende hooren dat myne schriften op Batavia dus lank opgesloten blyven;* waertegen ik anders niets doen kan als patientie dragen en gedencken dat alle genereuse voornemens in haer begin met tegenspoeden vergeselschapt zyn. Ondertussen blyf ik egter continueren myn vertrouwen te stellen op UHoogEdelhts. gunstige voorsorge en weyse directie, dat daerdoor *myne schriften* voor de 2de mael na het vaderland sullen mogen gaen; latende my egter in kleene hoope om by myn leven nog iets daervan in 't ligt te sien. Niettemin blyf ik van voornemen by reconvalisatie van myn ordinaris klerck, de 3 volgende boeken namentlyck het 7, 8 en 9e boek met schrift en Figuren klaer te maken, om aenstaende September aen de Hooge Regering te senden, *off het misschien gelucken mochten dat de dogter voor de moeder na het vaderland ginck.* Van de voorn. drye boeken heb ik 34 losse Figuren by malkander gekregen met nog 4 dittos, tot de 6 eerste boeken gehoorende, als zynde completer dan de voorheen gesondene, *te samen* 38 *Figuren, in nevensgaende Lyste gespesificeert,* dewelcke op UEdelhts. begeren in een Tomtommetje nu overgesonden werden, om de tykenaers werck te geven, dewelcke men dan by overkomst van 't origineele werck ider op syn plaets kan placken. Meerder Figuren van het Kruydeboek kan ik tegenwoordig niet missen dewylse ingeplackt zyn, en ik ze van noden hebbe om somtyts de tecx na de Figuren en wederom de Figuren na de tecx te corrigeren. Daer syn ook nog wel by my te vinden Figuren van Zee- en Landdieren, Vogelen, Hoorntjes en Schulpen, in, en rondom dese Eylanden vallende, dog wat slegt gemaeckt en sonder waterverwe, dewelcke ik dierhalve niet durff oversenden, gelyck ik se ook van noden hebbe, om t' zyner tyd de tecx na te formeren.

Ick heb uyt UEdelhts. missive verstaen, dat verscheyden soorten Agelhout en Calambak by UEdelht. te vinden waren, dewelcke ik uyt het verhael van andere heb moeten beschryven ontrent het 12de Capittel van 't 2de boek, moetende my behelpen met een Figuer gemaekt na tacken my van Malacca toegesonden, in bladeren wel accorderende met de kleenbladige Waringa en insonderheyd met de Bantamse voor het Conincx paleys staende, waervan ik al voor 20 jaren

een tackje gehadt hebbe, dog doenmaels door gebreck van een tykenaer geen Figuer daervan heb connen maken. Daerentegen de vrugten van Agelhout van gemelte Malacca my toegesonden verschillen t'eenemael van alle Waringa soorten, dewelcke de substantie van vygen moeten hebben, daer de Malacse gantsch hard en houtagtig waren. Dierhalven het hoog nodig sal zyn, om een Figuer te bekomen waerop men geruster mag zyn, 't welck dan heel wel soude kunnen geschieden, indien de E. Heer Wilhem Sabelaer volgens syn goede aengeboden hulp en yver, een tackje met bladeren en vrugten van het Bilittonse Agelhout konde bekomen om een Figuer daerna te maken, waervan ik t' zyner tyd een copie van de Figuer en een stuck van den tack met syn bladeren en vrugten verwagten.

Gemelte Heer Sabelaer moet van my hertelyck gedanckt zyn, voor zyn goede yver en bewesene hulpe, waerdoor ik tot kennisse van sommige dingen gekomen ben; want na myn gissing is hy mede dien man, dewelcke my door den Heer Majoor St. Martin, geholpen heeft tot de kennisse van het opregte Sanguis Draconis, off der Maleyers Rottang Djernang, en nu ontdeckt heeft de waerheyt van myn seggen, 't welck ik voor 20 jaren op Batavia gedivulgeert hebbe, te weten, dat het gemeene Agelhout uyt de maegschap zy van de Waringa; dat deselve groeyen op de Billittonse eilanden, alsmede de 3 Waringa boomen die eertyts voor de Bantamse Conincx paleys gestaen hebben, doch meest door den brand vernield zyn.

Aengaende nu het bleeke Calambak by UHoogEdelheyt te vinden, sal na myn gissing zyn Agalogum Album, een ligte off bleecke soorten van Calambak, meer tot de medicyn dan tot reuckwerck gebruykelyck. Off het moet syn Lignum Moschatum, in 't Maleys Caju Castoery genaemt, beyde in voorn. 2 boek beschreven en by de vrouwtjes wel bekend, dog hier ter plaetsen weynig te sien. Ick ben van gevoelen dat het beste Agelhout oft Caju Garoe en Calambak boomen zyn, die niet veel verschillen, gelyck se ook in 't Latyn en andere talen eenderley naem hebben, te weten: Agallogum, waervan de Portugesen Paŏ de Aguila en sommige van de onse door onwetentheyt Lignum Aquilae en Arendshout gemaekt hebben; egter gelooff ik dat nooyt een European den boom gesien heeft waervan het regte Calambak komt, en ook misschien niet ligt sien sal, dewyl hy soo veer Landwaert in groeid, off het moesten de soldaten van Alexander de Groote geweest zyn. Daer is dan geen andere kans voor de geleerde werelt om nader kennis van dien boom te krygen, dan aen onse kant een groot Heer, dewelcke wel stond by de Koningen van Coinan en Toncjen, dewelcke door haer ondersaten eenige tacken voor ons soude konnen procureren, 't welck hun luyden ligt te doen viel.

Ick heb mede nieuw toegehoort dat UEdelheyt door syne dienaers op de eilanden Edam en Alckmaer soo veel Zee rariteiten van hoorntjes en schulpen heeft opgesogt, datse de Ambonse en Molucse soude konnen tarten, 't welck met myn oude gissinge accordeert en my verseekert, dat het ten deele waer zy, vermits ik al ruym 40 soorten van verscheyden vrinden bekomen heb, op de Batavische stranden en eilanden byeen gesogt. Dog ofse in frajigheyt en mooyigheyt van soorten de Ambonse souden konnen tarten, dat raekt de eer der Ambonsche monarghie die wy soo lange jaren over de Zee rariteyten gevoerd hebben. Ick heb dierhalven goedgevonden onder UEdelheyts welnemen een proeff hiervan te doen, en tot dien eynde omtrent hondert soorten uyt de Ambonse voorvegters gecommandeert, t'zamen gepackt in dit neffens komende Tomtommetje, om de Batavisse uyt te dagen, hopende van die Batallie t' zyner tyd een goed succes te hooren, verliesense het spel, soo behoeven ze niet weder te komen, maer mogen in gevanckenis blyven.

Ick verstae dat Meester Christiaen Geraerts een Maleyts Woordenboek op Batavia op de Gouwediefs passar opgekogt heeft en tegenwoordig onder UEdelheyt berust, welcke na alle omstandigheden sal zyn, myn Maleyts Lecsicon. wenste dierhalven het wederom te hebben, als zynde niet gemaekt om publieck te verthoonen, maer tot myn speculatie. Het is met myn eygen handen voor 25 jaren door

my geschreven van het begin tot het woort Pandas in de letter P, en het volgende is (van) een andere hand.

Van ieder hoorntje is maer een stuck gesonden om de soorten ligter te connen kennen, en aen de voornaemste syn brieffjes met de namen, off ingestoken off aengebonden, soo alsso hier genoemt werden, want de namen veranderen na een eyders goetvinden. Waarmede

HoogEdele, Erntfeste, Agtbare, Welweyse, Voorsienige en seer Genereuse Heer, na myne nedrige gebiedenisse in de Vaderlycke beschermínge des Allerhoogste beveele, dewelcke gebeden zy, UEdelht. in syn ouderdom te sterken en met lyffs gesontheyt kroone, tot dat wy wedersyds onse loop sullen volendt hebben — en verblyve

Amboina aent casteel Victoria,
den 29 Juny A°. 1695.

UEdelheyts nedrige en verpligten Dienaer
Rumphius.

Dit gesteld by de Oud-Coopman Georgius Everhardus Rumphius.

P.S. Versoecke nogmaels te weten off in de Figuer van de Maccasaersse Spatteboom, gemaekt na het tackje door de Edele Heer Raed Ordinaris Dirck de Haes aengebragt, de vrugten daerby geteyckent zyn, dewylse in de overgesondene Copye figuer niet te vinden zyn, en een vrugt van een anderkant my toegesonden, is suspeck dat het de regte niet en sy

P.S. Alsoo na het sluyten van de voorgaende, het ongeluck myn comtoir, daer de adsistenten sitten, is overgekomme dat' er een kistje gestolen is, daerin onder ander goed de meeste Figuren waren, gehoorende tot de 3 eerste boeken, waer door ik sonder een eenigh Figuer blyf sitte, en ook geen raed weet op het nieuw te maken. Soo moet ik myn toevlugt nemen tot UEdelheyts gunstige hulpe, en versoecke een copye van 61 Figuren, als in de neffens komende Register gespesificeert staen, zynde van soodanige boomen, dewelcke moeyelyck en uit het verre gebergte te bekomen zyn, soo sal ik sien de andere met' er tyd daerby te winnen, komende van boomen die ontrent wooninge der menschen staen. Want wy syn alhier besig de 6 eerste boeken uyt hare kladden in een goede Form te brengen, waertoe wy dan de meeste Figuren dienen te hebben.

MSS. XXI. als voren.

Wy hebben het minder noodig geacht, de registers waarvan in den tekst gesproken wordt hierby over te nemen.

Bijlage VIII.

Zoo als uit de hiervoren medegedeelde correspondentie blijkt, was het afsterven van den Oud-Gouverneur Generaal Camphuys inderdaad een treffend verlies voor R., want niet slechts dat hij met woorden alleen, van zijne belangstelling in het werk van onzen natuurkundige blijken had gegeven, maar hij voegde bij het woord tevens de daad. Slechs vier dagen voor zijn dood gaf hij hiervan nog een bewijs in de volgende:

Memorie ofte het geen Syne HoogEdelheyt J. Camphuys, op syn sieckbedde Cornelis Chastelein geordonneert heeft aan te teeckenen, wegens de kruydeboecken van d' Hr. Rumphius de dato 14 July 1695.

De Figuren van de ses eerste Amboinse kruyde boecken van Rumphius syn dubbelt getekent; synde 't eene voor syn Edelheyt en 't ander om nae 't vaderlant te senden, gemaeckt.

Het eene stel vereert syn Edelht. Camphuys aen d' E. Heer Majoor Isaac de St. Martin. Sullende het tweede stel mede aen gemelte Heer St. Martin overgegeven werden, met versoeck om onder syn E. opsigt, ende 't oogh van den Heer ten Rhyne, daeraen d' Heer Rumphius dierwegen geschreven heeft, het selve te laeten voltoyen, waartoe oock soude kunnen te passe komen de brieven dierwegen aen d' Hr. Rumphius afgegaen en by syn Edt. oock weder van daer ontfangen.

Item een bondeltje met verscheyde papiertjes die saeck concernerende, hebbende den Chirurgyn Cristiaen Gerards, deselve kruydeboecken en teeckeningen syn Edt . by een briefjen afgeeyst, dogh 't welck niet heeft kunnen geloven met de mening en Intentie van d' Hr. Rumphius overeen te komen, nadien syn E., gelyck hy hadde kunnen doen, aen syn Edt. Camphuys het minste daervan niet geschreven heeft.

MSS. XXI. als voren.

Vier dagen later, op den 18 Julij 1695, stierf de Oud-Gouverneur-Generaal Camphuijs, een der voornaamste beschermers van Rumphius; zoodat den laatsten brief van R., van den 29 Junij te voren, hem niet meer in handen is gekomen.

Bijlage IX.

Batavia.
Aen den Edele Heer Isaac de Sint Martin.
Raed Ordinaris van India.

WelEdele Eerntfeste Agtbr. Welwyse Manhafte, Voorsienige, seer bescheyden en Genereusen Heer.

Myn Heer!

Dewyl ick uit aenschryven van de Batavisse vrunden verstaen heb, dat myne Botanisse schriften, die ik van jaer tot jaer overgesonden heb, na 't overlyden van den Edele Heer Johannes Camphuys Salr, hoewel ick tot noghtoe geen berigt off brieven daarover bekomen hebbe, aan UEdele behandigt zyn, om deselve soo veel mogelyk is in orde te brengen, en bequaem maeken (om) na 't vaderlandt te zenden. Soo kan ick my niet anders inbeelden als dat gemelde schriften UEdele vry wat confuys ter hand zullen gekomen zyn, om welke te redden niemandt ligt de bequaemheyt hebben zal, die daerin niet geverseerd is. Ick laat my egter anders niet voorstaan, als dat de Hooge Regeering nogh al genegen zal zyn deselve schriften na 't Vaderland te zenden, gelyck deselve oock uyt het Vaderlant schier jaerlyx van my g'eyscht werden, met vermaening dat ick doch daerin niet draeg (traag) zoude zyn. Om nu na myn vermogen daerin te voorsien, soo heb

ick nodig g'agt, met advys van onsen Heer Gouverneur, twee van myne clercquen met dit schip over te senden, te weten, Johan Philip Sipman, een persoon in de medicynen geverseerd en gepromoveerd, die by de vier jaeren voor Assistent by my gedient, en gevolgelyck grondige kennisse van myne schriften heeft, aan dewelke ick dan een memory medegegeven heb, hoe van tyd tot tyd myne schriften en figuren overgesonden syn, wat daerin verandert en bygevoegt heeft moeten worden, op wiens kennisse dan UEdele de redding van myn Botaniswerck vryelyck mag laten aankomen.

Den anderen Philip van Eyck heeft by de agt jaren voor tykenaer by my gedient, en gevolgelyck goede kennisse van de figuren heeft, off deselve volkomen off gebreeckelyck zyn Sullende hy mede soodanige 61 figuren moeten copiëren, als in 't voorleden jaar van myn comptoir gestolen syn, en waervan ik de tacken moeyelyck wederom bekomen kan, zynde voorleden jaer een lyste derselven aan den Edelen Heer Camphuys Sal[r] gesonden.

Gemelte lercquen tyd ruym g'expireerd synde, hebbende ernstelyck voorgenomen met de eerste gelegentheyt te repatrieeren, tot het welk ick dan voor haerliede UEdele's gunst en hulpe versoeck, en datse in die qualiteyt mogen vertrecken, in hoop dat ondertussen myne werken in ordre gebragt en bequaam gemaakt sullen syn, om naar 't vaderland te konnen senden.

De drie laetste Boeken blyven nogh by my, daeraen nogh wat te verstellen vald en eenige figuren by te voegen, dewelcke ik egter met de laetste versending in aenstaende September verhoope nae te senden, wanneer dan het geheele werk in twaelf boecken zal bestaen. Off nu de Hooge Regeering goed zal vinden, geduerende dese oorlogstyden het voorn. werck met de eerste besending na 't Vaderlandt af te vaerdigen zal ik aen Haer HoogEdelh[ts.] wys en voorsigtig overleg bevolen laten. Het verlies van de schriften is verdragelyck, dewyl men deselve altyd wederom kan copieeren maer het verlies van de figuren is voor het meeste deel onversettelyck, dewyl ick in dit myn swack ouderdom, geen gelegentheyt heb, de origineele tacken wederom te bekomen, gelyck ick oock van nu af aen verlegen zal blyven met veel te schryven, als zynde destituyt van een assistent en tyckenaer, waermede

WelEdele, Erntfeste, Agtbr., Welwyse, manschafte, voorsienige seer bescheyden en genereusen Heer na myne needrige groetenisse U WelEdele in de Vaderlycke bescherming des Alderhoogsten bevele en verblyve

Mynheer

Amboina desen 9 July 1696. Uw Edelheden onderdanige dienaer

Rumphius.

P.S. Den bovenstaende gesloten en overgeleverd zynde, is het schielyck overval dese Provintie overgekomen, dat wy onsen Heer Gouverneur Nicolaas Schaghen verloren hebben, en onder andere veranderingen daerdoor veroorsaekt, heeft den voorschreven teyckenaer Philip van Eyck ook hier moeten blyven, en tot het laetste schip te wagten, om eenige penningen te graveren die onder de dragers zullen uytgedeelt werden.

Ick hoop echter dat men ginder schilders zal vinden, die de verloren en wederom g'eyschte figuren zullen connen copieeren om toe te senden en by verlies van de principale niet verlegen te zyn.

Amboina desen 16 July 1696.

MSS. R. U. als voren.

Doch ook dezen brief kwam den geadresseerde niet in handen; toen het p. s. werd geschreven, was de Heer de St. Martin juist drie maanden te voren overleden, namenlijk den 14 April.

Bijlage X.

Uit den volgenden brief van den Heer Cornelis Chastelein, van den 11 October 1696, blijkt, dat hij na het overlijden van den Heer de St Martin, belast is gebleven met de zorg voor het Herbarium van Rumphius; daar de brief geen adres heeft, zijn wij niet in staat met zekerheid te kunnen opgeven aan wien hij gerigt is; doch aan de titulatuur vermoeden wij dat het aan den Gouverneur-Generaal Willem van Outhoorn is geweest.

Hoog Edele Heer!

Ick heb den Assistent Johan Philip Sipman vertoont, de copia van de 9 boeken van den E. Rumphius soo als deselve onder myn syn; ende gevraagt of hy van den E. Rumphius iets hadde mede gebragt om daerby te voegen, of tot welcken eynde, ende wat het gheene was gemelde Rumphius dierwegen requireerde en hem aanbevolen hadde.

Wegens het eerste seyde, d' E. Rumphius hem niets heeft overhandigt, maer ten opzigte van het tweede had versogt om te sien hoe verre de copia, die de Heer Camphuys Sal: gedt. en naderhand d' E. Heer Saint Martin Sal: gedt. mede bezig zyn geweest, waren geavanceert, in vertrouwen dat Haer Hoog Edeln. de gemelde gecopieerde 9 boecken als die gereet waren, soude gelieven na 't vaderland te senden. Het welke al met de voorleden jaerse besending volbragt is; dogh waervan de gem. Sipman verclaarde d' E. Rumphius op zyn vertrek nogh geen kennisse gehad heeft. En daermede nu zyn verlangens begeerte soo verre zal voldaen wesen.

Den Teekenaer Philip van Eyck die met het laatste schip eerst te verwagten is, komt tot geen ander eynde, als om 61 figuren volgens memorie te copieeren, die d' E. Rumphius in Amboina ontstolen zyn.

Ick zal hetselve kosteloos voor d' E. Rumphius, door myn jonge, [1]), diese voor d' Heer Generael Camphuys Sal. gecopieert heeft, laten doen, voor sooveel als alhier in wesen bevinde ende syn E. toesenden. Want dese voornoemde teekenaer Philip van Eyck, vermits zyn tyds expiratie, ernstig voorgenomen heeft te repatrieeren, en ligt over 6 weeken hier pas wesen zal, wanneer de tyd te kort sou syn, om sulcx voor de verlossing te kunnen voltrecken, ende andersints wel expres daerom sou dienen over te blyven.

Het welke overeenstemt met de missive van d'E. Rumphius van den 9 July 1696 dirwegen aen d'Heer Saint-Martin geschreven, luydende:

(Zie de voorgaande Bijlage)

Zynde dit al het gheene UEdele tot bescheyt hierover kan geven; en van gemelten Sipman mede by confirmatie heb laten teekenen; terwyle dat na needrige groete verblyve

Uw Hoogh Edelens onderdanige en verpligten dienaer

Batavia desen 11 October 1696.

Corn. Chastelein,
Jchan Philip Sipman.

MSS. XXI. als voren.

---

[1]) Deze jongen was genaamd Cornelis Abramsen, hij was bij den Oud-Gouverneur-Generaal Camphuys, zoowel te Batavia als op het eiland Edam werkzaam geweest; hoewel Rumphius hem volgens zijnen brief aan den Heer de St. Martin van 15 September 1692 (zie Bijlage III) te Amboina terugverwachtte, schijnt hij echter ten minste tot 1696 te Batavia te zijn gebleven.

Bijlage XI.

Aan d'Edele Heeren Bewinthebberen van d'Generale Vereenigde Nederlandsche G'octroyeerde Oost-Indische Compagnie, ter Vergadering van 17 binnen Amsterdam.

HoogEdele, Erntfeste, Groot Aghtbare,
Gestrenge, Welwyse, Voorsienige en
Seer Genereuse Heeren.
Hoog Gebiedende Heeren.

Nademaal wy uyt de overgekomene Comp^s. papieren ende de jongste missives van Haar H. Edlens tot Batavia aan dese regering in Amboina geschreven, met groote blydschap verstaan hebben dat UEd. Ho. Aghtbarens in Zeelant ter Vergadering van 17 een bysondere goedheyt hebben gehad, om sodanige Botanise schriften van my Georgius Everardus Rumphius te amplecteren, en tot vergelding van dien, desselfs soon my Paulus Augustus Rumphius tot Coopman te avaceren; soo vinden wy ons ten hoogsten verplight voor sodanigen onverwagte gunst U Ho. Edle Genereuse Heeren in alle eerbiedigheyt te bedanken, onder hoope ons deselve en verder faveur te sullen waardig maken, en met de grootste trouwigheyt UEdlen Ho. Aghtb^ns in dese Landen te dienen. Waarmede eyndigende en God Almagtig biddende, dat Hy UEdle Aghtbare Heeren in alle deelen sal gelieven te zegenen, mitsgaders den handel van d'Edle Oost-Indische Comp. hoe langer hoe meer doen floreren, verblyven wy naar onderdanige groete

Edle, Erntfeste, HoogAghtb., Welwyse, Voorsienige, en Seer Genereuse Heeren

UEdle Hoog Gebiedende Heeren haar verpligtene,
getrouwe en eerbewysende Dienaren,
Dit gestelt: Rumphius.
door Georgius Everardus Rumphius.

Amboina, Victoria ady 19 September 1699. P. A. Rumphius.

Aldus gedaan en in September des jaars 1699 weggesonden
met de fluyt de Civetkat onder de Secretaryspapieren.
R.

AANTEEKENINGEN.

---

1. *Travels in the East Indian Archipelago* By Albert S. Bickmore, M. A., F. R. G S. etc. Professor of Natural History in Madison University, Hamilton N. Y. London. John Murray, 1868, p. 252.

2. *Rumphia sive Commentationes Botanicae imprimis de Plantis Indiae Orientalis* etc. Scripsit C. L. Blume. Lugduni-Batavorum MDCCCXXXV.

3. I was going to Batavia, to sail thence to the Spice Islands, which lie east of Celebes, for the purpose of collecting the beautiful shells of those seas.

I had chosen that in preference to any other part of the world, because the first collection of shells from the East that was ever described and figured with sufficient accuracy to be of any scientific value was made by Rumphius, a doctor who lived many years at Amboina, the capital of those islands. His great work, the „Rariteitkamer" or Chamber of Curiosities, was published in 1705, more than sixty years before the twelfth edition of the „Systema Naturae" was issued by Linnaeus, the Father of Natural History, who referred to the figures in that work to illustrate a part of his own writings.

It was partly to restore Rumphius" specimens, and partly to bring into our own country such a standard collection, that I was going to search myself for the shells figured in the „Rariteit-kamer" on the very points and headlands, and in the very bays, where Rumphius" specimens were found. p. 13 and 14.

Two months had now passed since I arrived at Amboina, and I had not only collected all the shells figured in Rumphius" „Rariteitkamer", which I had come to seek, but more than twice as many species besides. p. 213.

4. Michaelis Bernhardi Valentini, India Litterata etc. Francofurti ad Moenum MDCCXVI.

5. Zie over Herbert de Jager, de Bijdragen van het K. I. voor de T.-, L.- en V.k. van N. I. 1869. Andreas Cleyer, alsmede W. ten Rhijne, waren Doctoren, en J. de Vicq, Koopman in dienst der O. I. C. Menzel was een Duitsch geleerde.

6. Oud en Nieuw Oost-Indië, 3 Deel. Verhandeling der Visschen, f. 348.

7. Een rang die slechts weinig verschilde van dien van soldaat; een korporaal van de Adelborsten stond in gagie met een gewoon korporaal gelijk.

8. Larike, een post aan de Westkust van Hitoe gelegen.

9. Hitoe is het Noordwestelijk gedeelte van het eiland Amboina.

10. In het fort Amsterdam te Hila was de residentie van het Opperhoofd op de kust van Hitoe

11. Dit stuk is niet aanwezig; hij verzocht waarschijnlijk daarin, om in de betrekking van Opperkoopman bevestigd te worden.

12. Dit bevestigt wat wij op bl. 4 schreven, dat Rumphius nog in 1653 naar Amboina is vertrokken.

13. De Opperkoopman de Jongh vertrok niet lang daarna in dezelfde kwaliteit naar Ternate.

14. Den 23 October van hetzelfde jaar schrijft Rumphius van Hila aan den Gouverneur Cops: „Dese nacht ontrent 1 ueren hebben wy een ongewoonlyck weder alhier gehad, vallende als een clomp vuir met een langen staert uyt de logt nae de aerde, met twee cleyne donckere dondergeluyden daerby zonder voor aff of naer meer weerligten te vernemen."

15. Deze was sedert tot Gouverneur van Ternate benoemd geworden.

16, Namelijk wanneer hij den weg over land nam, die wel de kortste maar tevens zeer moeijelijk was, door de steile klippen waarover men gedragen werd; die weg kwam aan de baai uit, tegenover de zoogenaamde Drie huizen (Zie ook Valentijn, 2de deel, Beschrijving van Amboina, fol. 97).

17. „De Ambonsche gewesten zyn het aerdbeven oock seer onderhevig, — zegt Rumphius — „doch niet soo dickwils als Banda en de Moluccos, ende men heeft gemeenlyck in Amboina aerd-bevinge, als naer eene lange hitte en grooten zonnebrand een stercke regen valt, die een of twee etmalen aenhoud, want alsdan werden de sweetgaten der aerde verslymt en toegestopt, waerdoor de ingesloten dampen gaende gemaeckt werden. Onder alle maenden zyn October en November de zorgelyckste, dewyle alsdan de hitte op het grootste is en daerop schielycke plasregen volgen."

„De swaerste aerd-bevinge die Amboina by de Nederlandsche regeringe uytgestaen heeft, moet men reeckenen die voorgevallen syn A°. 1644, 1671 in October en het allerschrickelyckste in February 1674, welckers beschryving wy in 't byzonder gegeven hebben." (D'Ambonsche Landtbeschryvinge MS. fol. 5. R, Archief).

Deze beschryving der aardbeving van Rumphius werd door den Gouverneur Hurdt bij missive van 17 Junij 1674 aan de H. R. gezonden.

18. Bij het instorten der gebouwen in de Chineesche straat kwamen om 79 personen, terwijl er bovendien nog 35 zwaar gekwetst werden.

Het aantal dergenen, die bij deze ramp in de provincie Amboina het leven verloren, bedroeg 2322, waaronder 31 Europeanen.

19. Het werd later meermalen door de H. R. in hunne brieven, als bron waarmede te rade moest worden gegaan, aangehaald.

20. In 1688 werd het Collegie van Huwelijkszaken met dat van Kleine zaken vereenigd; Rumphius bleef Voorzitter.

21. Paulus Augustus Rumphius was het jaar te voren (1686) van Batavia als Boekhouder naar Amboina verplaatst.

22. In den brief van de Bewindhebbers van den 10 December 1692 aan de H. R. geschreven leest men over het verlies van het schip Waterland: „dat het met zyne byhebbende schepen gekomen zynde op off omtrent de 45 graden Noorderbreedte, den 12 September 1692, door eenige Fransche schepen, de wil nae de West-Indiën hebbende, die haer des naghts by geval, onder de voorsz. retourschepen bevonden, des morgens is aengetast, ende soodanigh onder water beschoten, dat hetzelve kostelycke schip, eenige uren nadat den vyant daervan was affgeweecken, en met alle seylen by voortgeseylt, met volck ende al seer erbarmelyck is gesoncken, niet boven de twaelff man in de schuyt daervan afgekomen synde."

Het schip Waterland was het Admiraalschip van de vloot, die in dat jaar stond onder het bevel van den Commandeur Willem Kemp; zijn Schipper was Cornelis Verhulst.

23. Om deze stukken was door de H. R. gevraagd bij hunne missive van 29 Januarij 1697. De Landkaart van Amboina was in dien tijd mede door Rumphius vervaardigd.

24. P. S. Aliquot abhinc annis Collegium Naturae Curiosorum in Germania bullam invitatoriam mihi transmisit, quâ me Collegii sui Membrum constituit, et quidem, pro more illorum, Sub Plinii Indici nomine.

Rumphius aan Ten Rhijne. Amboina 20 Mei 1683 (Valentini India Litterata, f. 429).

25. Volgens de overgekomen papieren van Batavia in 1700, zou onder N°. 25 dit stuk zich moeten bevinden, doch het blijkt dat het er uitgeligt is; of dit ten behoeve van dien Hoogleeraar is geschied, durven wij niet beslissen.

Deze aanteekening was reeds ternedergeschreven, toen wij van den Heer W. N. du Rieu, Conservator der HSS. aan de Bibliotheek der Leidsche Universiteit, berigt ontvingen, dat dit stuk aldaar aanwezig was, en daar ZijnEd. teregt veronderstelde, dat het behoorde te zijn ter plaatse vanwaar het — waarschijnlijk tot het bovengemelde doel — was uitgeligt, heeft ZijnEd. het aan het Rijks Archief teruggezonden. De Heer Rijks-Archivaris, Mr. L. Ph. C. van den Bergh, heeft het in dank aangenomen en den Heer du Rieu hiervoor zijnen welmeenenden dank betuigd.

26. Voor zijn in 1741 uitgegeven Herbarium komt een brief van Rumphius voor, gedagteekend „1690 midden in 't 63 jaar myns ouderdoms", zoodat hij in 1626/1627 moet zijn geboren.

27. „Onder de vergunde erven buyten de stad, tot grondgebruyck is de *bysonder grafstee* aen den Oud-Coopman d. Ed. G. E. Rumphius verleent; breed langs den weg en achter schaers 5 en diep 7 roeden; zoo mede een *vergunde thuyn by desselfs leven*, achter de tegenwoordige paerden- en beestenstal, ruytsgewyse vierkant, schaers 20 roeden breet langs den weg van de Elephantsstraet, en achter diep langs de stal na den weg van Waytomo 26 roeden."

(Schriftelyck berigt door den Gouverneur Padbrugge voor zyn opvolger den Heer de Haes, opgestelt den 18 Augustus 1687).

28. In eene Noot, p. 320, Tome 39, Art. Rumphius van de B. U. 1825, leest men: „Une pierre couvrait sa cendre, mais elle restait ignorée, lorsqu'un siècle après, les naturalistes de l'expédition d'Entrecasteaux, La Billardière, Ventenat et Deschamps vinrent par leurs sollicitudes renouveler sa mémoire."

29. „De grafsteen, ter eere van den schrijver van het Herbar. Amb., den grooten Rumphius, in der tijd in den tuin van het huis, hetwelk deze vlijtige natuuronderzoeker bewoonde, geplaatst, was sedert lang verwaarloosd en zelfs laatstelijk geheel weggeruimd, zoodat men ter naauwernood de sporen er van kon ontdekken. De Baron van der Capellen zulks vernomen hebbende, beval terstond dit schandelijk verzuim te herstellen. De grond werd aangekocht, en binnen kort prijkte op het verwaarloosde graf een sierlijk gedenkteeken, door den Architect Payen vervaardigd enz."

(Bijdrage tot de Natuurk. Wetenschappen, verzameld door H. C. van Hall, W. Vrolik en G. J. Mulder. Vierde Deel voor 1829).

30. Particulier schrijven van den Hoogleeraar P. Harting (19 Maart 1870) aan L.

31. Dit exemplaar is met de voorwaarde van uitgaaf 1739 in de Kon. Bibl. aanwezig.

32. Ook de Koninkl. Bibl. is in het bezit van een exemplaar der Landbeschrijving van Amboina; dit exemplaar is echter in octavo, terwijl dat van het R. Arch. in folio is geschreven; daarenboven mist het het Register, de Lijst der Ambonsche Gouverneurs en de Kaart der Provincie, waarmede het exemplaar op het R. Arch. is voorzien. Wij houden het echter voor een gelijktijdig afschrift.

33. „Valentijn heeft in den regel geput uit goede bronnen, onder anderen uit een belangrijk handschrift van den ouderen Rumphius, dat hij echter zorgvuldig verzwijgt."

(Jhr. Mr. J. K. J. de Jonge, De opkomst van het Nederlandsch gezag in Oost-Indië, Vierde deel. Voorrede bl. VI.)

34. Het werk is met een fraaije titelplaat voorzien, alsmede met het portret van Rumphius, door zijn zoon geteekend. J. de Later sculpsit. F. Halma excudit.

35. Johannis Rulitius, beroepen te Amsterdam uit de Engelsche kerk in de Hoogduitsche 1639, naar Heidelberg 1652, terug in de Nederduitsche 1655, in de Hoogduitsche kerk 1666, en in hetzelfde jaar overleden (Naamregister der Predikanten. Amsterdam 1746).

VERBETERINGEN.

Blz. 8, regel 19 v. b, *staat:* bijgeveogd, *lees:* bijgevoegd.
„ 14 vervalt Aanteekening 16.
„ 16 Aanteekening 17, *lees:* 16 en zoo vervolgens een N^0. minder, met uitzondering van Blz. 32, dat blijft N^0. 30.